

(昭和 21 年 11 月 造船協会秋季講演に於て講演)

航路安定性に就て

準員 工学士 元良 誠三

Abstract.

Course Stability of Ships.

By Seizo Motora, *Kogakushi, Associate Member.*

The Author has studied the "Course Stability of Ships" since last year.

In this paper, he describes some results — specially the effect of cut-ups of stem & stern, — and calculates the motion of a ship after she was acted by some external forces.

緒 論

従来船は比較的低速の為に航空機程縦の安定度と云う事は問題にされず、唯 cut-up の大きな船或いは肥つた船は座りが悪く、座りの悪い船は船尾に dead wood をつける事により座りがよく成る事が経験的に知られているのみであり、旋回性能との関連も単に相容れぬと云う程度しか判っていない。然るに捕鯨船の如きは安定、旋回両性能を要求し、一方航路が不安定でジグザグコースを取る為の損失も馬鹿に出来ないと考えられる。

本論文では手始めとして航路安定性特に船首船尾の形状が安定性に及ぼす影響を理論的に取扱ひ、多少其の性質を明かに為し得たと考えられるので敢えて発表する次第である。

航路安定性を考究するに当つて次の定義を為す。

静的安定性……之は船が元進路より或る偏角 θ 丈回転して其儘元の方向へ直進する場合に船体に働く廻転偶力 Q の偏角に対する増加率を云う。即ち $\left(\frac{dQ}{d\theta}\right)_{\theta=0}$ である。

静的安定度が負ならば偶力は船を元の方向へ戻さんとする傾向を有する故安定であり正ならば不安定である。之は船が抵舵を用いて斜行する時等に必要となる量である。

動的安定性……船が何等かの原因で元の航路より外れ出してより後、元の航路より外れる度合を云う。

航空機の如く静的に安定ならば船首揺の週期を有するから其の大小で比較すればよいが、船は一般に静的不安定で従つて非週期的であるので、廻転角速度及び漂流速度の増加率の大小を以て動的安定度を表わす。

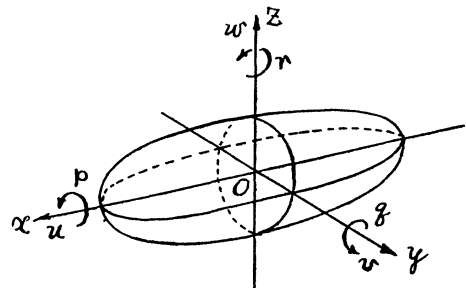
動的安定即ち増加率の負なものは、或る原因で航路から外れて外力が無くなれば又一定方向に落着くに反して、動的不安定なもの即ち増加率正のものは航路より外れる一方である。

I. 物体の理想流体中に於ける運動方程式

物体が流体中を運動する際に定常運動ならば加速度に比例する力を流体より受ける事は無いから、重心の運動とその周りの回転運動とを考えればよい。然し乍ら物体が加速度を有する時は流体より加速度に比例する力を受け、その作用点は全く物体の表面の形に左右される為に一般に物体の重心と一致しない。斯様な場合にはもはや物体の運動は重心の周りの廻転と、重心の運動とに分けて考える事は出来ない。

以下船の航路安定性を論ずるに先立つて物体の流体中の運動方程式を求めて見る。

物体に固定して xyz 軸を取り、 u, v, w をそれぞれ x, y, z 方向の速度、 p, q, r を x, y, z の周りの回転角速度とすると、流体の運動のエネルギーは (Lamb. Hydrodynamics §121)



第 1 図

$$2 T_2 = Au^2 + Bv^2 + Cw^2 + 2A'uw + 2B'wu + 2C'uv + Pp^2 + Qq^2 + Rr^2 + 2P'qr + 2Q'r'p + 2R'p'q + 2p(Fu + Gv + Hw) + 2q(F'u + G'v + H'w) + 2r(F'u + G'v + H'w)$$

$$A = -\rho \iint \phi_1 l dS \quad \&.c.$$

$$A' = -\rho \iint \phi_2 n dS \quad \&.c.$$

$$P = -\rho \iint \chi_1 (ny - mz) dS \quad \&.c.$$

但し $\phi_1 \sim \phi_3, \chi_1 \sim \chi_3$ は流体の速度ポテンシャル ϕ を

$$\phi = \phi_1 u + \phi_2 v + \phi_3 w + \chi_1 p + \chi_2 q + \chi_3 r$$

として表わせる時の u, v, w の係数で l, m, n は境界の方向余弦である。

今物体の運動を平面運動とし、 $x-y$ 平面を其面とする。又廻転は z 軸の周りのもののみ考える事とする。

$$w = 0 \quad p = 0 \quad q = 0$$

更に物体を $x-z$ plan に対して対称と考えると v 及び r の積の項は消失する。

又物体の永久並進方向 (流体的慣性主軸) に平行に x, y, z 軸を取ると $B' = 0$ となる。

又係数 G'' は

$$G'' = -\frac{1}{2} \rho \iint \phi_2 \frac{\partial \chi_3}{\partial v} dS = -\frac{1}{2} \rho \iint \phi_2 (mx - ly) dS$$

之は B の座標原点に対するモーメントで之が O になる様、即ち y 方向見掛質量 B の中心に原点を取る。然る時は流体の運動エネルギーは

$$2 T_2 = Au^2 + Bv^2 + Rr^2 \tag{1}$$

茲に	A は x 方向見掛質量	}	(2)
	B は y 方向見掛質量		
	R は z 軸の周りの見掛慣性能率		

を示す。然して原点は A と B の中心である。

物体自身の運動エネルギーは若し物体の慣性主軸が、前述の流体力学的慣性主軸と平行ならば重心に関して

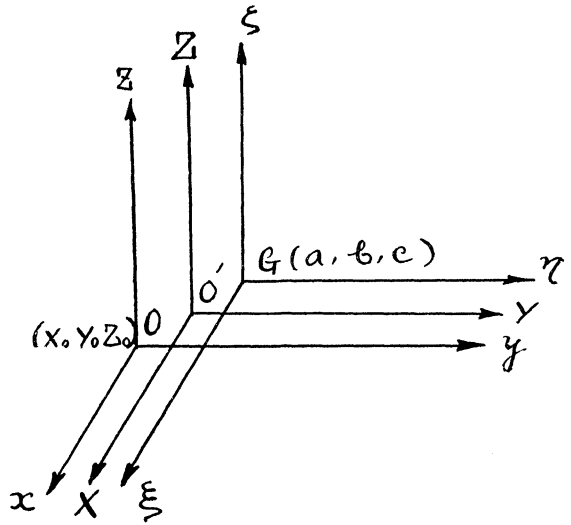
$$2 T_1 = m(v^2 + u^2) + I r^2 \tag{3}$$

今物体内に任意の点 O' を取り、 $O-x, y, z$ に平行に $O'-X, Y, Z$ を取る普通船の慣性主軸と流体内の並進方向即ち見掛質量の慣性主軸は平行であると考えて差支えないから、従つて之は $G-\xi, \eta, \zeta$ にも平行である。

O' 点が XY 方向に U, V, z の周りに Ω なる速度で運動すると

$$G \text{ 点では } \begin{cases} u = U - b\Omega \\ v = V + a\Omega \\ r = \Omega \end{cases}$$

$$O \text{ 点では } \begin{cases} u = U - Y_0\Omega \\ v = V + X_0\Omega \\ r = \Omega \end{cases}$$



第 2 図

従つて (1) と (3) より総運動エネルギーは

$$T = T_1 + T_2 M = \{(U - b\Omega)^2 + (V + a\Omega)^2\} + A(U - Y_0\Omega)^2 + B(V + X_0\Omega)^2 + I + R)(\Omega^2$$

物体の運動方程式は (Lamb, Hydrodynamics, §124 (1) 式) により

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial U} &= r \frac{\partial T}{\partial V} - q \frac{\partial T}{\partial W} + X, & \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial p} &= W \frac{\partial T}{\partial V} - V \frac{\partial T}{\partial W} + r \frac{\partial T}{\partial q} - q \frac{\partial T}{\partial r} + L \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial V} &= p \frac{\partial T}{\partial W} - r \frac{\partial T}{\partial V} + Y, & \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial q} &= U \frac{\partial T}{\partial W} - W \frac{\partial T}{\partial U} + p \frac{\partial T}{\partial r} - r \frac{\partial T}{\partial p} + M \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial W} &= q \frac{\partial T}{\partial U} - p \frac{\partial T}{\partial V} + Z, & \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial r} &= V \frac{\partial T}{\partial U} - U \frac{\partial T}{\partial V} + q \frac{\partial T}{\partial p} - p \frac{\partial T}{\partial q} + N \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

に代入する事により

$$\left. \begin{aligned} (A+m)\dot{U} - (AY_0+mb)\dot{\Omega} &= (B+m)V\Omega + (BX_0+ma)\Omega^2 + Fx \\ (B+m)\dot{V} - (BX_0+ma)\dot{\Omega} &= -(A+m)U\Omega + (AY_0+mb)\Omega^2 + Fy \\ (B+I+BX_0^2+AY_0^2+ma^2+mb^2)\dot{\Omega} &+ (AY_0+mb)\dot{U} - (BX_0+ma)V \\ &= (A+m-B-m)UV - (AY_0+mb)V\Omega - (BX_0+ma)U\Omega + N \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

(6) 式に於て

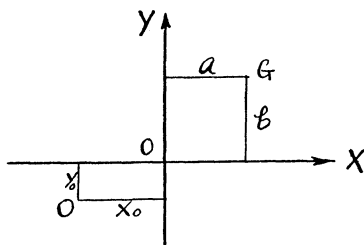
$$\begin{cases} AY_0+mb=0 \\ BX_0+ma=0 \end{cases} \quad (7)$$

と置く事により著しく簡単となる。

即ち X 方向に関しては G と O を m と B の逆比に分けた点 Y " " m と A " "

を原点とするわけで之が見掛の重心である。

重量配分が左右対称、即ち G が X 軸上にあるとして一般性を失わないから



第 3 図

$$\left. \begin{aligned} (A+m)\dot{U} &= (B+m)V\Omega + X \\ (B+m)\dot{V} &= -(A+m)U\Omega + Y \\ (I+ma^2+R+BX_0^2)\dot{\Omega} &= -(B-A)UV + N \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

