

(昭和 33 年 11 月造船協会秋季講演会に於て講演)

船の操縦性指数について

正員 元 良 誠 三*

On the Manoeuvrability Index of Ships

By Seizo Matora, *Member*

Abstract

The Author states in this paper following results out of his research including two actual ship experiments ;

(1) The equation of motion of ships under steering can be reduced to a differential equation of 1 st stage as follows.

$$T_s \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \dot{\theta} = K_s \delta$$

where T_s is a constant which represents the quick responsibility of ships, and

K_s is a constant which represents the turning quality.

Though, T_s and K_s will both vary with the curvature of the locus of ships, according to some experiments, the amount of variation is thought to be not so large.

(2) The ratio K_s/T_s is a constant, i e,

$$K_s/T_s = \text{rudder turning moment/moment of inertia of the ship} \times \text{rudder angle.}$$

and is easily calculated when the dimensions of the ship and rudder are given.

So we can get K_s and T_s when either one is given.

(3) It will be most reasonable to get K_s from data of steady turning experiment, i e,

$$K_s = \dot{\theta}_s / \delta$$

where $\dot{\theta}_s$ is the angular velocity of steady turning

(4) T_s , K_s will both vary with the curvature of the locus of ship's C.G., i e. stronger the curvature, larger the both K_s , and T_s , in other wards, smaller the radius of turning, better the quick responsibility and worse the turning quality. But, the amount of variation is thought to be so small that we can get a close approximation of turning angle curve from initial stage to final stage using T_s and K_s got from the steady turning data.

緒 言

船の操縦運動に対する運動方程式は、回転角速度と横すべりの速度との連立方程式となり、非線型影響を無視してもなお回転角速度に関する二階微分方程式となり、その解の形は船の操縦性能と直接結びつけるには複雑すぎて不便である。

野本氏等⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾は船の操縦運動は本質的に回転角速度の一階微分方程式で近似出来るものである事を示し、旋回性能を表わす常数 K と、追従性及び保針性を表わす常数 T とにより、船の総合的な操縦性能が表わされるとして、これを操縦性指数と名づけた。野本氏等は更にこの T と K を α 操舵試験を解析することにより求める巧妙な方法を考案して、従来極めて莫然としていた保針性と旋回性との関連を含む船の総合的な操縦性能を明確に表わすことに成功した。

しかしながらこの α 試験より求められた T と K は 1 次系近似による種々の誤差や非線型影響をすべて含ませてあるため、極めて実用的な反面、従来操縦性を表わすのに用いた旋回半径の様な単純な値と直接には結びつかない。例えば K は旋回性を表わす常数で $K\delta$ が旋回角速度を表わすが、定常旋回の角速度そのものではな

原稿受付. 7 月 15 日

* 東京大学工学部船舶工学科教室

く、定常旋回を表わすためには、多少の修正を要するし、保針性を表わす T も保針性そのものではない。

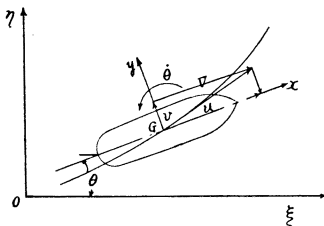
操縦性指数を直進時の保針性と定常旋回円の大きさに直接結びつけることは船の操縦性を表わすという目的からは必ずしも必要ではないが、従来操縦性の目安とされて来たこれらの値を用いて船の操縦性が総合的に表わされれば便利であることは論を俟たない。

筆者は運動方程式を pivoting point の周りの運動に変形することにより完全に1次系に変形しうることと、さらに定常旋回時の角速度または旋回円の大きさを知ることによって簡単に操縦性指数を求めうることを発見したのでここに発表して大方の御批判を乞う次第である。

1 運動方程式の変形

1.1 運動方程式

船の操舵に対する運動方程式は、船に固定した座標系に対して次の如くなる⁽¹⁾ (第1図)。



第1図

$$\left. \begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= k_1 v + k_2 \dot{\theta} + k_p \cdot \delta \\ \frac{d\dot{\theta}}{dt} &= f_1 v + f_2 \dot{\theta} + k_n \cdot \delta \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ただし v は横すべりの速度 $\dot{\theta}$ は回転角速度であり
 $k_p \cdot \delta$ = 舵の偏力/ $m + my$ $k_n \cdot \delta$ = 舵のモーメント/ $I_z + J_z$
 δ = 舵角 m = 船の質量
 $m_y = y$ 方向の見掛質量 $I_z = z$ 軸の周りの慣性モーメント
 J_z = 見掛の慣性モーメント

