

(昭和 23 年 4 月 11 日 造船協会春期講演会に於て講演)

# 強制外力に依る yawing に就て

正員 工學士 元 良 誠 三\*

Abstract

By S. Matora, *Kogakushi, Member*

The author describes in this paper, about some characters and amount of forces acting to bodies among waves, and side forces and turning moments acting to ship passing athwart through wave crests; and then, solving the equation of motion under the action of periodic forces caused by the waves, refers to the general characters of yawing, especially about the relations with amplitude of yawing for period of waves, amplitude for direction of waves (rear or ahead), and amplitude for length of ship compared with wave length,

## § 1. 波が浮體に及ぼす水平力

波面に浮んだ微小な物體に加わる力は波面に垂直で物體の重力及び慣性力と釣合つて物體は水の粒子と同じ圓軌道を畫く。物體が波長に對して有限の大きさを持つ場合にはその重心は略々其位置に於ける水の粒子と同一の圓軌道を畫き、水からの浮力はやはり波面に垂直に向く事が實驗的に知られて居る。

處が船が波頂線を斜めに横切の場合の様には波と共に動かぬ場合には、船體により波の構造が毀されるがこの場合にどの様な力が船體に加わるかを考えて見たい。

今簡単な例として波の進行方向に垂直に船體がある場合を考える。船體は上下には自由に浮動し得るが、左右には動かぬ様に拘束されて居るものとする。

波の力を 1) 理想流體としての力

2) 粘性に基く力

の二つに分けて考える。粘性に基く力は境界層内の流れにより生じるものとする。先ず 1) の力について考えると、或瞬間に於て船體を貫く流れはないから、船底及び船側を迂回して水が流れるわけである。そしてその流れは、波頂又は波底で最も大きく、その中間の最大波傾斜の處では、流速は瞬間的に 0 となり、次の瞬間には逆流するわけである。物體が靜水中で加速度運動をする時は、水より

$$A \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (A \cdots \text{物體の } \alpha \text{ 方向の見掛質量})$$

なる力を受けその向きは物體の加速度と逆方向である。逆に流れが加速度を有する場合にも同様の力を受け流れの中の加速度の向きと一致する。

今の場合にも、船體の圍りの流れが、最大波傾斜の所で加速度を有するから靜止せる物體に力を興え、その量は

$$\sigma \int_s \frac{\partial \phi}{\partial t} l \cdot ds \quad \left( \begin{array}{l} l \cdots \text{物體法線の方向餘弦} \\ \phi \cdots \text{流れの速度ポテンシアル} \end{array} \right)$$

で、その向きは流れの加速度の方向であるから常に波の谷の方に向いて居る事となり、その大きさは波頂及波底で 0、最大波傾斜の位置で最大となる。

一方動的浮力は、波の形が大體に於て船體が無い時と變りないものとすれば、波面で壓力一定なる事から、やはり浮力は波面に垂直である事が豫想され、殊に船體に對する流れの止つた最大波傾斜の位置に於て然りである。

結局理想流體としての力は、波面に垂直な動的浮力と、船體の圍りの流れが加速度を有する爲の慣性力で、共

\* 東京大学 (第二工学部) 助教授

に波底の方え向り事になる。

結局波の進行方向に對して拘束された物體には横方向に波底に向つて、

$$\rho \int \frac{\partial \phi}{\partial t} l ds + \rho V g \sin \theta \quad \left( \begin{array}{l} V \cdots \text{物體の容積} \\ \theta \cdots \text{波傾斜角} \end{array} \right)$$

なる力が作用するわけである。

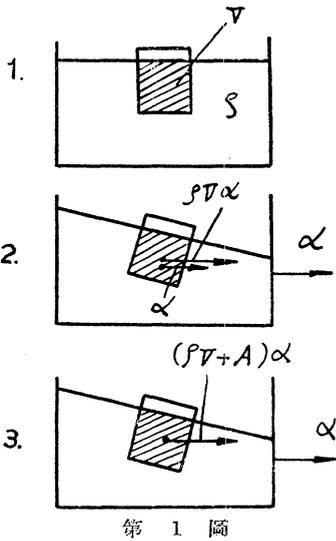
この事は次の模型につき考える事が出来る。

(第1圖) 1) の様に水を入れた容器に容積  $V$ 、質量  $\rho V$  なる物體を浮かす。2) の様に容器を  $\alpha$  なる加速度で動かすと、水面は  $\tan^{-1} \frac{\alpha}{g}$  丈傾き、合浮力は水面に直角に働く。そして物體の慣性力  $\rho V \alpha$  と浮力の水平成分とが釣合つて物體は  $\alpha$  なる加速度で容器と共に動く。次に 3) の様に容器を動かし、物體のみ靜止せしめると物體には浮力の水平成分  $\rho V \alpha$  の外に、物體と、水が  $\alpha$  なる相對加速度を有する事から、 $A \cdot \alpha$  なる力を加速度方向に受ける。但し  $A$  とは物體が靜水中を動く時の見掛質量である。従つて物體を引止める爲には  $\rho V \alpha + A \cdot \alpha$  なる力を要するわけである。

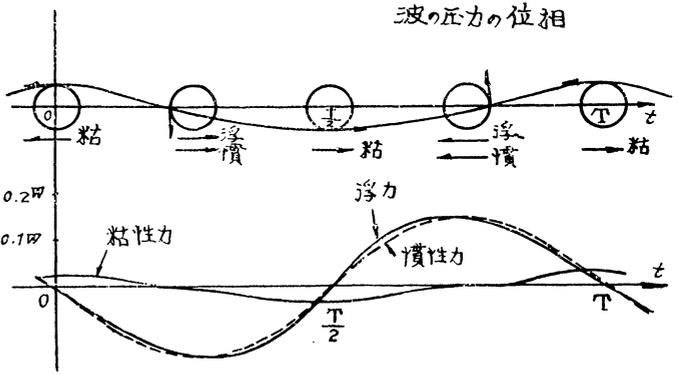
次に波の山又は谷を考えると流れの加速度は0で波形も左右對稱であるから、上記の力は共に零である。