(8) 式は真空中の運動方程式と型式は同様で、唯

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{重心の代りに} & \text{見掛重心を} \\ \text{質量の代り} & \text{質量+見掛質量} \\ \text{慣性能率の代り} & \text{慣性能率+見掛慣性能率} \end{array} \right.$$

考えたものである。

之より判る事は物体に $F=iF_x+jF_y$ なる力を加えると、瞬間の加速度は

$$A=iA_x+jA_y=i\left(\frac{F_x}{A+m}\right)+j\left(\frac{F_y}{B+m}\right)$$

となり A と B が等しくない時は加速度の方向は力の方向と一致しないわけである。

又 (8) 式中の $(B+m)V\Omega$, $-(A+m)U\Omega$ はそれぞれ遠心力の X, Y 成分であり, $-(B-A)UV$ は流線の不对称より生ずるモーメントで、翼型理論に於ける Blasius の第二公式

$$-\frac{1}{2}\rho\mathfrak{R}\oint_c\left(\frac{dw}{dz}\right)^2zdz \quad \begin{array}{l} w \cdots \cdots \text{複素速度ポテンシャル} \\ z \cdots \cdots \text{複素変数} \end{array}$$

で与えられるものと同一である。

X, Y 及び N は外力及び流体抵抗の合力で物体の囲りに、Circulation を生ずる場合はそれにより生ずる揚力も考慮しなければならない。

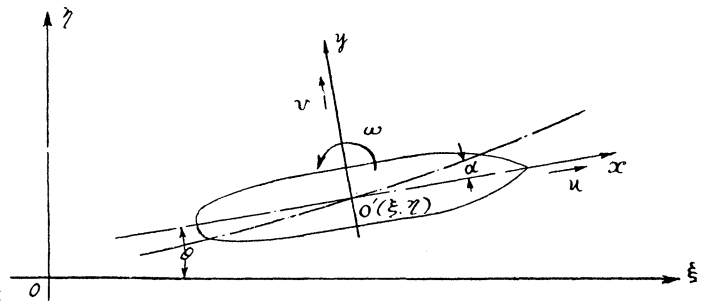
II. 航路安定性理論

II. 1 船の二次元運動に関する方程式

前章 (8) 式は理想流体中のものであるので、之を船に適用するに当つて次の仮定を設ける。

即ち造渦により流線が乱れるのと、船に附随して動く水がある為に見掛質量 A, B, R は一定でなく、速度の函数である。然し元々 (8) 式が運動エネルギーより導いた式であるから、見掛質量の時間的变化を準静的なものと見做せば、(8) 式に其時の速度に対する見掛質量の値を入れて其儘用いても差支えない。

- 今 $O'(\xi, \eta)$ ……船の見掛重心位置
- $O-\xi$ ……元の進行方向
- $O-\eta$ ……夫れに直角な方向
- O ……船が航路 $O-\xi$ より外れ始めた点
- $O'-x$ ……船の慣性主軸に平行な軸
- θ …… $O-\xi$ と $O-x$ の間の角即ち船の回転角



第 4 図

- u …… $O'-x$ 方向の速度
- v …… $O'-y$ 方向の速度
- ω ……回転角速度
- m ……船の質量
- I …… O' の周りの船の慣性モーメント
- A ……直進見掛質量
- B ……横進 "
- J ……回転見掛慣性モーメント
- X ……外力の x 成分
- Y ……外力の y 成分
- N ……外力のモーメント
- α …… O' の位置に於ける水流の迎角

とすると、前章 (8) 式より

$$\left. \begin{aligned} (A+m)\frac{du}{dt} &= (B+m)v\omega + X \\ (B+m)\frac{dv}{dt} &= -(A+m)u\omega + Y \\ (I+J)\frac{d\omega}{dt} &= -(B-A)uv + N \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

航路安定性を論ずる範囲では直進速力 u は一定なるものと考えてよいから、第一式は考えない事にする。式中の見掛質量 A, B, J の値は附録 (1) の結果を用いる。次に外力の成分に就て考えると

Y の成分 :

- (1) 船体の揚力……船体自身が aspect ratio の小さな巨大な翼の作用を為し揚力を生ずる。この揚力と遠心力が釣合つて船は旋回出来るのである。

附録 (2) の結果を用いると、

$$F_L \cos \alpha = -k_L u \left(v - \frac{L\omega}{4} \right) \quad (11)$$

- (2) 渦抵抗………附録 (3) の (3.8) 式を用いると、

$$F_e = -u \left\{ (K_1 + K_2 + K)v + (K_1 - K_2) \frac{L\omega}{2} \right\} \quad (12)$$

$\left\{ \begin{array}{l} K_1 \cdots \text{船首造渦係数} \\ K_2 \cdots \text{船尾造渦係数} \\ K \cdots \text{船体部} \end{array} \right.$

- (3) 舵の揚力………舵角 O_s でも船尾が振れる為に迎角を生じて揚力を生ずる。附録 4 (4.2) 式を用いると

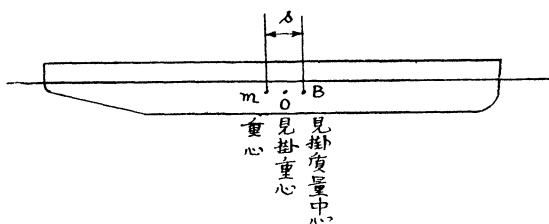
$$F_R \cos \alpha = -k_R u v + k_R \frac{L}{2} \omega \quad (13)$$

N の成分 :

- (1) 揚力のモーメント……船体全部の揚力の作用点は横見掛質量の中心に一致するから、見掛重心に対してモーメントを生ずる。

船の重心と横見掛質量の中心の距離を s とすると

$$Q_L = -k_L u \left(v - \frac{L\omega}{4} \right) \frac{sm}{m+B} \quad (14)$$



第 5 図

- (2) 渦抵抗のモーメント……附録 3 の (3.9) 式を用いて

$$Q_e = -uL \left\{ (K_1 - K_2) \frac{v}{2} + \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{3} \right) \frac{\omega L}{4} \right\} \quad (15)$$

- (3) 舵の揚力によるモーメント

$$F_R \cos \overline{O'R} = k_R u \overline{OR} \left(v - \frac{L}{2} \omega \right) \quad (16)$$

\overline{OR} 舵の直圧力中心と O' の間の距離

以上の力の成分を (9) 式に代入すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= k_1 u' v' + k_2 u' \omega' \\ \frac{d\omega}{dt} &= f_1 u' v' + f_2 u' \omega' \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

係数は

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= -\frac{k_L + k_R + (K_1 + K_2 + K)L}{B+m} \\ k_2 &= -\frac{A+m + \frac{k_L L}{4} - \frac{k_R L}{2} + (K_1 + K_2) \frac{L}{2}}{B+m} \\ f_1 &= \frac{A-B - \frac{ms}{m+B} k_L + k_R \overline{OR} - (K_1 - K_2) \frac{L}{2}}{I+J} \\ f_2 &= \frac{\frac{ms}{m+B} \frac{1}{4} k_L - \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{3} \right) \frac{L^2}{4} - \frac{\overline{OR} L}{2} k_R}{I+J} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

u', v', ω' は u, v, ω を Froude の相似則が成立するものとして無次元化するもの

$$\left. \begin{aligned} u' &= \frac{u}{V\sqrt{L}} \\ v' &= \frac{v}{\sqrt{L}} \\ \omega' &= \omega V\sqrt{L} \end{aligned} \right\} \quad (17')$$

II. 2 静的安定性

船が何等かの原因で航路より突然角 θ 丈回転した時、船体に加わる回転偶力の偏角に対する増加率を静的安定性と考えるならば

(17) 式第二式より回転偶力 Q は (第 6 図)

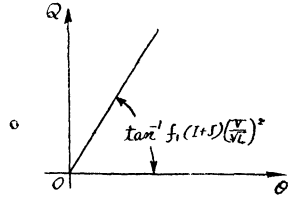
$$\begin{aligned} Q &= f_1 (I+J) u' v' \\ \left\{ \begin{aligned} u' &= V \cos \theta \doteq V' & (V' = \frac{V}{\sqrt{L}}) \\ v' &= -V \sin \theta \doteq -V'\theta \\ \omega &= 0 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\therefore Q = -f_1 (I+J) V'^2 \theta$$

$$\text{静的安定度} = \frac{dQ}{d\theta} = -f_1 (I+J) V'^2 = -f_1 (I+J) \left(\frac{V}{\sqrt{L}} \right)^2 \quad (19)$$



第 6 図



第 7 図

普通の船では f_1 は負であり、静的安定度は常に正即ち不安定である。 $f_1(I+J)$ の絶対値が大なる程不安定度が大きい事になる。然して前進速度の二乗に比例する事が判る。

II. 3 運動方程式の解及動的安定性

(17) 式の解は

$$v' = c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} \quad (21)$$

$$\omega' = ac_1 e^{\lambda_1 t} + bc_2 e^{\lambda_2 t} \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 = \frac{-q_1 + \sqrt{q_1^2 - 4q_2}}{2} \\ \lambda_2 = \frac{-q_1 - \sqrt{q_1^2 - 4q_2}}{2} \end{array} \right\} \quad (22)$$

$$\left. \begin{array}{l} q_1 = -(k_1 + f_2) \times u \\ q_2 = (k_1 f_2 - k_2 f_1) \times u'^2 \end{array} \right\} \quad (20)$$

$$\left. \begin{array}{l} a = \frac{\lambda_1 - k_1 u'}{k_2 u'} \\ b = \frac{\lambda_2 - k_1 u'}{k_2 u'} \end{array} \right\} \quad (24)$$

c_1 及び c_2 は初期条件より

$$\left\{ \begin{array}{l} c_1 + c_2 = v_0' \\ \omega_0' = ac_1 + bc_2 \end{array} \right\} \quad (25)$$

回転角

$$\theta = \int_0^t \omega dt = \frac{ac_1}{\lambda_1} e^{\lambda_1 t} + \frac{bc_2}{\lambda_2} e^{\lambda_2 t} + c' \quad (26)$$

$$c' = \theta_0 - \frac{ac_1}{\lambda_1} - \frac{bc_2}{\lambda_2} \quad (27)$$

漂流距離

$$\begin{aligned} \eta &= \int_0^t (v' + u'\theta) dt \\ &= c' u' t + \left(\frac{e_1}{\lambda_1} + \frac{au'c_1}{\lambda_1^2} \right) e^{\lambda_1 t} + \left(\frac{c_2}{\lambda_2} + \frac{bc_2 u'}{\lambda_2^2} \right) e^{\lambda_2 t} + c'' \end{aligned} \quad (28)$$

c'' は初期条件より

$$c'' = \eta_0 - \left(\frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{ac_1 u'}{\lambda_1^2} \right) - \left(\frac{c_2}{\lambda_2} + \frac{bc_2 u'}{\lambda_2^2} \right) \quad (29)$$