この式は横すべりの速度 v と $\dot{\theta}$ の連立微分方程式であるが、附録に示す如く、偏角 ψ と $\dot{\theta}$ の連立方程式にも容易に変換出来る。

(1) 式の解を求めるには通常2つの式より v を消去して $\dot{\theta}$ に関する二階の微分方程式にする。即ち:

$$\frac{1}{k_1 f_2 - k_2 f_1} \frac{d^2 \dot{\theta}}{dt^2} - \frac{f_2 + k_1}{k_1 f_2 - k_2 f_1} \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \dot{\theta} = \frac{k_p f_1 + k_1 k_n}{k_1 f_2 - k_2 f_1} \delta + \frac{1}{k_1 f_2 - k_2 f_1} \frac{d\delta}{dt} \quad (2)$$

野本氏等はこの式を

$$T_1 \cdot T_2 \frac{d^2 \dot{\theta}}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \dot{\theta} = K\delta + KT_3 \frac{d\delta}{dt} \quad (3)$$

と置き T_1, T_2, T_3 , 及び K を正弦操舵に対する応答より求める方法を示し⁽³⁾, さらに $T_1 \gg T_2$ であることに着目して (3) 式を

$$T \cdot \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \dot{\theta} = K\delta \quad (4)$$

なる1次系で近似して、 T 及び K を z 操舵試験より求める方法を考案したわけである⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾。

1.2 操舵運動に対する pivoting point の位置

第2図の如く、角速度 $\dot{\theta}$, 横すべり速度 v , 偏角 ψ で運動中の船では、重心より

$$l_p = -\frac{V\psi}{\dot{\theta}} = -\frac{v}{\dot{\theta}} \quad (5)$$

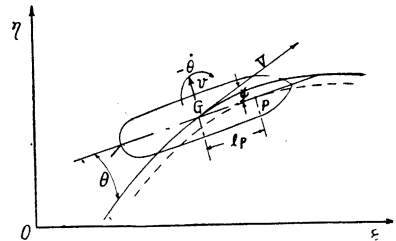
で与えられる距離丈前では、水流は船体中心線に平行となり、偏角が見掛上0となることはよく知られて居り、この点を pivoting point (転心) と称する⁽⁸⁾。

直進中操舵した瞬間には慣性力のみが影響するので、赤崎氏⁽⁸⁾が指摘する様に、pivoting point は舵の位置に衝撃を加えた時の撃心に相当する。この位置は普通の船型に対してほぼ $l_p = 0.2L \sim 0.25L$ 位になる。

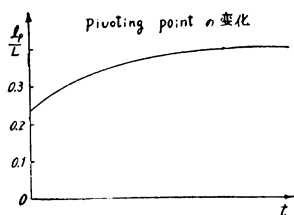
旋回が進んで v 及び $\dot{\theta}$ が有限になつて来た時の l_p は例えば文献1)のS-3船型について計算すれば第3図の如くなり角速度の増加と共に徐々に前に寄り、定常状態ではほぼ $l_p = 0.4L \sim 0.45L$ 位となるが、この間急激な変化は認められない。

1.3 pivoting point を中心とする運動方程式

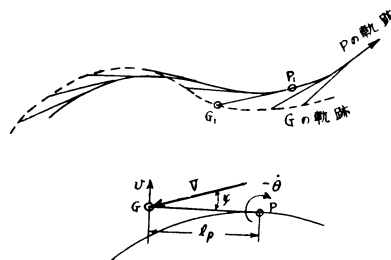
前節に述べたように、操舵による運動では pivoting point の位置は急激に変化しないことに着目すると、船



第2図



第3図



第4図

は第4図に示す如く、P点で軌道に接して運動し、重心Gでは、Pを中心とする角速度 $\dot{\theta}$ によつて

$$v = -l_p \dot{\theta} \tag{6}$$

なる drift を生じていることになる。即ち(1)式の第2式に入っている横すべり速度 v は、勝手な値を取るのではなくて、(6)式によつて $\dot{\theta}$ と結びつけられているのである。