一方 2) の粘性力を考えると之は船體と水の相對速度の最も大きな山又は谷で最大で、方向は水流方向と同一であるから山では進行方向谷では逆となり、最大波傾斜の處では一時流れは止り粘性力は0となる。

以上の力の關係を圖示すると第2圖の如くなる。



第 1 圖



第 2 圖

今半徑  $a$  なる圓壱が吃水一定なる様に浮いて居る場合の力を計算して見ると、假定として

- 1) 吃水は波長に比べて小さく、orbital motion に依る流速は、吃水により變化なく、表面の値を取る。
- 2) 圓壱の抵抗は二次元に於ける抵抗實驗値の半分を取る。

波の進行方向を  $x$  軸、垂直に  $z$  軸を取り波長  $\lambda$ 、週期  $T$ 、波高  $\kappa$ 、 $\theta = \frac{2\pi}{T}t$   $R = \frac{\lambda}{2\pi}$   $r = \frac{h}{2}$

波の力の水平成分は

$$\left. \begin{array}{l} \text{浮力: } V_x = -\frac{\pi \rho a^2}{2} \times \text{波傾斜の sine} \\ \text{慣性力: } I_x = \text{見掛質量} \times \frac{d^2 x}{dt^2} \\ \text{粘性力: } F_x = \frac{1}{2} C_D \rho a \times \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

Trochoid の方程式  $\left. \begin{array}{l} x = R\theta + r \sin \theta \\ z = R + r \cos \theta \end{array} \right\}$  を微分して (1) に代入すると

各力を排水量  $W = \frac{\pi}{2} \rho a^2 g$  で割つて

$$\left. \begin{aligned} \frac{V_x}{W} &= \frac{h}{4\lambda} \left[ \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{T} t + \frac{1}{2} \cos \frac{2\pi}{T} t \right] \\ \frac{I_x}{W} &= -\frac{\pi h}{2\lambda} \sin \frac{2\pi}{T} t \\ \frac{F_m}{W} &= \pm \frac{0.9h^2}{4a\lambda} \cos \frac{2\pi}{T} t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

± は  $\cos \frac{2\pi}{T} t$  と同符號

波高 = 1, 半徑 = 1  
波長 = 20, 波長 = 20 として計算すると

$$\frac{V_x}{W} = 0.1572 \text{ (最大)}$$

$$\frac{I_x}{W} = 0.1572 \sin \frac{2\pi}{T} t$$

$$\frac{F_m}{W} = \pm 0.0224 \times \frac{1}{2} \left( \cos \frac{4\pi}{T} t + 1 \right) \text{ (± は } \cos \frac{2\pi}{T} t \text{ と同符號)}$$

之を圖示すると第2圖の如くなり、粘性力は他に比して小さい。浮力と慣性力は同等である。

一般に波の orbital motion の影響として、orbital motion が船體で妨げられその momentum change により力が興えられる故に山及谷で最もその力が大きい様に説明されて居るが、一樣な流れに置かれた物體が理想流體ならば抵抗を受けぬ事からも判る通り、この説明には賛成出来ない。

### § 2. 波頂線に斜めに進行する船體に加わる力

波が船體に及ぼす力として前節の様なものが考えられるが今は粘性による抵抗力を他の力に比して小さいものとして省略して、略近的に船體に作用する合力の大きさを求めて見る。

(第3圖)の様に波頂線を  $y$  軸とし、之に直角に  $x$  軸を取る。船體中心は  $y$  軸に對して  $\alpha$  丈傾くものとして、之を  $\xi$  軸とし船體中央を通り之に直角に  $\eta$  軸を取る。假定として

- 1) 波は正弦波とする。
- 2) 船體の或位置に於ける波の傾斜は其斷面の船體中心線に於ける波傾斜を以て代表させる。

この様にすると、 $\xi$  なる斷面に働く浮力の  $\eta$  成分は

$$\Delta V_\eta = \rho g A_\xi \sin \phi \Delta \xi$$

$A \dots \dots \xi$  位置の斷面積

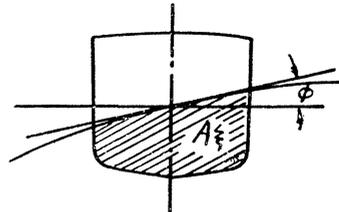
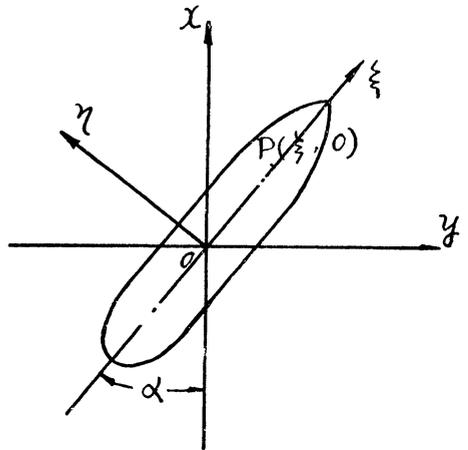
$\phi \dots \dots \xi$  位置に於ける  $\eta$  方向の波傾斜角

前節の結果より考えて慣性力も之に等しいと假定する。

波の週期を  $T$ ,  $\frac{2\pi}{T} = n$ ,  $\frac{1}{2}$  波高 =  $a$ , 波長  $\lambda$  とすると

$$\text{波の方程式は又 } \begin{cases} z = a \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} x - nt \right) \\ x = \xi \sin \alpha \end{cases} \dots\dots\dots(3)$$

$$\text{又 偏力 } F_\eta = 2\rho g \int_{-\frac{\lambda}{2}}^{\frac{\lambda}{2}} A_\xi \sin \phi d\xi \dots\dots\dots(4)$$



第 3 圖

$$\text{偶力 } N_z = 2\rho g \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} A_2 \sin \phi \xi \cdot d\xi \dots\dots\dots(5)$$

$$\text{波傾斜 } \sin \phi = \tan \phi = \frac{dz}{d\eta} = -\frac{2\pi a}{\lambda} \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha \xi - nt\right) \sin \alpha \dots\dots\dots(6)$$