元の航路方向の進行距離

$$\xi = u' t \quad (30)$$

以上 (21)~(30) 式によつて船が何等かの原因で航路を外れ初めてより t 時間後に於ける漂流速度 v 、漂流距離 η 、廻転角速度 ω 、回転角 θ が求められる。

(21), (23) 式を見ると e の指数 λ_1, λ_2 は船の安定性を支配し、

i) λ_1, λ_2 が複素数即ち

$$q_1^2 - 4q_2 < 0$$

ならば v, ω は週期的であり安定である。

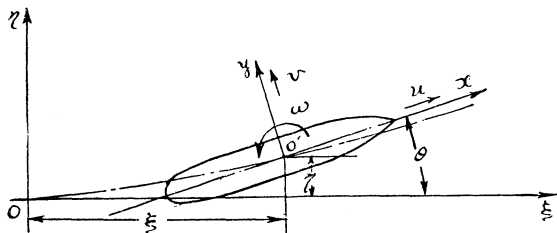
ii) $q_1^2 - 4q_2 > 0$ の時は v, ω 共に非週期的であるが、 $q_2 > 0$ ならば λ_1, λ_2 は共に負で減衰性を有する故に

安定である。

iii) $q_2 < 0$ ならば λ_1, λ_2 の何れか一方が正となり, v, ω 共に時間が経つにつれて増大する一方であり, 不安定である。

結局,

$$\left. \begin{aligned} & q_1^2 - 4q_2 < 0 \quad \text{安定 (週期的)} \\ & q_1^2 - 4q_2 > 0, \quad q_2 > 0 \quad \text{安定 (非週期的)} \\ & q_1^2 - 8q_2 < 0, \quad q_2 < 0 \quad \text{不安定} \end{aligned} \right\} (31)$$



第 8 図

又 (20), (22) 両式より分る様に λ_1, λ_2 は前進速度 u' に比例する。即ち $\lambda_1/u', \lambda_2/u'$ なる比を取れば速度如何に拘らず一つの船型につき常数となる。

又之より動的安定度は前進速度に正比例し, 速力が大となれば安定船は益々安定となるに反し, 不安定船は益々不安定となるわけである。

i) の場合は船には先ず無い。

ii) が普通であり,

iii) の場合も船尾 cut-up の大なるものに有り得る。实例に就き第三章に示す。

II. 4 不平衡外力が働く場合

以上に述べたのは外力として水より受ける様々の力のみを考えたが, 次に之等の力以外に波の衝撃力とか推進器の不平衡による偶力とかが働く場合を取扱う。但し前進速度の減衰は起らぬものとする。

$$\left. \begin{aligned} & \text{外力の } y \text{ 成分} \quad P \quad b = P/m + B \\ & \text{外力のモーメント} \quad N \quad n = N/I + J \end{aligned} \right\} \text{とすると}$$

(17) 式は

$$\left. \begin{aligned} v' &= k_1 u' v' + k_2 u' \omega' + p \\ \omega' &= f_1 u' v' + f_2 u' \omega' + n \end{aligned} \right\} (19')$$

$$\text{解は } \left. \begin{aligned} v' &= c_1 e^{\lambda_1 t} + c_2 e^{\lambda_2 t} + D \\ \omega' &= a c_1 e^{\lambda_1 t} + b c_2 e^{\lambda_2 t} - \left(\frac{p}{k_2 u'} + \frac{k_1}{k_2} D \right) \end{aligned} \right\} (32)$$

$$D = \frac{u'}{q_2} (k_2 n - f_2 p) + \frac{p}{q_2}$$

c_1, c_2 は初期条件より

$$c_1 + c_2 = v_0' - D$$

$$a c_1 + b c_2 = \omega_0' + \frac{p}{k_2 u'} + \frac{k_1}{k_2} D$$

$$\theta = \int_0^t \omega dt = \frac{a c_1}{\lambda_1} e^{\lambda_1 t} + \frac{b c_2}{\lambda_2} e^{\lambda_2 t} - \left(\frac{p}{k_2 u'} + \frac{k_1}{k_2} D \right) t + c' \quad (33)$$

$$\eta = \int_0^t (v' + \theta u') dt = \alpha e^{\lambda_1 t} + \beta e^{\lambda_2 t} - \left(\frac{p}{k_2 u'} + \frac{k_1}{k_2} D \right) \frac{u'}{2} t^2 + (c' u' + D) t + c'' \quad (34)$$

$$\alpha = \frac{c_1}{\lambda_1} + \frac{a u' c'}{\lambda_1^2}$$

$$\beta = \frac{c_2}{\lambda_2} + \frac{b c_2 u'}{\lambda_2^2}$$

III. 船首尾形状が航路安定性に及ぼす影響

II の結果を用い船首尾の cut-up の大きさが安定性にどの様な影響を与えるかを, 4つの船型に就き数值計算を行う。4種の船型の母型として赤崎博士*が巡回見掛質量の系統的研究に用いた模型中 S II₃₁₃ を用いる。

同模型の要目次の通り (単位は総て m·kg·sec.)

* 造船協会会報 第 69 号

$L/B=8.0$	$C_b=0.6210$
$L/d=21.053$	$C_p=0.6706$
$B_{rn}/d=2.632$	$C_{\infty}=0.9261$
$l/L=0.1955$	$C_{\omega}=0.6880$
$M/L^3=0.3852$	$C_t=0.6694$
$K_m/L=0.2325$	$C_t=0.9278$
	$D/d^3=34.400$

会報 71 号赤崎博士の旋回抵抗の図表より

$$\frac{\mathcal{M}}{L^3}=2.80 \quad \frac{\mathcal{K}}{L}=0.211 \quad H/l=0.058$$

従つて本論文附録 3 (3.3) 式によつて

$$Q_1 = \frac{1}{2} \mathcal{M} \left\{ \mathcal{K}^2 + \left(\frac{L}{2} - H \right)^2 \right\} \omega^2 + \frac{1}{2} M \left(K^2 + \frac{L^2}{4} \right) \omega^2 = 0.3950 L^5 \omega^2$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} \mathcal{M} \left\{ \mathcal{K}^2 + \left(\frac{L}{2} + H \right)^2 \right\} \omega^2 + \frac{1}{2} M \left(K^2 + \frac{L^2}{4} \right) \omega^2 = 0.5571 L^5 \omega^2$$

$$Q_{\infty} = \frac{1}{2} \mathcal{M} (\mathcal{K}^2 + H^2) + \frac{1}{2} MK^2 = 0.0775 L^5 \omega^2$$

造渦係数

$$K_1 = 0.2250 L^2 \quad K_2 = 0.0629 L^2 \quad K = 1.3284 L^2$$

を得る。

此の S II₃₁₃ を母型として次の4種の船型を考える。但し排水量肥瘠係数, L/B , L/d , B/d 等是不変とし, 単に cut-up の位置のみ変化すると考える。

模型の諸係数を次の如く定める。

縦方向見掛質量 $A=0.1 m$ (m ...船の質量)

横 " $B=1.1 m$

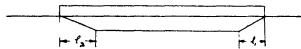
回転見掛慣性力率 $J=I$ (I ...船の慣性力率)

揚力係数 附録 (2.7) 式より

$$k_L = k \cdot \pi \rho L d C \quad k = \frac{4cb}{\pi} \frac{B_{rn}}{L}$$

舵揚力係数

$$k_R = 58.8 A_R \quad A_R (\text{舵面積}) = L \times d \times C_t / 60$$



第-表

船 型	S-1	S-2	S-3	S-4
Cut-up				
r_1/L	0	0	0.1995	0.1995
r_2/L	0.1995	0	0	0.1995
K/L^2	1.328	1.328	1.328	1.328
造渦係数 k_1/L^2	0.225	0.225	0.0629	0.0629
k_2/L^2	0.0629	0.225	0.225	0.0629
L/B	8.000	"	"	"
B/d	2.632	"	"	"
L/d	21.053	"	"	"
C_b	0.6210	"	"	"
C_p	0.6706	"	"	"
C_{ω}	0.6880	"	"	"
C_{∞}	0.9261	"	"	"
C_t	0.6694	"	"	"
C_d	0.9278	"	"	"
D/d^3	34.40	"	"	"
質量 m/L^3	0.3852	"	"	"
慣性力率 I/L^5	0.024075	"	"	"

造渦抵抗…附録 3 (3·8), (3·9) 式を用い $\epsilon=3$ とする。

船体の重心は何れも Δ にあるものとする。

揚力中心は横見掛質量 B の中心と一致するものとする。

以上の仮定を入れて (第 1 表に示す) 4 種の模型の係数を求める。(第 2 表) はその係数の値である。又各船につき第二章 (17) 式の係数を計算すると (第 3 表) の如くなる。

第 2 表

船	型	S·1	S·2	S·3	S·4
縦方向見掛質量	A/L^3	0.03852	0.03852	0.03852	0.03852
横方向 "	B/L^3	0.42371	0.45702	0.42374	0.39101
回転 "	J/L^5	0.024075	0.02954	0.024075	0.02172
揚力係数	k_L/L^2	0.78035	0.84152	0.78035	0.71901
舵 "	k_R/L^2	0.04655	0.04655	0.04655	0.04655
	$\frac{m}{m+B} \frac{s}{L}$	+0.04	0	-0.04	0

第 3 表

k_1	-3.01989	-3.16559	-3.01989	-2.85925
k_2	-0.91415	-0.99240	-0.91415	-0.82848
f_1	-10.81514	-8.23909	-6.14155	-0.82848
k_2	-3.14765	-3.94498	-3.71358	-2.84874

第 4 表

	S. 1	S. 1	S. 3	S. 4
$-f_1(I+J)\left(\frac{V}{\sqrt{L}}\right)^2$	0.1875	0.1590	0.09942	0.1353
安定順位	4	3	1	2

第 5 表

q_1	3.7005	4.2663	4.0401	3.4248
q_2	-0.1372	1.5522	2.0128	0.4849
λ_1	0.03637	-0.4016	-0.5821	-0.1480
λ_2	-0.7369	-3.8647	-3.4580	-3.2768
動的安定性	不安定	安定	安定	安定
安定順位	4	2	1	3