(6)式の関係をも(1)式第2式に入れると

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = (-f_1 l_p + f_2) \dot{\theta} + k_n \cdot \delta \tag{7}$$

となる。これは $\dot{\theta}$ の1次系表示に外ならないのであつて、これを變形して

$$\frac{1}{f_1 l_p - f_2} \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \dot{\theta} = \frac{k_n \cdot \delta}{f_1 l_p - f_2} \tag{8}$$

と書き、野本氏の1次系近似式

$$T \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \dot{\theta} = K \delta$$

と比較すると

$$\left. \begin{aligned} T &= 1 / (f_1 l_p - f_2) \\ K &= k_n / (f_1 l_p - f_2) \end{aligned} \right\} \tag{9}$$

となる。(8)式は近似式ではないから、 T 、 K も近似ではないが、 l_p が角速度によつて変わることに、係数 f_1 、 f_2 等が変化するので角速度乃至舵角によつて変化することが予想される。

一方、(9)式より T と K の間には

$$K/T = k_n \tag{10}$$

という極めて簡単な関係が存在する。しかるに k_n は(1)式に示す如く、 $k_n \cdot \delta =$ 舵のモーメント/ $I_x + T_z$ であるから船型と舵の大きさ及び形で定まる。即ち

$$\text{舵の垂直力} = \frac{1}{2} \rho C_n A V^2$$

(ただし C_n は船後の舵の垂直力係数) $\overline{GR} =$ 重心より舵の圧力中心迄の距離、 ρ は水の密度とすると

$$K/T = k_n = \frac{\frac{1}{2} \rho C_n A V^2 \overline{GR} \cos \delta}{(I_x + J_z) \delta} = \frac{\frac{1}{2} \rho \cdot g}{W/L^2 d} \cdot \frac{C_n}{\delta} \cdot \frac{A}{L \cdot d} \cdot \frac{\overline{GR}/L}{(\kappa/L)^2} \cdot \frac{V^2}{L^2} \cos \delta \tag{11}$$

となり、 k_n は船の肥瘠度、見掛質量を含む慣動半径、舵面積比、及び速度と船長の比の二乗に関係する。しかしながらこれらの量は角速度には無関係であるから、 K と T は非線型影響によつて角速度によつて変つても、その比は変化しないことが判る。

(11)式は、見掛質量を含む慣動半径 κ/L の値が現在余り正確には求められていない外は相当の精度で推定しうるから、結局 K と T の内何れか1つが判れば他の1つは求められるわけである。

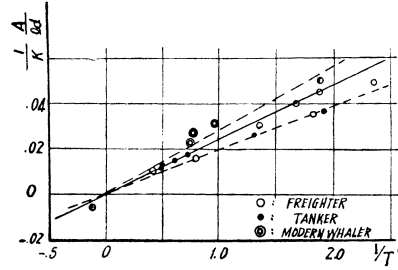
(11)式の精度を調べるために、野本氏⁽⁴⁾の求めた実験的な T と K の関係を比較して見ると第1表の如くなる。

ただし T' 、 K' は T 及び K を無次元化するもので、計算に当つては κ/L を $1/3$ 、 $C_n/\delta = 2.05/\text{rad}$ としてある。

第1表を見ると Tanker 及び Freighter ではよく合っているが、whaler ではかなり違っている。これは主として κ/L の値の相異によるものと考えられ、船型別の κ/L の値が実験的に求められれば精度はずつと向上するものと思われる。

第1表

船種	K'/T' (z試験より)	K'/T' ((11)式より)
Tanker (full)	0.572	0.568
Tanker (ballast)	1.47	1.21
Tanker	0.573	0.646
Freighter	0.788	0.838
Freighter	1.22	1.47
Freighter	1.57	1.43
Freighter	1.39	1.51
Bulk-Carrier	1.03	1.37
Fish Carrier	1.77	1.91
Whaler	1.32	2.83
Whaler	1.37	1.96
Whaler	0.922	1.88



第5図

第5図は実験的に求められた K' と T' の関係と (11) 式とを対比したもので、2つの破線が (11) 式で κ/L を $1/3$ 及び $1/2.5$ としたものである。

従来旋回性と保針性とは相反するものであることが経験的に知られていたが、(10) 式、(11) 式はこの関係を明確に表わしたもので、明らかに旋回性と保針性は反比例し、その比例常数が k_n であること、及びその比例常数は船型及び舵の面積比、舵角によつて変化することが判る。

