船の自動誘導について

正員	渡	辺		巌*	正員	不	破		健*
正員	小	Щ	健	夫*	正員	元	良	誠	<u></u> ≡*

On the Automatic Control of a Ship

Iwao Watanabe, Member Takeshi Fuwa, Member Takeo Koyama, Member Seizo Motora, Member

Summary

As the speed of ships becomes higher and the size becomes larger, the problem of traffic control in inland sea or near the port becomes more acute. An automatic device to set the course of ships and the auto-pilot equiped on a ship herself will prevent many traffic accidents in confined waters.

But the auto-pilot in present use is so designed that it controls ships in oceans mainly, it is not suitable for ship's control in inland sea or in confined water course. In order that the ship should follow the course in narrower region the control device should be proportional to the deviation of ship's position besides being proportional to the deviation of heading angle from the directed course.

The authors of this paper, therefore, assumed the following type of ship's steering in which

 $\delta \!=\! k_1(\theta_i \!-\! \theta_0) \!+\! k_2(\eta_i \!-\! \eta_0)$

 θ_{i},η_{i} : Values denoting the angle and the position of the directed course respectively

 θ_0, η_0 : Values denoting the actual angle and position of the ship respectively

 δ : Rudder angle

In other words the rudder angle is proportional to the error of both angle and position of ship. k_1 and k_2 are suitably selected to make the system stable, so that the ship follows the directed course. This paper describes the conditions to be fulfilled for the automatic steering system assumed by the authors.

1 緒 論

最近,船舶の大型化,高速化が進み,しかも船の航行数が増加するにつれ,東京湾,瀬戸内海のような内海, あるいは港湾付近での船舶通行をいかに整理するかということが重大な関心をひくようになつた。

もし、このような内海になんらかの方法で自動誘導用の航路が設定され、同時に船を自動的にこの航路に沿つ て誘導できる装置が船舶自身にも備えられていれば、衝突、接触のような海難事故を防止する上にも、また船舶 の自動化を推進する意味からも非常に有効であろう。

現在多くの船に装置されている。いわゆる「オートパイロット」と呼ばれるものは、外洋航行中の動作を中心 に考えているために、内海に設定された航路を追従するものとしては不適当である。なぜなら外洋ではジャイロ コンパスで検出される方位角の偏差だけでの制御でかまわないと思うが、内海の場合のように限られた航路幅で しかも途中で変針しつつ、航行する心要のある所を自動的に誘導しようとすれば、命令した航路と実際に船がた どる航路の間の方位角だけでなく、位置的偏差も考慮しなければならない。

そこで著者達は、このような自動誘導用に航路の設定された場所での制御方法として、次のような方位角制御 と位置制御の組み合わせられたものを考えた。

 $\delta = k_1(\theta_i - \theta_0) + k_2(\eta_i - \eta_0)$

* 東京大学工学部

なる形で舵角を定める方法である。

 θ_i, η_i が船の追従すべき航路を示す指標で、それぞれ航路の方位角、位置を示す。

θ₀, η₀ は実際に船のいる点での方位角と位置を示している。

本論文は、このような制御のもとでの自動誘導船が持つ特性を考察したものである。具体的にいうなら、船の 性質も含めた自動制御について、主として減衰、速応性、定常特性といつた面について、「定められた航路をス ムーズに航行することができる」ための条件を検討し、付随して「どのような命令が船の追従性を改善するか」 という問題についても基本的な考察を試みた。

以上の理論的考察と同時に、アナログ計算機を用いて理論的な考察では不足と思われる点の特性や、われわれ の規範で適当と思われる応答形を調べてみた。その結果は本論文の考察が妥当なものであることを示していると 思われる。