III. 1 静的安定性

前章 (29) 式に従つて静的安定度を求めると (第 4 表) の如くなる。前進速度 $V/\sqrt{L}=0.6$ とする。

III. 2 動的安定性

(20)~(25) 式の諸係数を計算すると (第 5 表) の如くなる。

2. 1 初期偏角を与えた後の航路

或る瞬間に突然元の航路より θ 丈傾いて斜行を始めた場合、それ以後の経路を前章 (20)~(31) 式に従つて計算する。初期条件として $t=0$ に於て

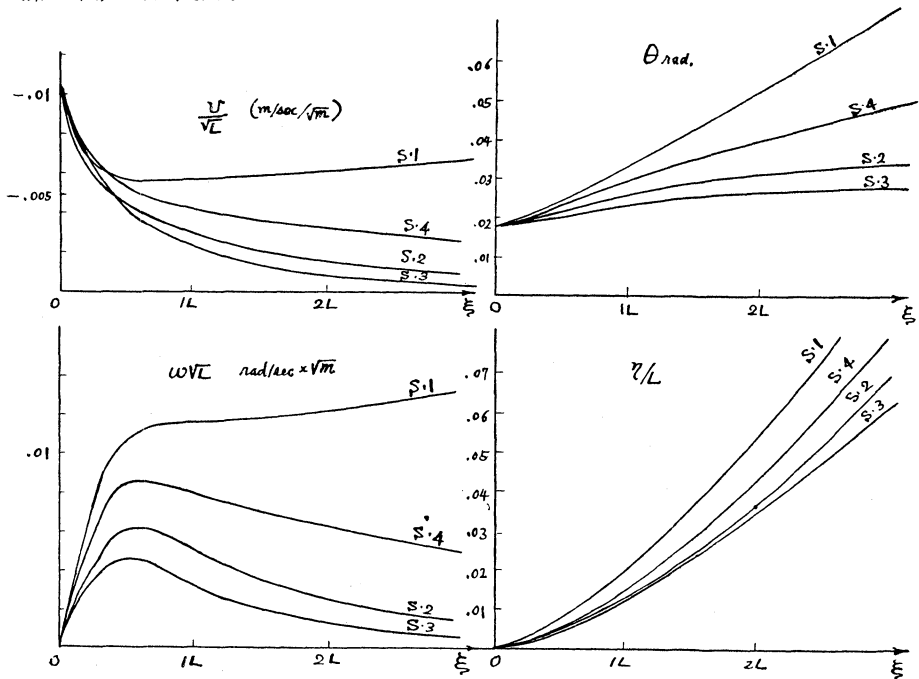
$$\text{初期偏角} = 1^\circ = 0.01745 \text{ rad.}$$

$$\text{初期漂流速度} \quad v_0' = -0.01047$$

$$\text{初期角速度} \quad \omega_0' = 0$$

$$\text{前進速度} \quad u' = u/\sqrt{L} = 0.6 \left(\frac{\text{m/sec}}{\sqrt{\text{m}}} \right)$$

(21)~(31)式を用いて相対時間 $t\sqrt{L}=1, 2, 3, 4, 5$ に於ける速度 v , 角速度 ω , 回転角 θ , 漂流距離 η を求めると (第13図) の如くなる。

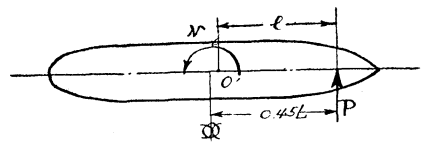


第 13 図

第13図の結果を見ると漂流速度 v は cut-up の少い S.2 が最も早く damp し、後は S.3, S.4, S.1 の順である。 $v/u=\alpha$ (迎角) であるから、 v の大小は船体中心に於ける迎角の大小を意味し、之は流体圧による偶力の大小を左右する。従つて S.2 は静的安定度が S.4 に比し劣つているにも拘らず角速度は S.4 より少く、航路よりの外れ方も少い。角速度 ω 及び回転角は動的安定度の順位通り S.3 が最も少く S.1 が最も大である。何れの場合も安定なる S.2, S.3, S.4 は減衰性を有し、不安定の S.1 のみ増大の一途を示している。

2.2 波により船首に衝撃を受ける場合

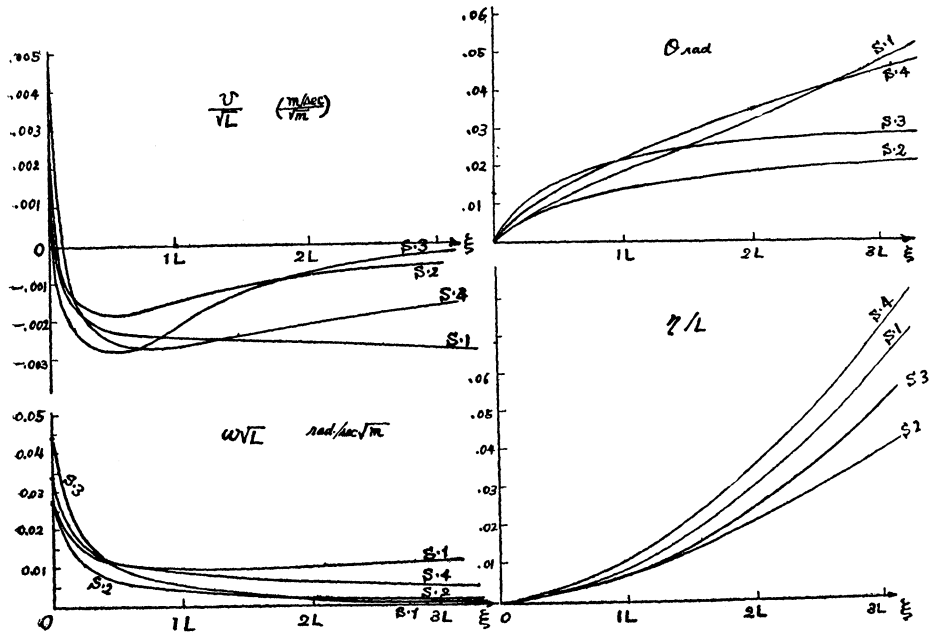
航路を直進中船首を横に衝撃された場合の運動を取扱う。図前方 $0.45L$ の所を衝撃するものとし、衝撃力の強さ P は排水重量の $1/100$, 継続時間は $t\sqrt{L}=0.1$ とする。この時間中の変位は小さいものとして省略し、衝撃終了時の速度を初期値とする。第二章 (32式) によつて衝撃直後の速度、角速度を求めると次の如くなる。(第11表)



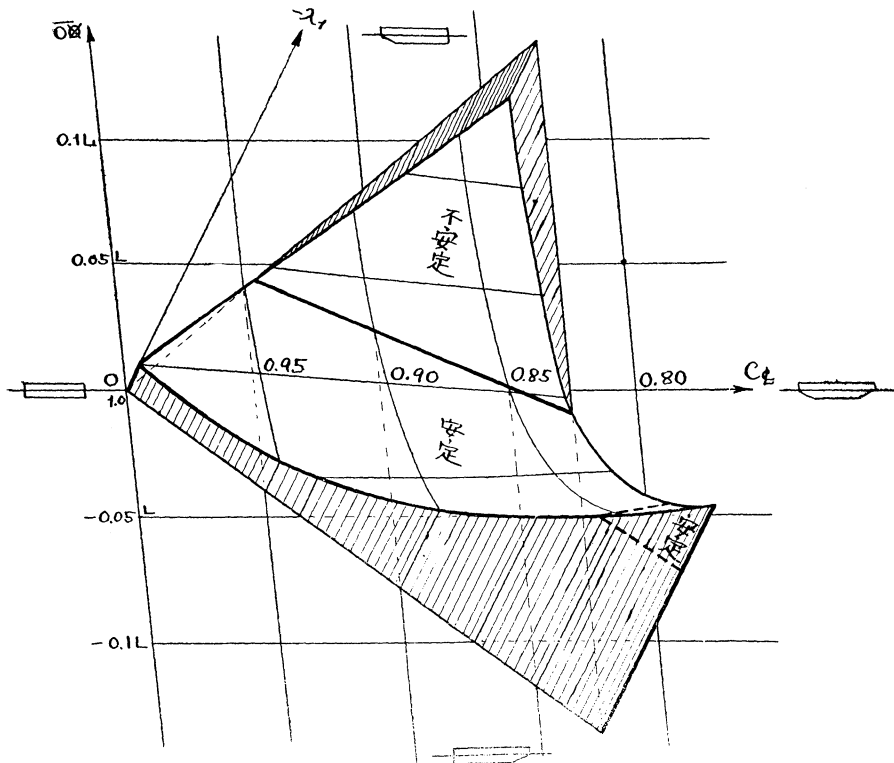
第 12 図

第 11 表

船 型	S・1	S・2	S・3	S・4
P	0.0466	0.0466	0.0466	0.0466
$p=P/m+B$	0.04666	0.04484	0.04666	0.04863
l/L	0.41	0.45	0.49	0.45
N				
$n=N/I+J$	0.3214	0.3166	0.3842	0.3709
a	-3.3698	-2.5153	-2.2423	-3.1535
b	3.5095	3.3007	3.0011	3.1408
v_0'	0.003510	0.003280	0.005110	0.003361
ω_0'	0.02798	0.02735	0.04372	0.03316



第 14 図



第 15 図

(第11表)より判る様に船首 cut-up を有する S. 3 型は静的, 動的に最も安定なるに拘らず衝撃による回転速度は最も早く, 不安定であるべき S.1 は S.2 と共に最も回転しない。即ち S.1 型は船首を波で叩かれる様な場合には最もよろよろするわけである。

(第11表)の初期値を用いて, 其以後の運動を計算すると(第14図)の如くなる。

(第14図)を見ると, 最初速く回転した S.3 型は直ちに damp して一定方向に落ち着き, 最初回転し難かつた S.1 は徐々に速度を増大して航路より外れて行く事が判る。

又 v が正より負に移る点では船体中心に於ける迎角が正より負に変ずる点で, それ迄回転を抑制する方向に働いていた流体圧の偶力がこの点を境として回転を助長する様な方向に働くわけである。

尚, 第二章の(31)式に示した様に e の指数 λ_1 が正の時は不安定, 負の時は準安定で絶対値が大きくなる程安定となり, λ_1 が虚数となれば安定である。(第15図)には cut-up と λ_1 の関係を示す。