高橋、川島両氏⁽⁷⁾によれば、操舵直後の角度の変化即ち舵の効き (両氏はこれを追従性と言っている) は K/T (同論文中では $-K \cdot p$) に等しいから、操舵直後の舵の効きは k_n であり、やはり舵面積及び船型によつて (11) 式の如く変化することが判る。

2 定常旋回による操縦性指数の決定

(9) 式において f_1, f_2, l_p 等は水槽試験で求める事も出来るが、大角度の操舵の場合には角速度によつて変化するので、(8) 式及び (10) 式の関係を用いて実験的に求める方法を考えてみる。

そこで種々の試験方法が考えられるが最も基本的な操縦運動である定常旋回より K と T を求めるのが一番便判であろう。

(8) 式を書き直して

$$T_s \frac{d\dot{\theta}}{dt} + \dot{\theta} = K_s \delta \tag{12}$$

とすると、定常旋回では $d\dot{\theta}/dt = 0$ であるから

$$\dot{\theta}_s = K_s \cdot \delta, \quad K_s = \dot{\theta}_s / \delta \tag{13}$$

即ち旋回性指数 K_s (s という添字は定常旋回を表わす) は、定常旋回の角速度 $\dot{\theta}_s$ を舵角で割つたものに等しい。

また旋回半径 R は $R = V_s / \dot{\theta}_s$ であるから

$$K_s = V_s / R \cdot \delta \tag{14}$$

無次元化して

$$K_s' = K_s \times L / V_s = L / R \cdot \delta \tag{15}$$

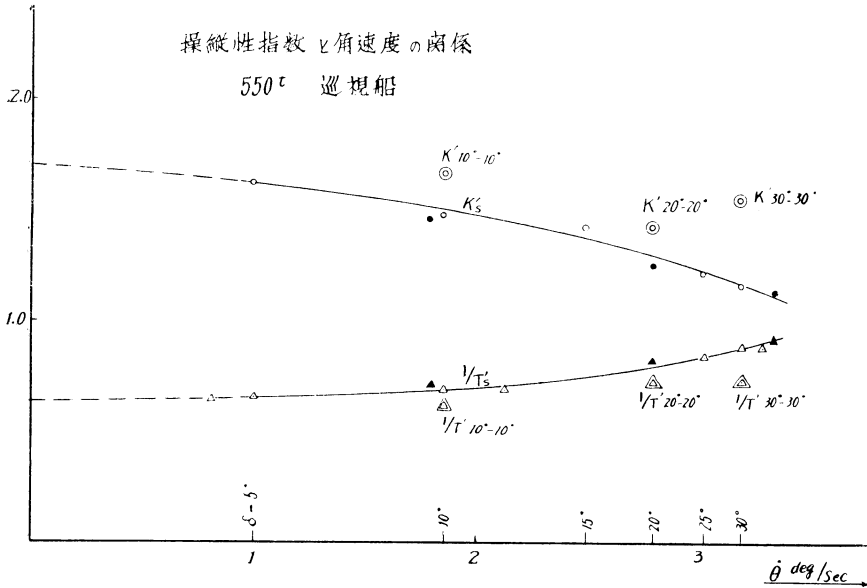
追従性指数 T_s は、(10) 式より

$$T_s = K_s / k_n = \dot{\theta}_s / k_n \cdot \delta \tag{16}$$

この様に定常旋回の角速度を測れば直ちに (13) 及び (16) 式によつて操縦性指数 K_s 及び T_s を求めることが出来る。第6図は巡視船について K_s 及び T_s を種々の舵角について求めた一例で、速度の影響を除くため、無次元表示してある ($T_s' = T_s \times V_s / L$)。

第6図を見ると K_s', T_s' 共に角速度 (即ち曲率) が増加すると徐々に減少することが判るが、これは l_p が前に移るためと、 f_1, f_2 等の係数が曲率によつて変化するためである。また図中二重マークで示してあるのは、野本氏の方法によつて、 z 試験より求めた操縦性指数であつて、 K' については大き目、 $1/T'$ については小さ目に出ているが、これは z 試験で例えば 20° の操舵をした場合に船の角速度は最大が定常旋回に等しく、平均はそれより小さいので、角速度0より $\dot{\theta}_s$ 迄の間の K_s 及び T_s を平均した様なものが出るためである。この事から逆に z 試験より求めた K を用いて定常旋回を表わす場合には、少し小さくする様な修正が必要であることが判る。