之を (4) 及 (5) 式に入れて積分すると

$$F_\eta = 2\rho g a A_2 L \cot \alpha \sin \frac{2\pi L \sin \alpha}{2\lambda} \sin t \dots\dots\dots(7)$$

$$N_z = 2\rho g a A_2 L^2 \cot \alpha \left( -\frac{\lambda}{\pi L \sin \alpha} \sin \frac{\pi \sin \alpha L}{\lambda} - \cos \frac{\pi L \sin \alpha}{\lambda} \right) \cos nt \dots\dots\dots(8)$$

今波長：波高=20：1 とし 波長：船長= $\frac{\lambda}{L}=c$ , 排水量  $W$  とすると,

$$F_\eta = 0.05 W \cdot c \cot \alpha \sin \frac{\pi \sin \alpha}{c} \sin nt \dots\dots\dots(9)$$

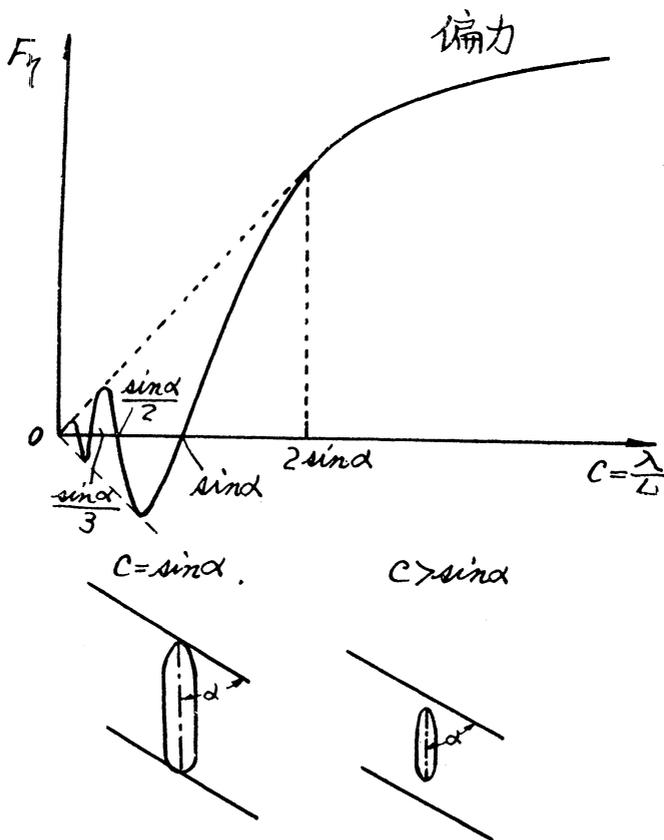
$$N_z = 0.05 c W L \cot \alpha \sqrt{\left(\frac{c}{\pi \sin \alpha}\right)^2 + 1} \sin \left( \frac{\pi \sin \alpha}{c} - \tan^{-1} \frac{\pi \sin \alpha}{c} \right) \cos nt \dots\dots\dots(10)$$

(9), (10) 式より偏力  $F_\eta$  と偶力  $N_z$  は位相が  $90^\circ$  違い  $F_\eta$  は山及谷で最大であり,  $N_z$  は最大波傾斜の位置で最大である。

(第3圖に示す様に  $t=0$  は山の位置に相當する)

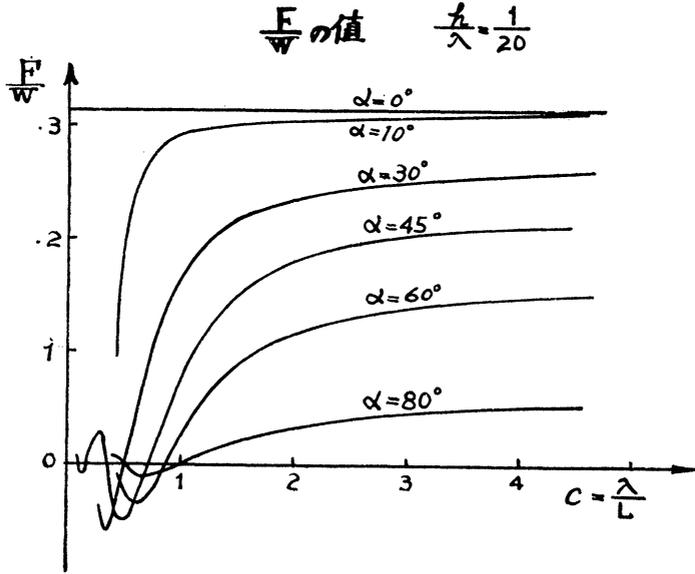
$F_\eta$  の性質を考察して見ると

- $\alpha \rightarrow 0$  即波頂線に平行になると  $F_\eta \rightarrow 0.3142 W \sin nt$
- $\alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$  // 波頂線に直角 //  $F_\eta \rightarrow 0$

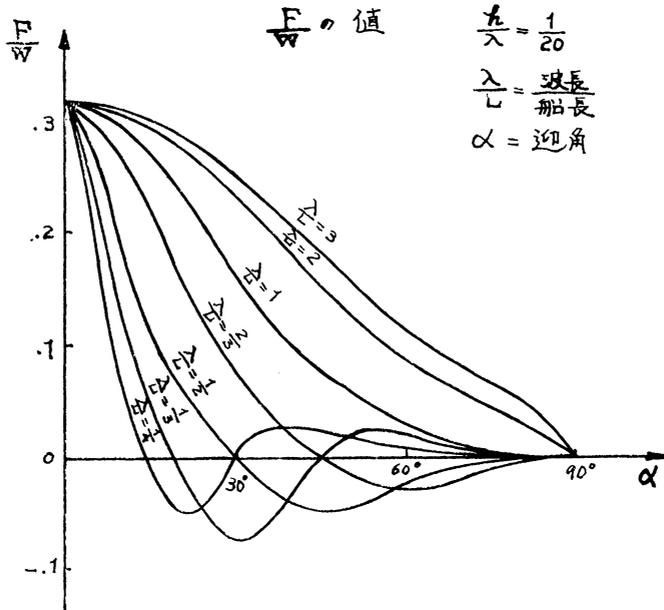


第 4 圖

$c = \text{一定}$  即ち船と波長の比が一定ならば  $F_{\eta} \propto W$   
 即ち偏力は排水量に比例すると云う Froude の相似則が成立する。  
 迎角一定で  $c = \frac{\lambda}{L}$  が變化すると (第4圖) の如くなる。