(第15図)に於て, 垂直軸に $-\lambda_1$ を取り, 縦軸に船の中央と水線下面積の中心との距離 \overline{OX} を取り, 横軸に縦断面積比 $C_r = \text{水線下面積} / \text{長} \times \text{吃水}$ を取つてある。従つて $C_r = 1$ は cut-up 無き時で C_r の値が減れば cut-up が大きくなる事を示す。又 \overline{OX} が正ならば船尾 cut-up の方が大なるわけで, \overline{OX} が負ならば船首に cut-up を有する。

(第15図)を見ると同じ程度の cut-up でも船首にあるのと船尾にあるのとで安定度が非常に異なる事が分る。

又, 船の肥瘠度によつてこの曲線も変つて来るわけであるが, 今は造波抵抗の偶力を考えていない為に肥瘠度による変化は考えない事とする。従つて第15図は同一肥瘠係数を有する船についての図となるわけである。

結 論

本論文で判明した処を纏めて見ると

1) 船が水面で運動する際に回転運動として yawing のみ考える時は見掛の重心とも呼ぶべきものが存在し, 重心の運動と, 其の周りの回転運動とに分けて考えられる。そしてそれは船自体の重心と, 横方向の見掛質量の中心の間を各質量の逆比に内分せる点である。

2) 船が yawing のみならず, pitching, rolling を伴う場合には見掛重心は一定せず, 重心の運動及びその周りの回転運動に分けて考える事が出来ない。

3) 船は一般に静的不安定である。即ち進行中にわずかに向きをかえられると航路より外れる。又動的には安定なもの不安定なものがあり, 安定なものは外力により一旦航路より外れても外力を取去れば何時かは一定方向に向うに反し, 不安定船は外れる一方である。

4) 静的安定度は前進速度の二乗に比例し, 動的安定度 °即ち回転, 漂流速度の減衰率は速度の一乗に比例する。即ち安定な船は速い程安定度が高く, 不安定船は速い程不安定となる。

5) 航路安定性に影響を及ぼす因子としては,

i) 船体に働く流体力の偏力 (lateral force) 及び其のモーメント, ii) 造波, iii) 造渦, iv) 摩擦各抵抗の横成分及びモーメント, v) 舵の揚力, vi) 船の質量及び重心の周りの慣性能率であり, i) は不安定, ii) 不安定 iii), iv) 安定, v) 安定, vi) 安定の方向へ作用する。

6) 同一肥瘠度の船では, 水面下縦断面積の中心が後に寄つたもの程安定である。即ち船首に cut-up を有するものは船尾に cut-up を有するものより安定である。又, 面積中心が同一位置にあるものでは, 縦断面積の大きいもの程安定である。(本文第15図参照)

7) 船首に cut-up を有するものは静的, 動的に安定度が高いが, 船首を波等に叩かれると一番廻転し易い。船尾に cut-up を有するものは静的, 動的共に不安定であるが, 船首を叩かれても廻転し難い。

附 録. 1

船体の見掛質量及び流体圧に因るモーメント: 本文式(8)の運動方程式に見掛質量 A, B, R が出て来るので茲にその性質を調べる。

理想流体中に於ては速度ポテンシャル ϕ は速度, u, v , 回転速度 ω の一次関数で表わされ,

$$\phi = \phi_1 u + \phi_2 v + \chi_3 \omega \quad (1.1)$$

今物体が非定常運動を行うとすると, 定常運動の時に比して新たに $p = \rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$ なる圧力を流体中に生じ其の

合力は物体に抵抗を与える。

物体が x 方向に速度 u を以て直進する時に、この抵抗は

$$F_x = -\rho \iint \frac{\partial \phi}{\partial t} l \cdot dS = -\rho \iint \phi_1 \frac{du}{dt} \cdot l dS \quad (1.4)$$

$dS \cdots \cdots$ 面積素分

従つて $-\rho \iint \phi_1 l dS = A$ と置くと

$$F_x = A \frac{du}{dt} \quad (1.5)$$

即ち、この抵抗は加速度に比例し、比例係数 A である。換言すれば質量が A だけ増加した事になる。即ち、 A は x 方向の見掛質量である。

同様に y 方向に対しても

$$F_y = B \frac{dv}{dt}, \quad B = -\rho \iint \phi_2 m dS$$

B は y 方向の見掛質量

廻転に対して

$$N = R \frac{d\omega}{dt}, \quad R = -\rho \iint \chi_3 (ly - mx) dS$$

$l \cdot m$ 表面の方向余弦

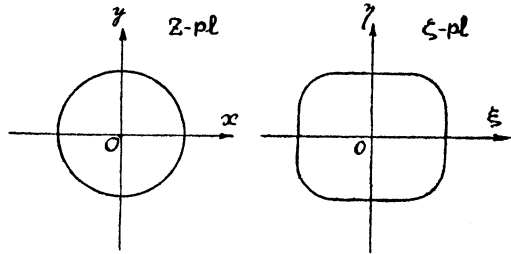
然して同時に u, v, ω なる速度を以て運動する時の運動方程式は本文 (8) 式となる。

1.1 横見掛質量 B の値

$$B = -\rho \iint \phi_2 m dS$$

であるが、この積分は特殊の形以外は積分出来ないの
で、船を数個に等分し、各 section の形の見掛質量を
求めて之を縦方向に simpson 法則により積分する方
法を取る。即ち、F. M. Levis が 1926 年に発表せる
方法である。

z -平面上の単位円を $\zeta = z + \frac{a}{z} + \frac{b}{z^3}$ なる函数に
より ξ -平面に写像すると ξ -平面上の図形は



第 1.1 図

$$\xi = \{(1+a) \cos \theta + b \cos 3\theta\} \frac{B_m/2}{1+a+b}$$

$$\eta = \{(1+a) \sin \theta - b \sin 3\theta\} \frac{d}{1-a+b}$$

但し $B_m \cdots \cdots$ section の幅、 $d \cdots \cdots$ 船の吃水

この section 形が ξ 方向に動く時の見掛質量は半分について

$$\delta B = \frac{\pi}{2} \rho d^2 \frac{(1-a)^2 + 3b^2}{(1-a+b)^2}$$

水流は船体に直角なものと考えて之を縦方向に積分すればよい。この方法の精度を調べる為に回転楕円体の理論値とこの方法による値とを比較して見ると、

$$L/B_m = 7.5 \text{ として}$$

理論値 $B/m = 0.939$

計算値 $B/m = 1.004$

故に之より前後の尖つた船型には十分適用出来る。

計算に用いる線図は (第 1.1 表) に示す 5 種で、何れも water-line の形を円の等角写像により求め、それを縦方向に十等分して各部分の幅に合う様に前記の section の形を定める。

(第 1.1 表) の船型に就き上述の方法で、見掛質量 B の値を求めると (第 1.2 表) の如くなる。

第 1.1 表

船 型	A	B	C	D	E	F
Water-Line 函数	$\zeta = z + \frac{a}{z} + \frac{b}{z^3}$	$\zeta = z + \frac{a}{z} + \frac{b}{z^3} + \frac{c}{z^5}$	$\zeta = z + \frac{a}{z}$	Dに同じ	同 左	同 左
船首尾 Cusp の有無	無	有	無	有	有	有
L/B_m	7.5	7.5	7.0	5.0	10.0	7.5
B_m/d	2.4	2.4	2.0	2.4	2.4	2.4
C_b	0.6122	0.6531	0.5239	0.6112	0.6500	0.5981
C_p	0.6407	0.6835	0.6667	0.6397	0.6803	0.6371
C_{Σ}	0.9555	0.9546	0.7854	0.9555	0.9555	0.9388
C_w	0.7098	0.7065		0.6631	0.7156	0.7065

第 1.2 表 横方向見掛質量の値

船 型	A	B	C	D	E	F
B/船の質量	1.219	1.194	1.000	1.225	1.198	1.198

第 1.4 表 縦方向見掛質量の値

船 型	A	B	C	D	E	F
写 像 函 数	第 1.1 表 に 同 じ					
A/船の質量 (計算)	0.1226	0.1407	0.1335	0.1609	0.1053	0.1356
" (理論)		—	0.0323	—	—	—

(第 1.2 表) の結果を見ると大体 $B/m=1.2$ と見做してよい。

1.2 縦方向見掛質量

縦方向の見掛質量に就ては赤崎博士の論文があり、計算の必要がないが、同論文では速力 O の附近即ち理想流体の流れに近い部分で見掛質量が O に集つているので、理想流体中の値を検討する為に水流は water-line に平行であるとの仮定を設けて、上記 5 船型につき water-line の形を円の等角写像より求め上下方向に積分して求めて見ると (第 1.4 表) の如くなる。

回転楕円体に於ける理論値と計算値は非常な差があるのは、水流が回転楕円体の如く C_{Σ} の小さな形では water-line に平行でない事を示す。他の C_{Σ} の大きな船型では之よりも理論値に近いものと思われる。

1.3 回転見掛慣性

慣性能率の増加は 1.1 で求めた各 section の横見掛質量に中心よりの lever を掛けて積分して近似的に求める事が出来る。回転楕円体で理論値と比較すると、

$$L/B_m = 7.5 \quad \text{理論値 } R/I = 0.823$$

$$\text{計算値 } R/I = 1.000$$

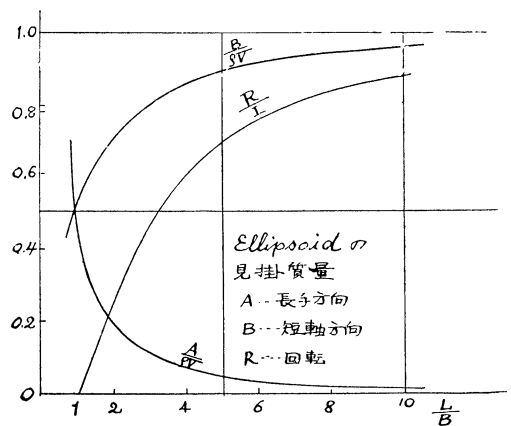
回転楕円体の理論値と計算値の開きを考慮に入れて

$$R/I \approx 1.0 \text{ 程度と考えられる。}$$

$I \dots$ 船の形の慣性能率

尚上の値は或一定の L/B_m に就ての値であり、 L/B_m が変ると変化するが、その変化の具合は ellipsoid の理論値 (第 1.2 図) と大体同一傾向と見てよい。

又速度が変化すると wake の為に見掛質量の値が変つて来るが、本問題では漂流及び回転の速度は小さいから理想流体の時の値を用い、前進方向のみ実験値を用い



第 1.2 図

る。

1.4 流線の非対称に因るモーメント

本章(9)式に示す如く流体圧の合力としてモーメントが働き、その量は $(B-A)uv$ である。

1.1, 1.2 の結果を用いればこの値が推定出来るわけである。この様にして求めたモーメントと翼型実験に於ける値とを比較する為に圧力中心と翼弦中点の距離を

$$0.3(1 - \sin \theta) \quad \theta \dots \text{迎角}$$

とし、

$$C_{m0} \frac{\text{moment}}{\frac{1}{2} \rho u^2 L^2 d}$$
 を求めると

$$C_{m0} = C_n \times 0.3(1 - \sin \theta)$$

$C_n \dots$ normal force constant.