また第6図中の塗りつぶした点は、(13) 式の角速度として、 z 試験の最大角速度を取つたもので、殆んど定常



第6図

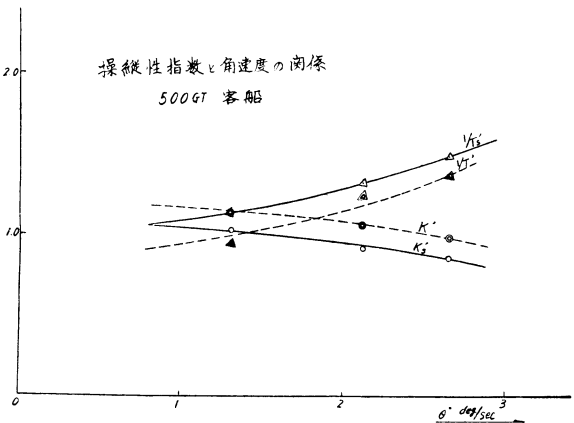
旋回と同じ結果を与える。

結局 K, T と K_s, T_s の違いは、前者が或る角速度の範囲の平均値であり、後者は或る角速度に対する値であるということである。

第7図は同様に 500 G, T の客船について求めたもので K, T と K', T' との関係及び角速度による変化も同様で、唯前の船より角速度による変動が著しい。

第2表は文献(8)の α 試験より求められた K' と T' に対し、同じ船の旋回試験の資料を用いて、(15) 及び (16) 式によつて K'_s 及び T'_s を求めて比較したものである。

第2表を見ると K'/T' と K'_s/T'_s はよく合っているが、 K' と K'_s, T' と T'_s とは多少違っており、やはり第6, 7図と同じく、 α 試験より求めたものの方が大きく出ていることが判る。



第7図

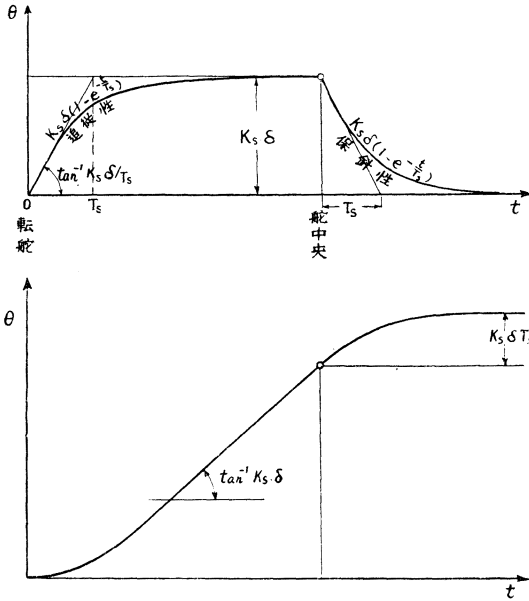
第2表

船種	α 試験より			旋回試験より					
	K'	$-b'=1/T'$	K'/T'	R_{port}	$R_{stb.}$	R_{mean}	K'_s	$1/T'_s$	K'_s/T'_s
Tanker	1.095	0.625	0.788	274m	255m	265m	1.033	0.702	0.727
Cargo	0.823	1.760	1.450	205	195	200	1.083	1.490	1.610
Tanker	1.175	0.508	0.597	250	260	255	1.160	0.556	0.646
Tanker	1.200	0.497	0.596	372	—	372	0.884	0.687	0.579
Cargo	1.000	0.788	0.788	315	290	298	0.797	1.10	0.878

なお操縦性指数を求めるための旋回試験としては、航跡を取る必要はなく、時間対回頭角度及び前進速度の変化があれば充分である。また従来行われていた旋回試験の成績を解析する時は、旋回半径を用いて K'_s を直接求めるのが適当であろう。