2 船の運動方程式

一般に船の運動のうち、drifting および yawing については次のような線形化、 無次元化された運動方程式 が与えられる。

$$-(m'+m_{y'})\frac{d\beta'}{d\tau} = Y_{\beta'}\cdot\beta' + \{-(m'+m_{x'})+Y_{\tau'}\}r'+Y_{\delta'}\cdot\delta'+Y'$$

$$(I_{z'}+J_{z'})\frac{dr'}{d\tau} = N_{\beta'}\cdot\beta'+N_{\tau'}\cdot r'+N_{\delta'}\cdot\delta'+N'$$

$$(1)$$

ただし、 τ は無次元の時間、Uを船速 (m/s)、Lを船長 (m) としたとき $\tau = L/U$ r,β (これ以後 r',β' をこのように書く。) についてまとめ、係数をおきかえると

$$T_{1}T_{2}\frac{d^{2}r}{d\tau^{2}} + (T_{1}+T_{2})\frac{dr}{d\tau} + r = K_{r}\left(\delta + T_{3r}\frac{d\delta}{d\tau}\right)$$

$$T_{1}T_{2}\frac{d^{2}\beta}{d\tau^{2}} + (T_{1}+T_{2})\frac{d\beta}{d\tau} + \beta = K_{\beta}\left(\delta + T_{3\beta}\frac{d\delta}{d\tau}\right)$$

$$(2)$$

本論文ではシミュレーションに用いるアナログ計算機の容量の制約および簡略化して見通しを良くするため に、一次系近似を導入する。さらに近似的に $T_{sr} \Rightarrow T_{s\beta}$ と考えることにより(2)式を次のように書き改める。

$$T\frac{dr}{d\tau} + r = K_r \delta$$

$$T\frac{d\beta}{d\tau} + \beta = K_\beta \delta$$
(3)

このような一次系で近似することは、制御系の安定性を厳密に推定する場合には、かなり無理が伴うが、一次 系で安定であれば二次系でも安定であることが知られている。

操縦性指数 Kr, Kβ は船体運動が(3) 式で表わされると仮定しているので, 舵角にステップ状の入力を加 えたとき,定常状態(定常旋回になつたとして)でのrとβの最終値の比が両者の比を与える。Fig.1によつて



Fig. 1 Pivoting Point

pivoting. point と重心との距離を lp とすると

$$\beta = \frac{l_P}{R} = \frac{l_P}{L} \cdot \frac{L}{R} = \frac{l_P}{L} \cdot r \tag{5}$$

したがつて(4),(5)式より

$$K_{\beta} = \frac{l_{P}}{L} \cdot K_{r} \tag{6}$$

となる。以上は船に固定した動座標系での議論であるが静止座標系での船の重心の軌跡は Fig. 2 のように変数 をとれば

$$\left. \begin{split} \bar{\xi}(t) &= U \cdot \int_{0}^{t} \cos(\theta - \beta) \, dt + \bar{\xi}_{0} \\ \bar{\eta}(t) &= U \cdot \int_{0}^{t} \sin(\theta - \beta) \, dt + \bar{\eta}_{0} \end{split} \right\}$$

$$(7)$$

距離を船長Lで無次元化すると

$$\begin{cases} \xi(\tau) = \int_{0}^{\tau} \cos(\theta - \beta) d\tau + \xi_{0} \\ \eta(\tau) = \int_{0}^{\tau} \sin(\theta - \beta) d\tau + \eta_{0} \end{cases}$$

$$(8)$$

となる。(ただし r, ŋ, ξ は有次元量をあらわす。)

3 自動誘導の方法

3-1 制 御 方 式

設定された目標航路に船を誘導する制御の方法としてつぎのような操舵法を考える。この場合, θ_i , $\theta_0 \approx 0$ と考 えても一般性を失わないので Fig.3 のようになる。 η_i , θ_i を入力(設定された目標航路を示す)として, η_0 , θ_0 を出力(実際の船の航路を示す)とすると

(9)

 $\delta = k_1(\theta_i - \theta_0) + k_2(\eta_i - \eta_0)$

 $\equiv k_1 \varepsilon_{\theta} + k_2 \varepsilon_{\eta}$

 k_1, k_2 はそれぞれ 1 rad., 1 船長の角偏差, 位置偏差に対して とるべき操舵角である。目標航路を設定する場合 θ_i, η_i は独立に 命令することも可能であるが, ここでは入力としては θ_i のみと し, η_i は次の関係で決まるものとする。

$$\eta_i = \int_0^\tau \sin \theta_i d\tau \tag{10}$$

 η_0, θ_0, β に関しては前述の関係式

$$\eta_0 = \int_0^r \sin\left(\theta_0 - \beta\right) d\tau$$

が成り立つが、ここでは $\theta_i, \theta_0 - \beta$ が微小であると考えているので

$$\eta_i = \int_0^\tau \theta_i d\tau, \quad \eta_0 = \int_0^\tau (\theta_0 - \beta) d\tau \tag{11}$$