Z. A. M. M. 1933 に Bolley の示した種々の aspect ratio に対する C_n の値より、この C_{m0} の値を求めて A, B, C, D, E, F 各船型と比較すると(第1.3図)の如くなる。但し船の aspect ratio としては水面に対する鏡像を考へて d/L の2倍を取る。

第1.3図に於て迎角の小さな所で計算値が大きいのは、実験では翼後端の渦抵抗が逆方向のモーメントを生ずる為であると思われる。

尚この moment の大きさを実船大に換算して見ると、 $L=100\text{m}$, $u=10\text{kts}$, 迎角 $\theta=1^\circ$ として(第1.5表)の如くなる。

第 1.5 表

船 型	A	B	C	D	E	F
偶 力 (m-t)	235	243	201	516	141	224

1.5 旋回中のモーメント

今船が旋回半径 ρ 軸位置より前方 l にて旋回運動を為しつつある場合に、このモーメントを求めて見ると旋回角速度を ω とすると

$$\left. \begin{aligned} u &= \rho\omega \\ v &= l\omega \end{aligned} \right\} \text{なる故}$$

$$\text{回転偶力} = (A - B) \rho l \omega^2$$

之で見ると ρ, ω^2 共に正であるから、 l が正即ち軸がより前方にある時はこの偶力は旋回を助ける方に働き、 l が負即ち軸がより後方にある時は偶力は旋回を妨げる方向に働く事が分る。後者は船首に舵を有する場合である。

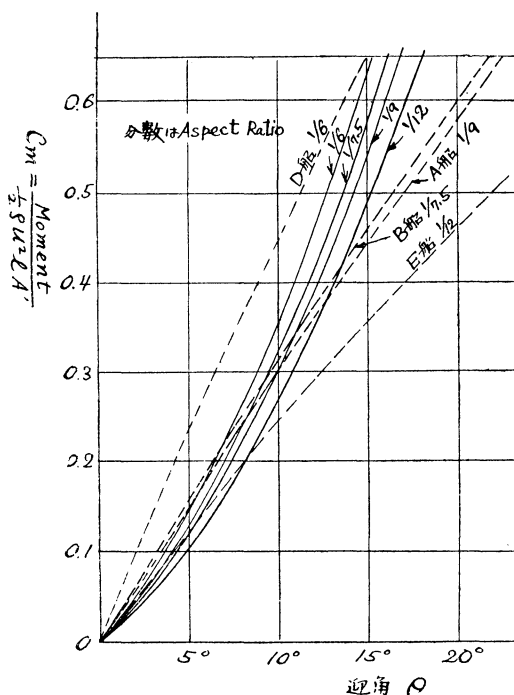
附録 2, 船体全部の揚力

船体自身が aspect ratio の小さな一つの巨大な翼として流体圧を受け揚力を生ずる筈である。

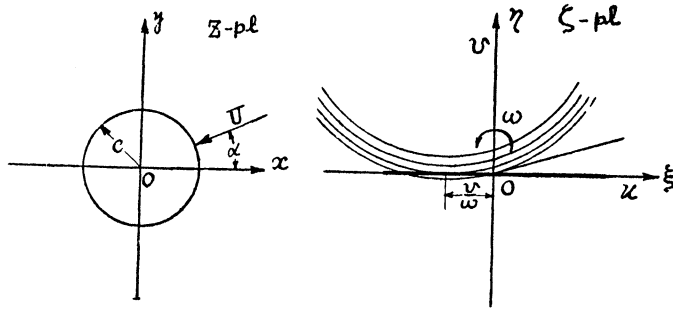
今船が前進速度 u , 漂流速度 v 廻転速度 ω で運動する際の揚力の性質を求める為に船を平板翼として考へ、第 2.1 図に於て z 平面に於ける半径 c なる円を

$$\zeta = z + \frac{c^2}{z} \quad (2.1)$$

なる Joukowski 変換によつて ζ 平面に span $4c$ なる平板として写像する。 α なる迎角で水流が当たる時の複素速度ポテンシャルは、



第 1.3 図



第 2.1 図

$$w_1 = -U \left(z + e^{i\alpha} + \frac{c^2 e^{-i\alpha}}{z} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi i} \log z$$

Γ は不定の circulation である。

$$U = \sqrt{u^2 + v^2}$$

次にこの平板が角速度 ω で廻転する時の複素速度ポテンシャルは

$$\frac{\partial \psi}{\partial s} = \omega r \frac{dr}{ds} \quad \psi = \frac{1}{2} \omega r^2 + \text{const}$$

(Lamb, Hydrodynamics §72 p. 87)

なる boundary condition より

$$w_2 = i \frac{c^4 \omega}{z^2} \dots$$

従つて全体の複素速度ポテンシャルは

$$w = w_1 + w_2 = -U \left(z + e^{i\alpha} + \frac{c^2 e^{-i\alpha}}{z} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi i} \log z + i \frac{c^4 \omega}{z^2} \tag{2.3}$$

板の後端にて速度有限と云う Joukowski の仮定を用いれば

$$\frac{dw}{dz} = -U \left(e^{i\alpha} - \frac{c^2 e^{-i\alpha}}{z^2} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi i z} - \frac{2ic^4 \omega}{z^3} = 0 \tag{2.4}$$

(2.4) より

$$\Gamma = 4\pi c(U \sin \alpha - c\omega)$$

従つて Kutta-Joukowski の定理より

$$\text{揚力 } F_L = \rho \Gamma U = -4\pi c \rho U(U \sin \alpha - c\omega) \tag{2.6}$$

以上は深さ ∞ の平板の単位深さについての結果なる故、aspect ratio に対する補正係数を k とし、船の浮水 d とすると、 $4c = L$ (船長) より

$$F_L = -k\pi\rho L d U \left(U \sin \alpha - \frac{L}{4} \omega \right)$$

揚力の y component は $F_L \cos \alpha = F_L \frac{u}{U}$, $V \sin \alpha = v$ なる故、

$$F_L \cos \alpha = -k\pi\rho L d u \left(v - \frac{L}{4} \omega \right) \tag{2.7}$$

又、流体圧の合モーメントは Blasius の第二公式より

$$\begin{aligned} M &= -\frac{1}{2} \rho \Re \oint_{\Sigma} \left(\frac{dw}{dz} \right)^2 \left(\frac{dz}{d\zeta} \right) \zeta dz \\ &= -\frac{1}{2} \rho \Re \oint \left\{ 2c^2 U^2 e^{2i\alpha} - 2e^2 U^2 - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2} \right\} \frac{1}{2} + O\left(z, \frac{1}{z^2}, \dots\right) dz \\ &= -\frac{1}{2} \rho \Re 2\pi i \left(2c^2 U^2 e^{2i\alpha} - 2c^2 U^2 - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2} \right) \end{aligned}$$

$$\therefore M = 2\pi c^2 U^2 \rho \sin 2\alpha \tag{2.8}$$

之は廻転速度 ω に無関係で本文 (8) 式の第二式右辺 $-(B-A)uv$ と同一のものである。

今赤崎博士の舵の圧力中心の実験式を用いると

$$(B-A)uv = F_L \cos \alpha \times 0.3(1 - \sin \theta)L$$

平板では $A=0, B=\frac{\pi}{2}\rho d^2L$

従つて aspect ratio に対する補正値を k とすると,

$$k = \frac{1}{0.6(1 - \sin \theta)} \frac{d}{L} \tag{2.10}$$

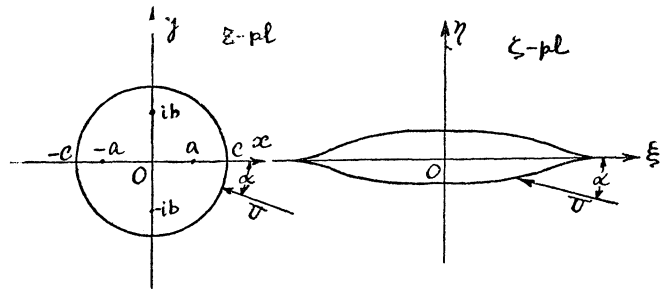
之より $\theta=0$ の時 aspect 比の補正値 k は, 例えば $\frac{d}{L} = \frac{1}{18}$ の船では $k = \frac{1}{12.8}$ となる事が分る。

水線形の影響

水線の形状即ち肥瘠度による揚力係数の変化を調べる為に次の方法を用いる (第 2.2 図)。

第 2.2 図に於て z 平面に於て x 軸上で $\pm c, \pm a$ の点に特異点を置き y 軸上に $\pm ib$ なる特異点を置く。

$\pm c$ を通る様な円を z 平面に写像すると, $\pm c$ に対応する点に cusp を有する様な形となる。cusp を持たせるのは後に Joukowski の仮定によつて circulation を定める為である。



第 2.2 図

写像函数は

$$\frac{\partial \zeta}{\partial z} = \left(1 - \frac{c^2}{z^2}\right) \left(1 - \frac{a^2}{z^2}\right) \left(1 - \frac{b^2}{z^2}\right) \tag{2.11}$$

$$\zeta = z + \frac{a^2 + b^2 + c^2}{z} + \frac{-a^2b^2 - a^2c^2 - b^2c^2}{3z^3} + \frac{a^2b^2c^2}{5z^5}$$

$\lambda = (a^2 + b^2)c^2, \mu = a^2b^2c^2$ と置けば

$$\zeta = z + \frac{(1 + \lambda)c^2}{z^2} - \frac{1}{3} \frac{(\lambda + \mu)c^4}{z^3} + \frac{1}{5} \frac{\mu c^6}{z^5} \tag{2.12}$$

$$\left. \begin{aligned} \xi &= c \left\{ (2 + \lambda) \cos \theta - \frac{1}{3} (\lambda + \mu) \cos 3\theta + \frac{\mu}{5} \cos 5\theta \right\} \\ \eta &= c \left\{ -\lambda \sin \theta + \frac{1}{3} (\lambda + \mu) \sin 3\theta - \frac{\mu}{5} \sin 5\theta \right\} \end{aligned} \right\} \tag{2.13}$$