第 5 圖



第 6 圖

$c = \frac{\lambda}{L}$  が  $\sin \alpha$  より大きい場合即船の中心線上に於ける波長より船長が短い場合には  $F_{\eta}$  は常に正で増加する一方である。即ち小船程排水量當りの力が大きい。 $c = \sin \alpha$  で  $F_{\eta} = 0$   $c$  が  $\sin \alpha$  より小さくなると負となり  $c = \sin \alpha, \frac{\sin \alpha}{2}, \frac{\sin \alpha}{3}$  等で 0 となり其間正, 負を繰返す。

第5圖は (9) 式を種々の迎角で追跡せるものである。第6圖は迎角  $\alpha$  を變化させた時の  $F_{\eta}$  の大きさを示す。

$c > 1$  即船が波長より小さい時は  $0^\circ \sim 90^\circ$  の範圍で  $F_N$  は負になる事はない。 $c < 1$  となると一部負となり、船が數波長に跨る様になると、正、負を繰返す。

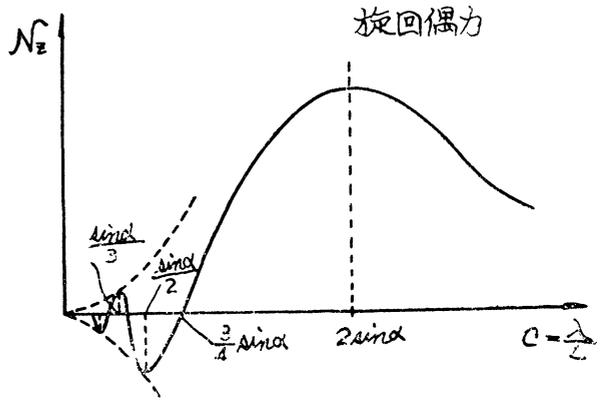
次に  $N_z$  について考察すると、

$$\alpha \rightarrow 0 \quad N_z \rightarrow 0 \quad \alpha \rightarrow \frac{\pi}{2} \quad N_z \rightarrow 0$$

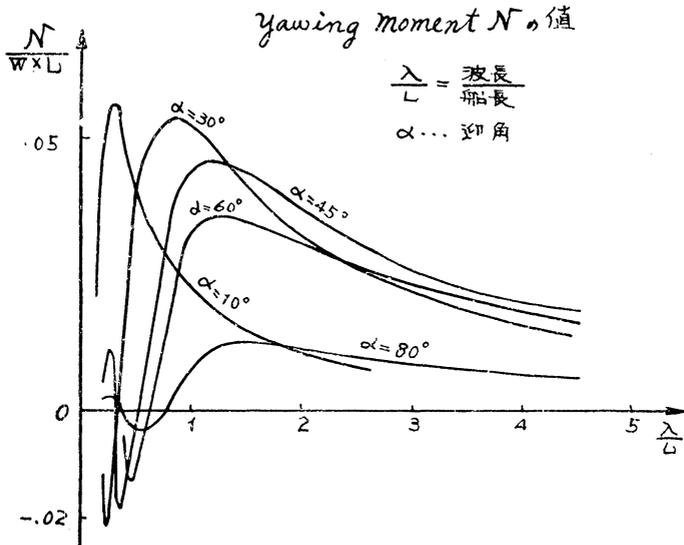
$$c \rightarrow \infty \quad N_z \rightarrow 0$$

(10) 式を  $c$  を base として圖示すると第 7 圖の如くなる。

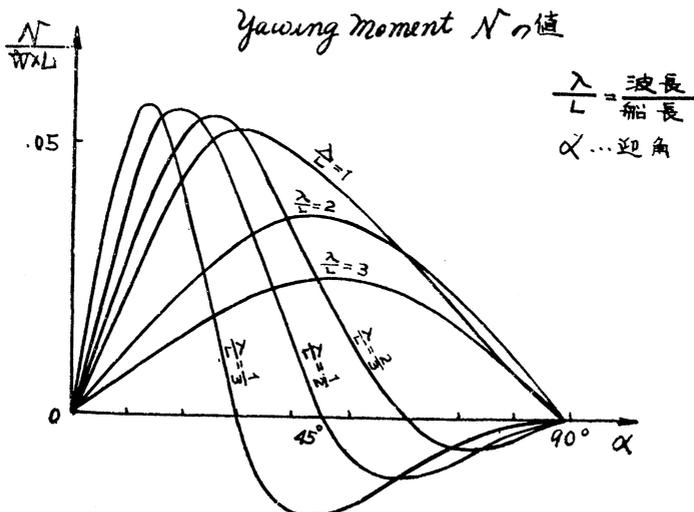
$c = \frac{3}{4} \sin \alpha$  で  $N_z = 0$  でそれより  $c$  が大きいと正であり、波頂線に直角になるうとする。



第 7 圖



第 8 圖



第 9 圖

$c = 2 \sin \alpha$  で最大となり  $c$  が増加すると又 0 に近づく。船が波に対して小さくなると、波傾斜が平面に近くなるから、この結果は當然であろう。

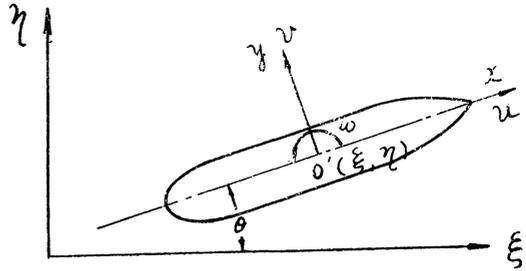
$c < \frac{3}{4} \sin \alpha$  では負となり  $c = \frac{\sin \alpha}{2}$  で負の最大となり又正となる。