となる。

3-2 ブロック線図





Fig.3 入力と出力

$$\delta(s) = k_1 [\theta_1(s) - \theta_0(s)] + k_2 [\eta_1(s) - \eta_0(s)]$$

$$\equiv k_1 \varepsilon_{\theta}(s) + k_2 \varepsilon_{\eta}(s)$$
(14)

(11) 式より

$$\eta_t(s) = \frac{\theta_t(s)}{s}, \quad \eta_0(s) = \frac{\theta_0(s) - \beta(s)}{s}$$
(15)

(12)~(15)の各式はおのおのの変数の間の伝達関数を表わしている訳であるが、これらをまとめて自動操舵 系および船自体からなる全体についてのブロック線図を、Fig.4 に示す。破線で囲まれた部分を(6)式の関 係を用いて変形すると Fig.5 のようになる。結局 $K_r > T$ を変えることで、あらゆる船の制御問題を扱うこ とになる。さらに、この時定数の部分も $(T_{0}s+1)/(Ts+1)$ という Rate Control をかけたと考えると Fig.6 のよ



うな等価変換により、適当な値のみかけの時定数Tについて検討しておけば、舵角制限等による飽和の問題を別にすれば Rate Control の必要にして十分な値も知ることができる。なお、 K_r の相違についても k_1, k_2 に含めて考えればよい。

$$k_1 = k_1 \cdot K_r$$
$$k_2 = k_2 \cdot K_r$$

として k_1, k_2 を定義しなおす。ただし T_0 は船に固有の時定数をあらわす。

3-3 伝 達 関 数

Fig.4, Fig.5のブロック線図により、いくつかの変数の間の伝達関数を求めれば、次のようになる。

$$\begin{split} \frac{\theta_0}{\theta_1} &= \frac{(k_1 s + k_2)}{Ts^3 + s^2 + (k_1 - k_2 \cdot l_P/L)s + k_2} \\ \frac{\eta_0}{\theta_1} &= \frac{1}{s} \times \frac{(k_1 s + k_2)(1 - l_P/L \cdot s)}{Ts^3 + s^2 + (k_1 - k_2 \cdot l_P/L)s + k_2} \\ \frac{\varepsilon_\theta}{\theta_1} &= \frac{s(Ts^2 + s - k_2 \cdot l_P/L)}{Ts^3 + s^2 + (k_1 - k_2 \cdot l_P/L)s + k_2} \\ \frac{\varepsilon_\eta}{\theta_1} &= \frac{s(Ts + 1 + k_1 \cdot l_P/L)}{Ts^3 + s^2 + (k_1 - k_2 \cdot l_P/L)s + k_2} \\ \frac{\delta_\theta}{\theta_1} &= \frac{s(Ts + 1)(k_1 s + k_2)}{Ts^3 + s^2 + (k_1 - k_2 \cdot l_P/L)s + k_2} \\ \frac{\varepsilon_\eta}{\theta_1} &= \frac{(Ts + 1)(l_P/L \cdot s - 1)}{Ts^3 + s^2 + (k_1 - k_2 \cdot l_P/L)s + k_2} \\ \frac{\varepsilon_\theta}{d} &= \frac{-s(Ts + 1)}{Ts^3 + s^2 + (k_1 - k_2 \cdot l_P/L)s + k_2} \end{split}$$

(16)

4 制御系の満足すべき仕様

制御系が好ましい応答をもつためには、まず第一に系が安定であることが要求されるが、これだけでなく減衰の状態、振動の周期および定常状態における偏差等が適当でなければならない。これらは一般に減衰特性、速応性および定常特性と呼ばれているが、これらの仕様を満足する操舵系の係数 k₁, k₂ とみかけの時定数 T の組み合せを求めることが本論文の主たる目的である。この節ではこれらの特性について考察し仕様を定める。