従つて

$$\left. \begin{aligned} \frac{\text{長}}{\text{幅}} &= \frac{\xi_0}{\eta_0} = \frac{1 + \frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{15}}{-\frac{2}{3}\lambda - \frac{4}{15}\mu} \\ c &= \frac{L}{4 \left(1 + \frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{15}\right)} \end{aligned} \right\} \tag{2.14}$$

この写像函数により得られた図形に対する揚力を求める為に Joukowski の仮定を用いて後端の速度を有限とすると,

$$\begin{aligned} \left(\frac{dw}{dz}\right)_{z=-c} &= -U \left(e^{i\alpha} - \frac{c^2 e^{-i\alpha}}{c^2} \right) + \frac{\Gamma}{2\pi i} \frac{1}{c} = 0 \\ \therefore \Gamma &= 4\pi c U \sin \alpha \end{aligned} \tag{2.15}$$

又モーメントは

$$\begin{aligned} M &= -\frac{1}{2} \rho \Re \oint_c \left(\frac{dw}{d\zeta}\right)^2 \frac{dz}{d\zeta} \zeta dz \\ &= -\frac{1}{2} \rho \Re \oint_c \left\{ U^2 e^{2i\alpha} z - 2U e^{i\alpha} \frac{\Gamma}{2\pi i} - \frac{2U^2 c^2 + \frac{\Gamma^2}{4\pi^2} - 2AU^2 e^{2i\alpha}}{z} + O\left(\frac{1}{z^2}\right) \right\} dz \end{aligned}$$

$$=2\pi\rho(1+\lambda)c^2U^2\sin 2\alpha \tag{2.16}$$

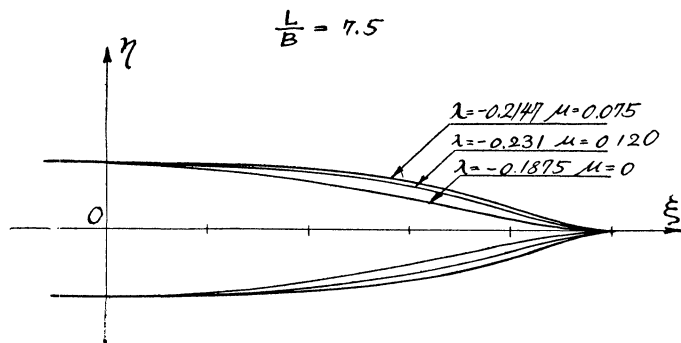
上記の結果を有限の深さ d のものに直し, aspect ratio の補正係数 k を導入すると (2.14) の c の値を用いて, (2.7) 式の代りに

$$F_L \cos \alpha = -k \frac{\pi\rho Ld}{1 + \frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{15}} u \left(v - \frac{L}{4} \omega \right) \tag{2.17}$$

(2.10) 式の代りに

$$\frac{1 + \frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{15}}{0.6(1 - \sin \theta)} \frac{d}{L} \tag{2.18}$$

尚, 式中の λ 及び μ は L/B 及び肥瘠度を与える事により定まるもので, 第 2.3 図に例を示す。



第 2.3 図

次に船体がわずかに彎曲せる場合どの程度の差異を生ずるかを計算すると,

前と同じ写像函数を用い中心を $me^{i\delta}$ に有する半径 a なる円を ξ 平面に写像すると, 彎曲せる船体の形となる。

前後対称として $\delta = \pi/2$ とすると中心の座標は $z_0 = im$

従つて

$$\xi = z + \frac{a^2(1+\lambda)}{z} - \frac{a^4(\lambda+\mu)}{3z^3} + \frac{a^6\mu}{5z^5}$$

に於て $z = im + ae^{i\varphi} = z_0 + z'$ とすると,

$$\xi = z' + z_0 + \frac{a^2(1+\lambda)}{z' + z_0} - \frac{\lambda + \mu}{3(z' + z_0)^3} + \frac{\mu}{5} \frac{1}{(z' + z_0)^5}$$

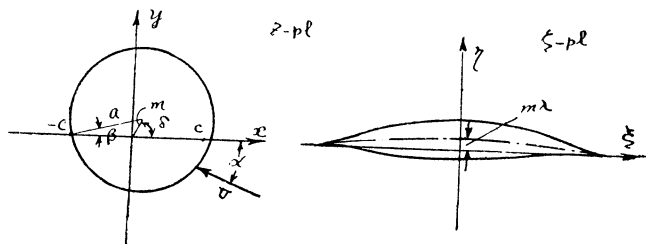
$z_0 = im, z' = ae^{i\varphi}$ なる故,

$$\xi = a \left\{ \cos \varphi + (1+\lambda) \cos \varphi - (1+\lambda) \frac{m}{a} \sin 2\theta - \frac{\lambda + \mu}{3} \cos 3\theta \right. \\ \left. + (\lambda + \mu) \frac{m}{a} \sin 4\theta + \frac{\mu}{5} \cos 5\theta - \mu \frac{m}{a} \sin 6\theta \right\} \tag{2.19}$$

$$\eta = a \left\{ \sin \varphi - (1+\lambda) \sin \varphi - (1+\lambda) \frac{m}{a} \cos 2\theta + \frac{\lambda + \mu}{3} \sin 3\theta \right. \\ \left. + (\lambda + \mu) \frac{m}{a} \cos 4\theta - \frac{\mu}{5} \sin 5\theta - \mu \frac{m}{a} \cos 6\theta \right\} \tag{2.20}$$

円の半径と船長 L の間には

$$a = \frac{L}{4 \left(1 + \frac{\lambda}{3} - \frac{\mu}{15} \right)} \tag{2.21}$$



又 $z-pl$. に於ける円の中心の偏りと $\xi-pl$. に於ける船体中心の偏りの関係は

$$\text{船体中心の偏り } \epsilon = \frac{\eta\pi/2 + \eta_3\pi/2}{2} = m\lambda$$

揚力は $F_L = 4\pi\rho a U^2 \sin(\alpha + \beta) \times k$

今迎角 $\alpha=0$ として船体中心線が彎曲せる為にとれ丈の揚力を生ずるか計算して見ると、aspect ratio に対する補正値を (2.10) 式より 1/15 として $L=100\text{m}$, $L/B=7.5$, $L/d=20$, $\lambda=-0.1875$, $\mu=0$ に於て α に於ける中心線の偏り 0.5cm, 1.0cm, 2.0cm の時の揚力を求めると (第 2.1 表) の如くなる。

第 2.1 表

中心の偏り	0.5cm	1.0cm	2.0cm
m	0.02664	0.05328	0.1065
揚力 (ton)	3.03	6.06	12.2

この揚力により絶えず drift し、回転を誘起する事になる。

附録 3. 造渦抵抗

船が水中で廻転すると渦を生じて廻転及び横漂流に対する抵抗を生じる。渦抵抗を求めるに当つて次の仮定を設ける。

仮定 1. 船体の或部分に於ける造渦抵抗の船首船尾線に垂直な成分は或る係数 K と、其の部分に於ける乱されない水流速度の二乗と船首船尾に対する迎角の sine との積で表わされる。即ち

$$\Delta F = KU^2 \sin \alpha \quad \text{但し } \Delta F \cdots \text{抵抗の横成分}$$

$U \cdots$ 乱されない流れの流速
 $\alpha \cdots$ 乱されない流れの方向と船首尾線の為す角

即ち, W. Hovgaard 氏の考えを用いるわけである。

仮定 2. 造渦係数 (前述) K は船尾を通じて一定なるものとし、船首端と船尾端のみ特に渦抵抗大なる故別に考える事とする。即ち

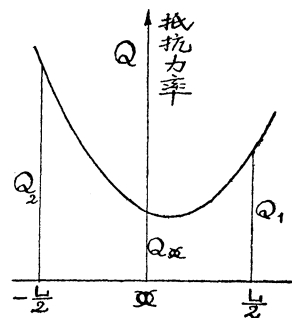
$$\left. \begin{array}{l} \text{船体部の過渦係数 } K \\ \text{船首 } \quad \quad \quad K_1 \\ \text{船尾 } \quad \quad \quad K_2 \end{array} \right\} \quad (3.2)$$

之等の係数は次の如くして求められる。

今船を静止せしめてそれぞれ船首、船尾 α を中心として垂直軸の周りに回転せしめ、回転抵抗力率を求めてそれぞれ Q_1, Q_2, Q_{α} とする。前進速度 0 なる故 (3.1) 式で、 $u'=0$ と置く事により

$$\Delta F = K v'^2 = K x^2 \omega^2$$

但し $\left\{ \begin{array}{l} \omega \cdots \text{廻転角速度} \\ x \cdots \text{廻転軸位置よりの距離} \end{array} \right.$



従つて廻転抵抗は角速度の二乗に比例する。

赤崎博士*の論文によれば廻転抵抗は角速度の二乗に比例する故、係数 K は常数となる。

船の長さを L とすると、

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = K_2 L^2 \omega^2 + \frac{K}{L} \int_0^L \omega^2 x^3 d\lambda = \left(K_2 + \frac{K}{4} \right) L^3 \omega^2 \\ Q_2 = K_1 L^2 \omega^2 + \quad \quad \quad = \left(K_1 + \frac{K}{4} \right) L^3 \omega^2 \\ Q_{\alpha} = \left(\frac{L}{2} \right)^3 \omega^2 (K_1 + K_2) + \frac{2K}{L} \int_0^{L/2} \omega^2 x^3 d\lambda = \frac{L^3 \omega^2}{8} \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{4} \right) \end{array} \right\} \quad (3.3)$$

之より K_1, K_2, K が求められる。

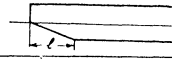
赤崎博士**の系統的実験の chart を用いて Q_1, Q_2, Q_{α} を求め之より K_1, K_2, K を計算すると、 L/B 及び cut-up の変化に対して大体 (第 3.1 表) の様な値となる。