3 解の形と K_s, T_s の意味

(12) 式を解くと解は極めて簡単な形となり



第8図

つてゆき、

$$\dot{\theta} = K_s \cdot \delta \left(e^{-\frac{t}{T_s}} \right) \tag{21}$$

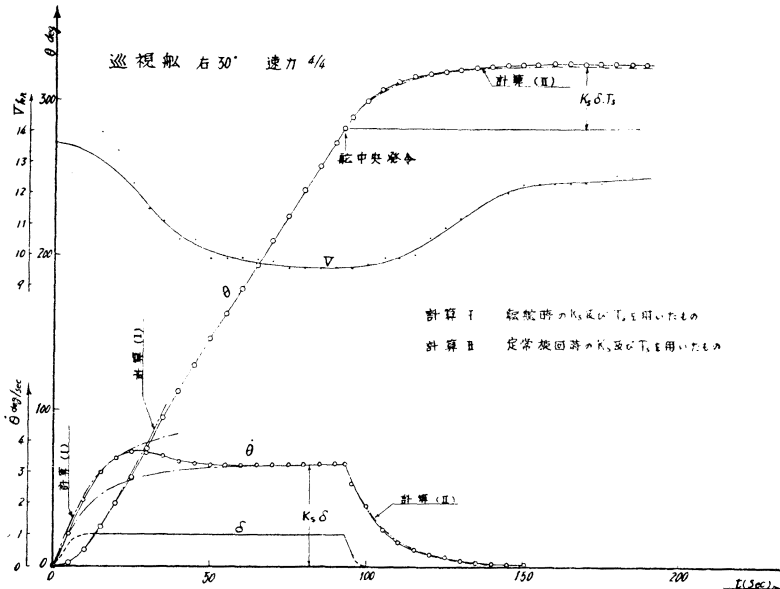
$$\theta = \theta_0 + K_s \delta T_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \tag{22}$$

となるから、舵を中央に戻してから最後に向く方向は

$$\Delta\theta = K_s \delta T_1 \tag{23}$$

となる。しかしながら pivoting point の位置は舵を中央に戻しても直ちに移動するわけではなく、従つて T_s も T_1 に直ちに移動しないので、 $\Delta\theta$ は $K_s \delta T_s$ と $K_s \delta T_1$ の中間位となると見るべきであろう。

第9図は巡視について実際に第8図に相当する操舵をした結果と、 K_s, T_s を用いて (17)~(22) 式で計算した値とを比較したものである。



第9図

$t=0$ で $\dot{\theta}=0$ とすると

$$\dot{\theta} = K_s \delta \left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}} \right) \tag{17}$$

即ち第8図に示す様に、終端角速度 $K_s \delta = \dot{\theta}_s$ に向つて指数関数で収斂する曲線となる。また原点の切線の \tan は $K_s \delta / T_s$ となり、切線と $\dot{\theta} = K_s \delta$ との交点に相当する時間は T_s となるから、 T_s は事実上、運動が定常に達する迄の時間を示す尺度となる。

また (17) を積分して

$$\theta = K_s \cdot \delta t - K_s \cdot \delta \cdot T_s \left(1 - e^{-\frac{t}{T_s}} \right) \tag{18}$$

で回頭角が出るが、極く初期の回頭角度は

$$\theta = \frac{1}{2} \dot{\theta}_0 t^2 = \frac{1}{2} (K_s \delta / T_s) t^2 \tag{19}$$

となり、初期の回頭角の大小、即ち舵の効きは $K_s \delta / T_s$ で表わされる。即ち、

$$\text{舵の効き} \propto K_s \delta / T_s = k_n \cdot \delta \tag{20}$$

これは高橋、川島両氏⁽⁷⁾の追随性 $K \cdot p$ に相当する。

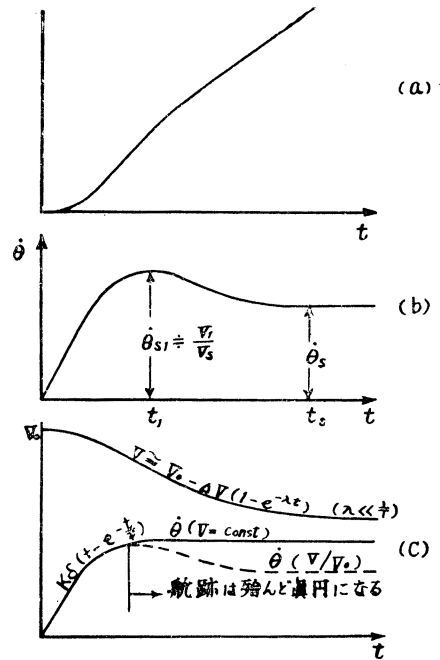
定常旋回中に急に舵を中央に戻すと、後に5で述べる如く、舵中央に対する pivoting point の位置が操舵の時より前に寄るため、 T_s は保針性指数 T_1 へ移