実際には好ましい応答の仕様は評価関数を定め、それによつて決定されるが、ここでは第一段階として最低限 満足されるべき仕様を定めて話をすすめることにする。

1) 安定条件 これは過渡状態の振動項がやがて減衰して応答が定常状態に達する条件であり、特性根がすべて負の実部をもつことが必要十分条件である。(16) 式では特性方程式が

$$Ts^3 + s^2 + (k_1 - k_2 \cdot l_P/L)s + k_2 = 0$$
 (17)
であるから、Hurwitz の安定判別式によれば、 $k_1 > (T + l_P/L) \cdot k_2$ が安定条件となる。

84

これは減衰係数 🕻 >0 の条件で減衰特性の一部であるが、系が安定であることが大前提であるので、その見通 しを得るという意味で特別に扱つた。この式からわかることはTは小さいほど、制御はやりやすく、また k_2 の とり得る大きさは k1 の値によつて制限されるということである。後者は方位制御は位置制御からみれば微分制 御となつていることから理解されることである。 Im

2) 減衰特性および速応性 特性方程式(17)は三次式であり系が安 定な場合の特性根の配置は Fig.7 のようになる。すなわち P_1, P_2 によ る減衰振動の解と P₃ による非振動減衰の解とが応答の特性を決定す る。一般に制御系の特性は虚軸に近い特性根に大きく影響されるので、 最も虚軸に近い共役な二個の根を代表振動根と呼び、これにより代表さ せている。この場合は特性方程式を $(s - P_{2})(s - P_{2}) = s^{2} + 2\zeta \omega_{y}s + \omega_{y}^{2} = 0$

$$(3-1_1)(3-1_2) = 3 + 2 \xi \omega_n S + \omega_n = 0$$

いう二次系で近似したわけであり、解は
 $f(\tau) = 4 \exp(-\tau \omega_n \tau) \sin(\omega_n / 1 - \tau^2 \tau + \omega)$

$$f(\tau) = A \exp(-\zeta \omega_n \tau) \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2 \tau} + \psi)$$

 $A = A(T, k_1, k_2), \qquad \varphi = \varphi(T, k_1, k_2)$

Cexp

ここで ζ, ω_n は Fig.7 にあらわす量であり、それぞれ減衰係数、非 減衰固有角振動数と呼ばれ、減衰特性および速応性の指標として用いら

れる。本論文でもこれらにより特性を論じ他の極や零点の影響はそれらの修正としてあつかう。

そして仕様として

Ł

速応性
$$\omega_n = 2\pi/\tau > 1.3$$

減衰特性 $\zeta > 0.3$ (20)

(18)

(19)

と定める。これらの数値の根拠はとくにないが、速応性は、7=5、すなわち、船が5船長進む間に少なくとも 1 周期の振動をすること、減衰特性は、 一般のサーボ機構に適当とされる 0.4<\$<0.6 よりやや非減衰的でも よいとの考え方によるものである。なお、後で示すように く>0.6 になることはまずないので、上限は定めない ことにした。

第3の極 P₃ による解は (20) 式に

$$(P_3\tau) \qquad C = C(T, k_1, k_2) \tag{21}$$

の項が加わるわけであり振動中心がずれる。この値があまり大きいと速応性を劣化させる。このため「船が1周 期の振動をするうちに目標航路に達すること」という仕様を加える。この仕様は数値的におさえられないのが欠 点であるが、最も簡単で確実な仕様である。

3) 定常特性 過渡項が減衰して定常状態に達したとき,目標航路との偏差が残つていることがある。ここで はこの制御系の定常偏差について考察を加える。

定常偏差は $\lim \varepsilon_{\eta}(t)$, $\lim \varepsilon_{\theta}(t)$ の値であり, 最終値の定理によりそれぞれ $\limsup \varepsilon_{\eta}(s)$, $\limsup \varepsilon_{\theta}(s)$ に等し い。

> $\frac{\varepsilon_{\eta}(s)}{\theta_{1}(s)} = \frac{s(Ts+1+k_{1}\cdot l_{P}/L)}{Ts^{3}+s^{2}+(k_{1}-k_{2}\cdot l_{P}/L)s+k_{2}}$ (22) $\frac{\varepsilon_{\theta}(s)}{\theta_{i}(s)} = \frac{s(1s^{-1}-s^{-1}, s^{-1})}{Ts^{3}+s^{2}+(k_{1}-k_{2}l_{P}/\cdot L)s+k_{2}}$