種々の迎角に於ける  $N_z$  の値を (8), (9) 圖に示す。

(第9圖) に示す様に、 $\alpha = 0, 90^\circ$  で  $N_z$  は 0 となり中間で最大値を取る。最大値を生ずる  $\alpha$  は、 $c$  により變化し、船が波に対して小さい時程最大値を生ずる  $\alpha$  は大きくなる。例えば  $\lambda/L = 2$  の船では  $45^\circ$  の時  $N_{z \max}$  となる。

### § 3. Yawing の運動方程式及び解

第 10 圖の如く空間に固定せる座標を  $\xi-\eta$  軸とし、船體に固定せる軸を  $x, y$  軸、 $x$  軸と  $\xi$  軸の交角を  $\theta, x$  方向の速度  $u, y$  方向の速度  $v, z$  軸の圍りの廻轉角速度  $\omega$  とすれば



第 10 圖

任意時刻  $t$  の船の位置は

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \int_0^t (u \cos \theta - v \sin \theta) dt \\ \eta &= \int_0^t (v \cos \theta + u \sin \theta) dt \\ \theta &= \int_0^t \omega dt \end{aligned} \right\} \dots\dots (11)$$

今船に  $T$  なる週期の強制外力が働くものとすその

$y$  方向の成分を  $F, z$  軸の圍りの偶力を  $N$ ;  $\frac{2\pi}{T} = p$  ( $L$  船長) とし、§ 2 で述べた如く、 $F$  と  $N$  は位相が  $\sqrt{L}$

$90^\circ$  違うものとして前論文の結果を用いれば

$$\left. \begin{aligned} \frac{du'}{dt'} &= \frac{B+m}{A+m} v' \cdot \omega + X \\ \frac{dv'}{dt'} &= k_1 u' v' + k_2 u' \omega' - \frac{F}{B+m} \sin pt' \\ \frac{d\omega'}{dt'} &= f_1 u' v' + f_2 u' \omega' + \frac{N}{I+J} \cos pt' \end{aligned} \right\} \dots\dots (12)$$

但し  $v' = v/\sqrt{L}$   $u' = u/\sqrt{L}$   $\omega' = \omega\sqrt{L}$   $t' = t\sqrt{L}$   $\dots\dots (13)$

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -\frac{k_L + k_R + (K_1 + K_2 + K)}{B+m} L \\ k_2 &= -\frac{A+m - \frac{k_L L}{4} - \frac{k_R L}{2} + K_1 - K_2}{B+m} \\ f_1 &= \frac{A-B - \frac{ms}{m+B} k_L + k_R \overline{OR} - (K_1 - K_2)L}{I+J} \\ f_2 &= \frac{\frac{ms}{m+B} \frac{L}{4} k_L - (K_1 + K_2 + \frac{K}{3}) \frac{L^2}{4} - \frac{\overline{OR}}{2} L k_R}{I+J} \end{aligned} \right\} \dots\dots (14)$$

- 式中  $m$ ...船の質量  
 $I$ ... $O'$  の圍りの船の慣性能率  
 $A$ ...直進の見掛質量  
 $B$ ...横進の "  
 $C$ ...廻轉の "  
 $k_L$ ...船體の偏力係數  
 $k_R$ ...舵の揚力係數

- $K$ ...船體抵抗係數
- $K_1$ ...艏部の抵抗係數
- $K_2$ ...艉部 " "
- $L$ ...船の長さ
- $s$ ...船の重心と横進の見掛質量中心の距離

(12) 式に於て直進速度  $n$  は變化しないものとして第二、第三式を  $\theta_0=0, \eta_0=0$  として解く。

今  $f = \frac{F}{B+m}, n = \frac{N}{I+J}$  と置く

外力を  $if e^{ipt}$  及び  $ne^{ip't}$  と置き解を  $v=c_1 e^{ipt}, \omega=c_2 e^{ip't}$  として解くと

$$v' = -\sqrt{A_1^2 + A_2^2} \sin(pt' - \delta_2) \quad \tan \delta_2 = \frac{A_2}{A_1} \dots\dots\dots (15)$$

$$\omega' = -\sqrt{B_1^2 + B_2^2} \sin(pt' - \delta_1) \quad \tan \delta_1 = \frac{B_2}{B_1} \dots\dots\dots (16)$$

$$\theta = \int_0^t \omega dt' = \frac{\sqrt{B_1^2 + B_2^2}}{p} \cos(pt' - \delta_1) \dots\dots\dots (17)$$

$$\eta/L \doteq \int_0^t (v+u\theta) dt'$$

$$= \frac{1}{p} \sqrt{\left(A_1 - \frac{B_2 u}{p}\right)^2 + \left(A_2 + \frac{B_1 u}{p}\right)^2} \sin(pt + \delta_3) \quad \tan \delta_3 = \frac{A_1 - \frac{B_2 u}{p}}{A_2 + \frac{B_1 u}{p}} \dots\dots\dots (18)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= \frac{(p^2 - q_2) f_2 u' f + p q_1 (p f - k_2 u' n)}{(p^2 - q_2)^2 + p^2 q_1^2} \\ A_2 &= \frac{-p q_1 f_2 u' f + (p^2 - q_2) (p f - k_2 u' n)}{(p^2 - q_2)^2 + p^2 q_1^2} \\ B_1 &= \frac{-(p^2 - q_2) (f_1 u' f + p n) + p q_1 n k_1 u'}{(p^2 - q_2)^2 + p^2 q_1^2} \\ B_2 &= \frac{(p^2 - q_2) k_1 u' n + p q_1 (f_1 u' f + p n)}{(p^2 - q_2)^2 + p^2 q_1^2} \\ q_1 &= -u (k_1 + f_2) \\ q_2 &= u^2 (k_1 f_2 - f_1 k_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

$p = \frac{2\pi}{T} \sqrt{L}$  であるから週期が小さくなり  $p$  が他の項に比べて大きくなると yawing は殆んど船の慣性による支配される。

$p$  が非常に大きな場合、即週期が小さい場合には、 $p$  は他の係數に比して格段に大きいとすると

$$\left. \begin{aligned} A_1 &\rightarrow \frac{f}{p^3} \quad B_1 \rightarrow -\frac{n}{p^2} \quad A_2 \rightarrow \frac{f}{p^2} \quad B_2 \rightarrow \frac{n}{p^3} \\ \therefore \theta &\rightarrow \frac{n}{p^2} \cos(pt' - \pi) \\ \eta &\rightarrow \frac{f}{p^2} \sin pt' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