旋回初期を除いてはかなりよく一致することが判る。旋回初期では速度変化が大きいために、定常旋回の T_s, K_s をそのまま用いたのではよく合わないが、速度の修正をすればよく一致する。しかしながら旋回初期を K_s, T_s を用いて表わすのは現在の目的ではないので詳述は省く。

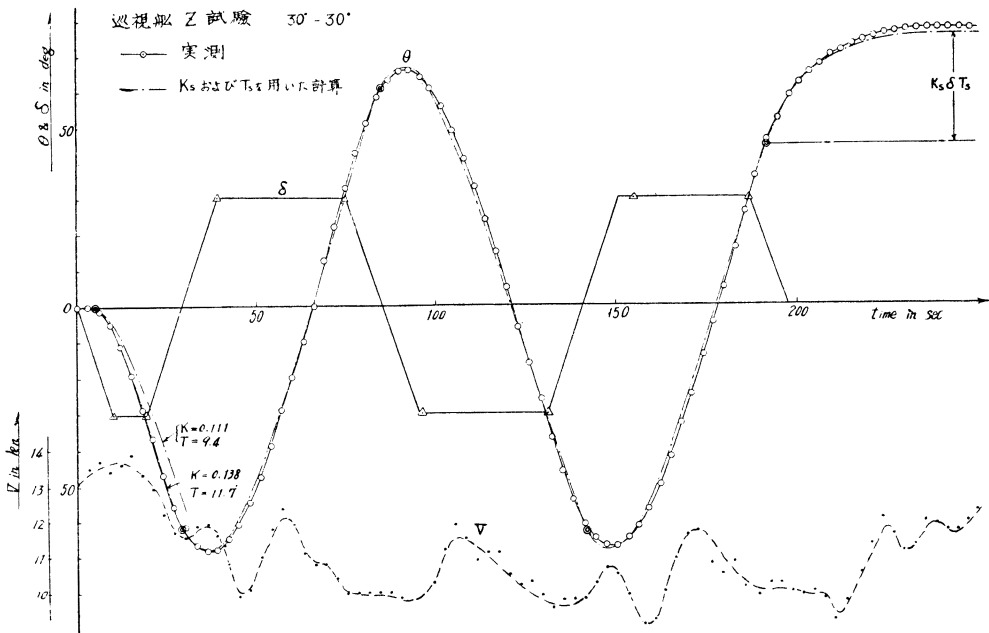
舵を中央に戻した時からの回頭角は計算と極めてよく一致している様に見える。

なお、多くの船の回頭角度曲線は第9図の如く上に向つて凸になる傾向があり、従つて角速度も定常に達する前に山を生じるが、これは第10図に示す様に、船の前進速度は極めてゆるやかに減少するのに対して、旋回の角速度はかなり早く追従するので、最初かなり高い速度に対する K 及び T の値で角速度が増加するが、速度が徐々に減少すると共に K 及び T の値も徐々に変化してゆくためである。しかし航跡の方は前進速度では大して変化しないので、角速度が極大になる時間より先は事実上真円となる。

第11図は巡視船の Z 試験の結果を定常旋回より求めた K_s 及び T_s を用いて近似したもので、操舵直後を除けば極めてよく一致する。



第10図



第11図

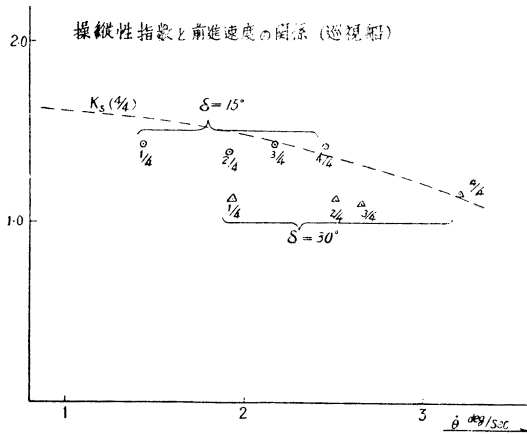
4 前進速度の影響

操縦性指数は

$$K_s' = K_s \times L / V$$

$$T_s' = T_s \times V / L$$

によつて無次元化することが出来るが、果して無次元化したものが速度に無関係になるかどうかを確かめるため



第12図

総括

以上述べて来た事を簡単にまとめてみると

(1) 旋回運動をその時々 *pivoting point* の周りの運動と考えることにより1次系表示をすることが出来る。しかしながら *pivoting point* は旋回初期には重心に近く、旋回が進むと共に前に移るため、運動を表わす係数も運動の段階(乃至航跡の曲率の大小)によつて多少変化する。