* 造船協会会報 第 61 号

** 造船協会会報 第 71 号

第 3.1 表

L/B	6.667			8.0			10.0		
	$K_{1/2}$	$K_{2/2}$	$K_{L/2}$	$K_{1/2}$	$K_{2/2}$	$K_{L/2}$	$K_{1/2}$	$K_{2/2}$	$K_{L/2}$
0	0.1874	0.1874	1.20						
0.055	0.1324	0.1087	1.576						
0.062				0.1534	0.1023	1.076			
0.110	0.1786	0.0128	1.449				0.164	0.046	1.044
0.1287				0.1315	-0.0068	1.265			
0.175							0.1351	-0.0138	1.2236
0.1955				0.143	-0.0068	1.08			
0.2575							0.150	-0.011	0.996



吃水の変化に対しては

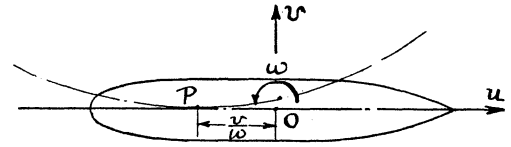
$l/L=0.1287, L/B=8.0$ として (第 3.2 表) の如くなる。

第 3.2 表

L/d	K_1	K_2	K
26.667	0.1345	-0.029	1.018
23.000	0.1315	-0.0068	1.265
21.053	0.2198	0.0312	1.312
19.048	0.2834	0.0794	1.422

次に之等の係数を用いて一般運動の場合の漂流抵抗と廻転抵抗とを求めて見る。

今船が x 方向へ u , y 方向へ v , 回転速度 ω で運動するものとする。換言すれば O より v/ω 丈後の点 P で半径 u/ω なる円軌道に切しつ移動しつある事になる。



P よりの距離を x とすれば各位置の横速度 v' は

$$v' = \omega x$$

$$\text{従つて} \quad \Delta F = K\omega x \sqrt{u^2 + \omega^2 x^2}$$

従つて之を (3.2) の係数を用いて積分すればよい。

抵抗

$$F = -K_1 \left(\frac{L}{2} + \frac{v}{\omega} \right) \omega \sqrt{u^2 + \left(\frac{L}{2} + \frac{v}{\omega} \right)^2 \omega^2} + K_2 \left(\frac{L}{2} - \frac{v}{\omega} \right) \omega \sqrt{u^2 + \left(\frac{L}{2} - \frac{v}{\omega} \right)^2 \omega^2} - \frac{K}{L} \int_{-\left(\frac{L}{2} - \frac{v}{\omega}\right)}^{\frac{L}{2} + \frac{v}{\omega}} \sqrt{u^2 + \omega^2 x^2} \omega x dx \quad (3.5)$$

廻に関する抵抗モーメント

$$Q = -K_1 \frac{L}{2} \left(\frac{L}{2} + \frac{v}{\omega} \right) \omega \sqrt{u^2 + \left(\frac{L}{2} + \frac{v}{\omega} \right)^2 \omega^2} - K_2 \frac{L}{2} \left(\frac{L}{2} - \frac{v}{\omega} \right) \omega \sqrt{u^2 + \left(\frac{L}{2} - \frac{v}{\omega} \right)^2 \omega^2} - \frac{K}{L} \int_{-\left(\frac{L}{2} - \frac{v}{\omega}\right)}^{\frac{L}{2} + \frac{v}{\omega}} \left(x - \frac{v}{\omega} \right) \omega x \sqrt{u^2 + \omega^2 x^2} dx \quad (3.5)$$

(1) $u > \left(\frac{L}{2} + \frac{v}{\omega} \right) \omega$ 即ち何処でも横漂流速度より $u/2$ が大なる時 (2.4), (3.5) を展開して v, ω の三乗の項迄取ると,

$$F = -u \left\{ (K_1 + K_2 + K)v + (K_1 - K_2) \frac{L\omega}{2} + (K_1 + K_2 + K) \frac{v^3}{2u^2} + (K_1 - K_2) + \frac{3L\omega v^2}{4u^2} + \frac{KL^2 v \omega^2}{4u^2} + (K_1 + K_2) \frac{L^3 \omega^3}{16u^2} \right\} \quad (3.6)$$

$$Q = -uL \left\{ (K_1 - K_2) \frac{v}{2} + (K_1 + K_2 + \frac{K}{3}) \frac{L\omega}{4} + \dots + \frac{L^2 v^2 \omega}{4u^2} + \frac{L^3 \omega^3}{80u^2} \right\} \quad (3.7)$$

特に航路安定性を論ずる場合の如く角速度, 漂流速度が共に前進速度に比して非常に小さい時は展開の第一項に止めて,

$$F = -u \left\{ (K_1 + K_2 + K)v + (K_1 - K_2) \frac{L\omega}{2} \right\} \quad (3.8)$$

$$Q = -uL \left\{ (K_1 - K_2) \frac{v}{2} + \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{3} \right) \frac{L\omega}{4} \right\} \quad (3.9)$$

(2) $u < \left(\frac{L}{2} + \frac{v}{\omega} \right) \omega$ 即ち廻転抵抗は前進速度に無関係なりと言う考え方に近いものである。

この場合は符号を考へて次の如くなる。

$$\begin{aligned}
 & \frac{L}{2} < \frac{v}{\omega} \quad \text{廻転中心が船体外に在る時} \\
 & \left. \begin{aligned}
 & F = \pm \left\{ \left(-K_1 - K_2 - \frac{K}{6} \right) \frac{L^2 \omega^2}{4} + (-K_1 + K_2) Lv \omega + (-K_1 - K_2 - K) v^2 \right\} \\
 & Q = \pm \left\{ (K_1 - K_2) \frac{L^3 \omega^2}{8} + \left(K_1 + K_2 - \frac{5}{12} K \right) \frac{L^2 v \omega}{2} + (K_1 - K_2) \frac{Lv^2}{2} \right\}
 \end{aligned} \right\} \\
 & -\frac{L}{2} < \frac{v}{\omega} < \frac{L}{2} \quad \text{廻転中心船体内} \\
 & \left. \begin{aligned}
 & F = \pm \left\{ (-K_1 + K_2) \frac{L^2 \omega^2}{4} + \left(-K_1 - K_2 - \frac{K}{2} \right) Lv \omega + (-K_1 + K_2) v^2 - \frac{2K}{3} \frac{v^3}{\omega} \right\} \\
 & Q = \pm \left\{ \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{4} \right) \frac{L^3 \omega^2}{8} + (K_1 - K_2) \frac{L^2 v \omega}{2} + \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{2} \right) \frac{Lv^2}{2} + \frac{K}{6} \frac{v^4}{\omega^2} \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (3.10) \\
 & -\frac{L}{2} > \frac{v}{\omega} \quad \text{廻転中心船首船体外} \\
 & \left. \begin{aligned}
 & F = \pm \left\{ \left(K_1 + K_2 - \frac{K}{6} \right) \frac{L^2 \omega^2}{4} + (K_1 - K_2) Lv \omega + (K_1 + K_2 + K) v^2 \right\} \\
 & Q = \pm \left\{ (-K_1 + K_2) \frac{L^3 \omega^2}{8} + \left(K_1 + K_2 + \frac{5}{12} K \right) \frac{L^2 v \omega}{2} + (-K_1 + K_2) \frac{Lv^2}{2} \right\}
 \end{aligned} \right\} \\
 & \quad \left(F \text{ の複写は } v \text{ と反対符号} \right) \\
 & \quad \left(Q \text{ の複写は } \omega \text{ と反対符号} \right)
 \end{aligned}$$

旋回時の造渦抵抗数値例

今船が旋回半径 ρ 、角速度 ω 、軸位置 \times 前方 l で旋回せる時の造渦抵抗は (3.8), (3.9) 式より

$u = \rho \cdot \omega$, $v/\omega = -l$, $v = l\omega$ なる故、

$$\text{漂流抵抗} \quad F = -R\omega^2 \left\{ -(K_1 + K_2 + K)l + (K_1 - K_2) \frac{L}{2} \right\} \quad (3.11)$$

$$\text{廻転抵抗} \quad Q = +R\omega^2 L \left\{ -(K_1 - K_2) \frac{l}{2} + \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{3} \right) \frac{1}{4} \right\} \quad (3.12)$$

(3.10) 式より

$$\text{漂流抵抗} \quad F = - \left\{ (-K_1 + K_2) \frac{L^2}{4} + \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{2} \right) Ll + (-K_1 + K_2) l^2 + \frac{2K}{3} l^2 \right\} \omega^2 \quad (3.13)$$

$$\text{廻転抵抗} \quad Q = + \left\{ \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{4} \right) \frac{L^3}{8} + (-K_1 + K_2) \frac{L^2 l}{2} + \left(K_1 + K_2 + \frac{K}{2} \right) \frac{Ll^2}{2} + \frac{K}{6} l^4 \right\} \omega^2 \quad (3.14)$$

附録 4. 舵 の 揚 力

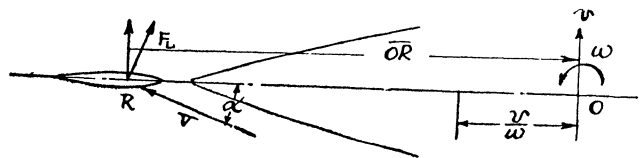
舵角 O の時でも角速度の為に船尾が振れて迎角を生じ揚力を生ずる。

迎角を α

舵面積を A

水流速度 V x 成分 u , y 成分 v

水の密度を ρ



とすると、aspect ratio 及び翼型 Γ に対する補正係数を k' として

$$\text{揚力} \quad F_R = k' \rho \pi A V^2 \sin \alpha \quad (4.1)$$

舵の位置に於ける y 方向の速度は $v - \overline{OR} \omega$

$$\sin \alpha = \frac{v - \overline{OR} \omega}{V}, \quad \cos \alpha = \frac{u}{V}$$

$$F_R \cos \alpha = -\rho \pi A u (v - \overline{OR} \omega) \times k'$$

Beaufoy の式を用いると

$$F_R \cos \alpha = -58.8 A u (v - \overline{OR} \omega) \quad (4.2)$$

稿を終るに当り、本論文の附録1船体の見掛質量は全部本年度帝大第二工学部卒業生北田甲子郎君の卒業論文より引用せる事を銘記し、茲に厚く感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

1. 赤崎 繁 : 船の旋回に関する研究 造船協会会報 第61号
 2. " : 船の直圧力と其の中心に就て " 第68号
 3. " : 旋回中の見掛質量に就て " 第69号
 4. " : " " 第70号
 5. " : " " 第71号
 6. Hovgaard, W. Turning Circles. T. I. N. A. 1912.
-