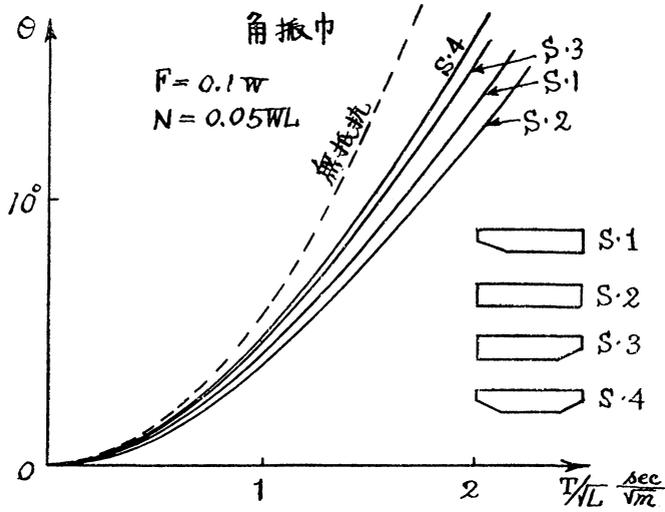
即ち週期が小さい時は  $\theta, \eta$  共に週期の二乗に比例する。又 drift 及び廻轉に対する抵抗が全然ないと考えると

$$\left. \begin{aligned} \theta &= -\frac{n}{p^2} \sin pt \quad \text{or} \quad \frac{n}{p^2} \cos (pt - \pi) \\ \eta &= \frac{1}{p^2} \left( f - \frac{k_2' + 1}{p} u' n \right) \sin (pt + \delta') \\ k_2' &= \frac{A+m}{B+m} \quad \delta' \text{ は } f > \frac{k_2' + 1}{p} u' n \text{ の時 } 0 \\ & \quad f < \frac{k_2' + 1}{p} u' n \quad // \quad \pi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

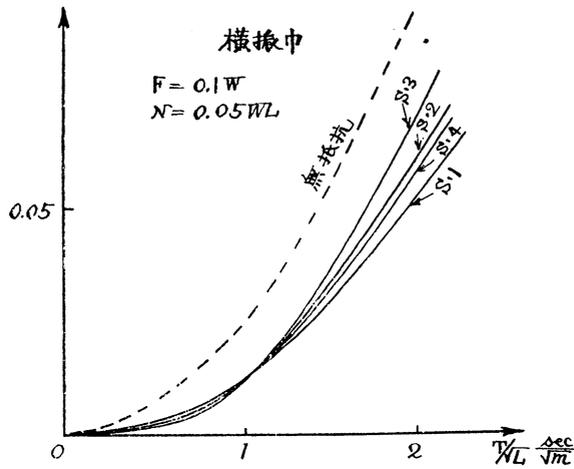
この結果から見て大體振幅は相當週期  $T/\sqrt{L}$  の 2 乗に比例し、又外力の大きさに比例する事が判る。

§ 4. 波の週期と振幅の關係及び船型の影響

§ 3 の (20) 式に示す様に週期が短い時は振幅は殆んど  $T/\sqrt{L}$  の 2 乗に比例し、yawing は殆んど船の慣性のみ左着されるが週期が大きくなつて來ると、抵抗其他の影響が這入つて來る。週期が振幅に及ぼす影響を第 11 圖及第 12 圖に偏角及重心の横振幅に分けて示す。



第 11 圖



第 12 圖

基線は  $T/\sqrt{L}$  で  $\frac{\text{sec}}{\sqrt{m}}$  であるから  $T=1$  は 100 m の船では 10 秒に相當する。點線は § 3 の (21) 式に示した無抵抗の時の振幅で偏角  $\theta$  は相當週期の大きい處迄無抵抗のものとの差が無い事がわかる。

船型による差異を考えると cut-up の無い S.2 型は角振幅が最も小さく、静水中方向的に安定であつた S.3 型が不安定な S.1 型より餘計に振れる。cut up を艏、艉に有する S.4 型は最も振れ易いのは當然であらう。

§ 5. 追波と迎え波の時の振幅

第 13 圖に示す様に  $u$  なる速度で前進する船に對して、 $\alpha$  なる角度の波頂線を有する波が當つた場合を考え

ると、波頂線は  $V/\sin \alpha$  なる速度で船體中心線上を通過し、中心線上の波長は、

$$\lambda/\sin \alpha$$

であるから、見掛の波の週期は

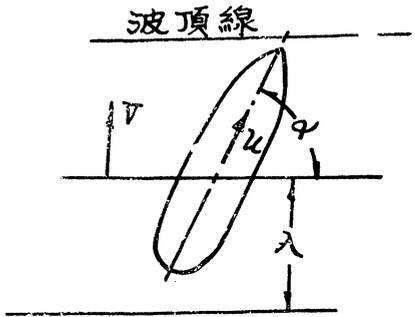
$$T' = \frac{\frac{\lambda}{\sin \alpha}}{u \pm \frac{V}{\sin \alpha}} \dots \dots \dots (22)$$

複號は +……迎え波  
 -……追波

振幅は相當週期  $T'/\sqrt{L}$  の二乗に略々比例すると考えられるから追波は見掛の週期が長く、甚しく yawing を起させるわけである。

今一例として 船長 50 m 速度 10 kts  
 波長 30 m 波の速度 13.28 kts  
 $\alpha = 40^\circ$

として、第 11 圖及第 12 圖より振幅を求めて見ると  
 (船型 S-3)



第 13 圖

	$T'$ sec	$T'/\sqrt{L}$	$\theta$	$\eta$
迎 え 波	2.86	.389	$1^\circ$	$0.002 L$
追 波	9.51	1.297	$7.8^\circ$	$0.03 L$