(2) 2つの操縦性指数 K_s, T_s の比 $K_s/T_s = k_n$ は船型及び舵によつて定まり、容易に計算出来るから、 K_s, T_s のどちらか一方が実験で求められれば他方は求められる。

(3) $K_s/T_s = k_n$ は亦、旋回初期における舵の効きを表わす。

(4) 定常旋回の角速度より $\dot{\theta}_s = K_s \delta$ として K_s を求めるのが最も簡単であり、且従来旋回試験の資料を用いることが出来る。その結果 K_s は旋回性を表わし、定常旋回半径と直接結びつけられる。また T_s は追従性を表わし、 $1/T_s$ の大小により追従性の良否がきまる。

(5) K_s, T_s は速度及び角速度によつて変化するが無次元化したものは曲率のみに関係する。これは L_p の変化及び非線型影響によるものである。曲率が増す程、旋回性は低下し、追従性は増大する。

(6) 定常旋回の K_s, T_s そのままを用いて転舵直後からの運動を表わそうとすると、旋回初期に多少の誤差を生じるが、速度の修正を行えば殆ど一致する。

(7) 定常旋回より求めた K_s, T_s は或る曲率に対する値を与え、 α 試験より求めた K, T は或る曲率の範囲の平均値となる。そして K_s, T_s 共に曲率の増大と共に減少するから、 α 試験より求めた K, T は常に K_s, T_s よりも大きい。

なお稿を結ぶに当り、実験及び資料の収集に対し種々便宜を与えられた海上保安庁水品技術部長、梶田邦夫、田坂鋭一、岩田秀一以下の諸氏並びに野本助教、川島栄一両氏に対し厚く御礼申上げる次第である。

参考文献

- (1) 元良誠三「航路安定性について」造船協会々報 77号, 1945
- (2) K. S. M. Davidson & L. I. Schiff "Turning and Course-Keeping Qualities" SNAME, V. 54, 1946
- (3) 野本謙作外, 「船の操縦性について」(I) 造船協会論文集 99号, 1955
- (4) 同上 同上 (II) 同 101号, 1956
- (5) 同上 「 α 試験の新解析法」 同 103号, 1958
- (6) 同上 「大型油槽船の操縦性に関する模型実験」 同 103号
- (7) 高橋菊夫, 川島栄一, 「 α 操舵試験による実船操縦性能の解析とその応用」関西造船協会誌 88号 1957
- (8) 赤崎繁, 「船の旋回に関する研究」造船協会々報 61号

附 録

(1) 式に於て $v = V \sin \psi, \dot{\psi} = V \dot{\psi}$ とおけば

$$\left. \begin{aligned} V d\psi/dt &= k_1 V \psi + k_2 \dot{\psi} + k_p \delta \\ d\dot{\psi}/dt &= f_1 V \psi + f_2 \dot{\psi} + k_n \delta \end{aligned} \right\} \quad (1)'$$

となる。これは Davidson の下記の運動方程式に相当するものである。

$$\left. \begin{aligned} m^2 \frac{d\psi}{dt} + \psi C_e - \dot{\psi} \left(\frac{l}{V} \right) (m_1 - Cf) &= C_\lambda(\delta) \\ n \frac{d\dot{\psi}}{dt} \left(\frac{l}{V} \right)^2 - \psi Cm + \dot{\psi} \left(\frac{l}{V} \right) Ck &= C\mu(\delta) \end{aligned} \right\} \quad (1)''$$

(1)' と (2)' の間には

$$\begin{aligned} -k_1 &= Ce/m^2, & k_2 &= -(l/m_2)(m_1 - Cf) & k_p \delta &= C_\lambda(\delta) V/m_2 \\ f_1 &= -Cm/n \cdot l & -f_2 &= Ck/n & k_n \delta &= C\mu(\delta)/n \end{aligned}$$

の関係がある。