§ 6. 船の大きさと振幅の關係

船の長さや波長の比が常に一定ならば、外力の大きさは、偏力は排水量に、偶力は排水量×船長に夫々或一定比率を以て比例する事は § 2 に於て述べた。§ 4 の結果によると振幅は外力に比例し相當週期の二乗に比例する。

$$\theta \propto N \left( \frac{T}{\sqrt{L}} \right)^2 = \frac{NT^2}{L}$$

$$\eta \propto F \left( \frac{T}{\sqrt{L}} \right)^2 = \frac{FT^2}{L}$$

故に若し外力が船の大きさに無關係に排水量との比率が定まつて居るとすると、振幅は船の長さに反比例するわけである。實際は波の長さが一定で船の大きさが異ると外力の排水量に對する比率が違つて来る。そしてその差異は § 2 の (10) 式で與えられる。

今偶力を問題にすると  $c = \frac{\text{波長 } \lambda}{\text{船長 } L}$  として

$$Nz = 0.05 cWL \cot \alpha \sqrt{\left( \frac{c}{\pi \sin \alpha} \right)^2 + 1} \sin \left( \frac{\pi \sin \alpha}{c} - \tan^{-1} \frac{\pi \sin \alpha}{c} \right) = f(c) \dots \dots \dots (10)$$

之は  $c > 1$  で常に正で  $c = 1 \sim 2$  の時 max. となる事は § 2 で述べた。

振幅は  $\theta \propto Nz \left( \frac{T}{\sqrt{L}} \right)^2 = f(c) \cdot \frac{T^2}{L}$

一方  $T = k\sqrt{\lambda}$  なる故

$$\theta \propto f(c) \cdot \frac{\lambda}{L} = f(c) \cdot c$$

(10) 式を用いて  $\lim_{c \rightarrow \infty} c \cdot f(c) \rightarrow \infty$  なる事が證明されるから

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \theta \rightarrow \infty$$

結局船が小さくなればなる程、同一の波に對して激しい yawing を起すと云う事が云える。

§7. 外力と最大變位の位相差

波による強制外力と最大變位の位相差は §4 の (17), (18) 式で與えられ

- 偶力と角振幅の位相差  $\delta_1$
- 偏力と横振巾 "  $\pi - \delta_3$
- 偶力と " "  $\frac{\pi}{2} - \delta_3$

$\delta_1, \delta_3$  を  $T/vL$  を base として圖示すると第 14 圖の様になり横變位と偏角の關係を示すと第 14 圖 (2) の様になる。これより見て最大偏角より  $10^\circ \sim 30^\circ$  即ち  $\frac{T}{36} \sim \frac{T}{12}$  位早くその方向に最大偶力が掛つて居るわけであるから、之を有効に相殺する様な時期に操舵すればよいわけである。

§8. yawing による損失

普通 yawing を問題にするのは yaw-heel 等の現象は別として主に蛇行運動による走行距離の損失と抵抗増加による速度低下である。

船が (第 10 圖) の如く、平均航路  $\xi$  に對して  $\theta$  なる角度で  $x$  方向に  $u, y$  方向に  $v, z$  の圍りに  $\omega$  なる速度で運動して居るものと考え、

$\xi$  方向の速度は

$$\frac{d\xi}{dt} = u \cos \theta - v \sin \theta$$

船が  $\xi$  方向を向いて yawing を行わずに速度  $u$  で走れば

$$\frac{d\xi_0}{dt} = u$$

従つて、偏角  $\theta$  が大きければ大きい程、又横方向の速度  $v$  が大きい程損失が大きい。

一方前進速度  $u$  について考える

と、船の推力が一定なるものと考えれば、推力を  $T$  として

$$(A+m) \frac{du}{dt} = (B+m)vw + f(u, v) + T - R(u) + X = 0 \dots \dots \dots (23)$$

$R(u)$  は前進抵抗(直進時)で  $u$  のみの函数

$X \dots$  波の力の  $x$  成分で週期的である。

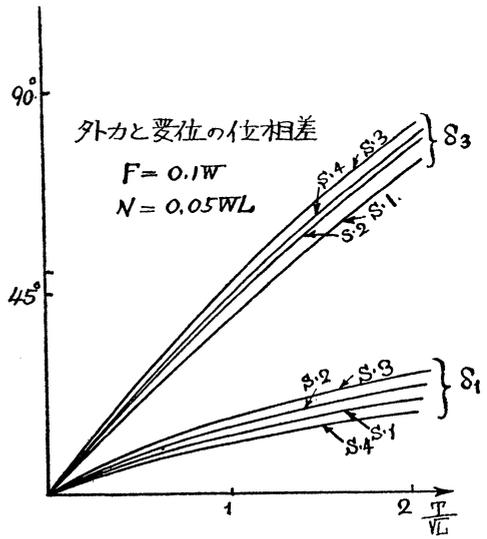
又  $(B+m)vw$  は遠心力の項で瞬間的回轉中心 (pivoting point) が重心より前にある時程大きい。

$f(u, v)$  と云うのは船が  $u, v$  なる速度で斜航する時に横速度  $v$  の爲新たに生ずる  $x$  方向の抵抗である。之等の力の order を考えて見ると遠心力は非常に小さく波の力も週期的に正負となつて平均的には問題とならない。問題は  $f(u, v)$  であつて、之は今後の研究に俟たねばならない。

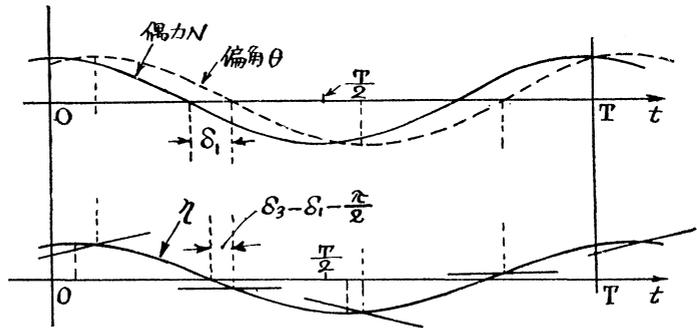
今假りに  $u$  は變化せぬものとして蛇行運動による距離損失を考えて見ると、一週期間に就て、

$$\xi = \int_0^T (u \cos \theta - v \sin \theta) dt \dots \dots \dots (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{§4 より } v &= c \sin (pt - \delta_2) \\ c &= -\sqrt{A_1^2 + A_2^2} \\ \tan \delta_2 &= \frac{A_2}{A_1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$



第 14 圖 (1)



第 14 圖 (2)

$$\left. \begin{aligned} \theta &= \theta \cos(pt - \delta_1) \\ \theta &= \frac{\sqrt{B_1^2 + B_2^2}}{p} \\ \tan \delta_1 &= \frac{B_2}{B_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

今  $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$   
 $\sin \theta \approx \theta$  とすると

(24) 式は

$$\begin{aligned} \xi &= \int_0^T \left[ u \left\{ 1 - \frac{\theta^2}{2} \cos^2(pt - \delta_1) \right\} - c\theta \sin(pt - \delta_2) \cos(pt - \delta_1) \right] dt \\ &= \left\{ u \left( 1 - \frac{\theta^2}{4} \right) - \frac{c\theta}{2} \sin(\delta_1 - \delta_2) \right\} T \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

一方 yawing をせぬ時は

$$\xi_0 = uT \dots\dots\dots (26)$$

損失率 :  $\frac{\xi}{\xi_0} = 1 - \frac{\theta^2}{4} - \frac{c\theta}{2u} \sin(\delta_1 - \delta_2) \dots\dots\dots (27)$

$\theta$  ... 角振幅                       $c$  ... 横方向の速度振幅  
 $\delta_1$  ... 波と角振幅の位相差     $\delta_2$  ... 波と横速度の位相差

$c=0$  が  $\delta_1 = \delta_2$  の時には第三項は 0 となり

$$\frac{\xi}{\xi_0} = 1 - \frac{\theta^2}{4}$$

今 S.3 船型につき一例を計算して見ると

	$T/\sqrt{L} = 1$	$T/\sqrt{L} = 2$
$\theta$	4.825°	15.58°
$\theta^2/4$	0.00177	0.01846
$C$	-0.1145	-0.2521
$\delta_1$	17°0'	24°50'
$\delta_2$	67°30'	47°50'
$\frac{C\theta}{2u} \sin(\delta_1 - \delta_2)$	0.00464	0.01707
損失率 $\left( 1 - \frac{\xi}{\xi_0} \right) \times 100$	0.64%	3.55%

實際は yawing を抑制する爲に舵を取り、舵の抵抗が這入つて來るのもつと損失は大きくなる筈である。成可く有效な時期に小角度の操舵で抑制するのが望ましい。

### § 9. 波と船體の角度と振幅の關係

§ 2 (第 8 圖) に示す様に偶力は波頂線と船體中心線の爲す角  $\alpha$  が  $0^\circ$  及び  $90^\circ$  では 0 でその中間で船長が波長に等しいか、又は短い時には最大値を取る。船長が波長より長いと、偶力の向きは或角度で逆になり一般に小さい。

偶力最大となる角度は船長 : 波長の値により異り、波長  $\lambda$  船長  $L$  とすると、

$\lambda/L$	最大偶力の時の $\alpha$	偶力 0 となる角
3	50°	---
2	45°	---
1	30°	---
2/3	25°	60°
1/2	20°	45°
1/3	15°	30°

結局波頂線に直角に走るのが一番望ましいと云う事になる。

## 結 論

本論文に於て明かに爲し得た事を擧げると

- 1) 波浪中船體が受ける水平力は浮力の水平成分と orbital motion を阻止する爲の或慣性力及び粘性に依る力で後者は前二者に比して小さい。
- 2) 波浪中を航行する船體に加わる偏力は船が波に比して小さくなる程、排水量當りの力が大きくなり、旋回偶力は船が波長と同じ長さかその半分位で最も大きくそれより船が小さくなると減ずる。何れの力も船が數波長に跨る程大きくなると著しく小さくなる。
- 3) 偏力と偶力の位相は  $90^\circ$  違い、偶力は波頂で最大である。
- 4) yawing の振幅は外力に比例し、相當週期  $T/\sqrt{L}$  の約 2 乗に比例する。
- 5) 追波は迎え波より大きな yawing を生ぜしめる。
- 6) 同じ波に對しては小船程大きな yawing を起す。
- 7) yawing による蛇行の爲の距離損失は角振幅の 2 乗に略々比例する。
- 8) 最大偶力を生ずる迎角は船長と波長の比によつて異り、船が小さい時程波頂線に直角に近い時に起る。

## 討 論

- 加藤 弘君 艀搖の振幅の大きさは抵抗によつて相違しますが、その抵抗は如何にして求めましたか。
- 元良 誠三君 Course stability を求めた時と同じ式を使いました。抵抗としては船の各 section に於ける相對流速を求めてそれに  $\alpha$  を掛けました。
- 加藤 弘君 實驗はおやりになりましたか。
- 元良 誠三君 行いません。實驗的研究はなく赤崎さんの data に依りました。之は旋回水槽を用いてやらないうと分りません。私は靜水中を廻した時の data を取りました。
- 加藤 弘君 艀搖による損失としては抵抗の増加と航走距離の損失の他に復原性の損失を加えて戴き度いと思います。Conte di Savoia では艀搖による傾斜が  $12^\circ$  位ありましたが復原性の悪い船では問題になると思います。
- 木下 昌雄君 斜に浪を切る時の rolling, pitching はしたいとしているのですね。實際には rolling を防ぐために舵をとる事があり、特に荒天中 rolling を少くする爲に舵をとる事がある様ですが、するとその爲に speed drop を來す事になります。即ち船の course を真直ぐに保つ爲めのみでなく船を upright に保つためにも、舵をとる事がある様でありまして、この場合 rolling を考えますとむずかしくなります。
- 元良 誠三君 yawing による航走距離の損失は少いのでむしろ course を直す爲よりも rolling etc を防ぐ爲に舵をとる事が重要であると思われまます。境上より尖禮であります、加藤先生、先程の  $12^\circ$  傾斜は定常的なものでしょうか。夫とも瞬間的なものでしょうか。
- 加藤 弘君 瞬間的な yaw heel です。
- 元良 誠三君 drift に依り heel 致しますがその様なものでしょうか。
- 加藤 弘君 遠心力による傾斜で rolling とは別問題です。