であるから

$$\theta_{i} = \frac{a}{s} \qquad \mathcal{O} \succeq \stackrel{>}{\geq}$$

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon_{\eta}(t) = \lim_{s \to 0} s \varepsilon_{\eta}(s) = 0 \\ \lim_{s \to \infty} \varepsilon_{\theta}(t) = \lim_{s \to 0} s \varepsilon_{\theta}(s) = 0$$

$$(23)$$

すなわち、急に一定角変度針する場合には、十分時間がたてば目標航路に完全に一致する。次に風や潮流など による定常的な外乱が加わる場合には、フィードバックがかかつていなければ、一定の角速度と偏差をもつて航 路から離れてしまうが、たとえフィードバックがかかつていても場合によつては航路から一定の偏差をもつては ずれてしまう。



Fig.7 特性根の配置

風の場合,外乱dとして近似的に Fig.5 に示す場所に加わると考える。 実際には、そこは舵による角速度の 意味があり、その l_P/L 倍が β であることを示すので、風の場合は l_P/L より大きな値となるが、定性的にはこ のように考えてもさしつかえないと思う。

外乱 d に対する出力の伝達関数は(16)の最後に示した。したがつて d=a/s としたときの定常偏差は

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon_{\theta} = \lim_{s \to 0} s \cdot \varepsilon_{\theta}(s) = 0$$

$$\lim_{t \to \infty} \varepsilon_{\eta} = \lim_{s \to 0} s \cdot \varepsilon_{\eta}(s) = \frac{a}{k_{2}}$$
(24)

となる。すなわち方位角では定常偏差は出ないが、位置偏差は k_2 に反比例する。 k_2 があまり小さいと偏差が 大きくなり好ましくない。一つの目やすとして1万トン程度の貨物船に相対風速 20m/s の風が吹きつけるとき a=1/7程度である。そして $\eta_0 < 1/2$ すなわち 1/2 船長以内におさえるとすれば

$$\frac{1}{7} \cdot \frac{1}{k_2} < \frac{1}{2} \qquad \therefore \quad k_2 > 0.3 \tag{25}$$

程度となる。それで(25)を定常特性として追加することにする。この偏差を完全になくすには制御系に積分動作を加える必要がある。



5数値例

Table 1 に示す貨物船を例にとり,具体的に数 値を入れて考察をすすめ,同時に,アナログ計算 機を用いてシミュレーションを行なつてみた。結 果はすべて無次元化してまとめてある。

Table.1 Model Ship の要目

Ship Length	L	150 m		
Velocity	U	7 m/s		
Time Const.	T_0	25 sec		
	K_r	0.05/s		
	K^{β}	0.35		
	l_P/L	1/3		

Fig.8 はみかけの T, k_1, k_2 の変化に対する特 性根の軌跡を示す。ハッチ部は $\omega_n > 1.3, \zeta < 0.3$ の領域を表わしている。

またTが一定のとき, k_1 , k_2 を変数としてまと めると次のようになる。Fig.9 は ζ を Fig.10 は ω_n をパラメータとして, それぞれ減衰特性およ び速応性をあらわしている。 これから一般に k_2 が小さいほど減衰は良く, k_1 については大きす ぎても小さすぎても劣化することがわかる。速応 性に関しては k_1 の影響が大きく,小さいほど悪 い。また k_2 については極値をもつがその影響は 比較的小さい。Fig.11 は第3の極による振動中 心のずれに関する仕様の限界をあらわし,右側が 満足する領域である。 これはTが小さいほど k_1 が小, k_2 が大であることが要求されるが,他の 規範との関係もあり一がいに厳しくなるとはいえ ない。Fig.12 から Fig.14 までは以上の仕様を まとめてあらわしたもので,ハッチ部が仕様を満



足する組合せである。Tが大きくなるとこの部分が少なくなり、T=1.0でついに存在しなくなることがわかる。 Fig. 15 はアナログ計算機によるシミュレーションの結果の応答波形であり、図中 1,2,3 は ϵ_{η} , η_{o} , δ をあらわ し、それぞれ Fig. 12 の各点に対応する。Fig. 16 は直進時、定常的な外乱が加わつたときの応答波形である。

以上,減衰特性,速応性および定常特性についてのみ仕様を考えたが,この他に航路の最大振幅,最大操舵角 などについても考える必要がある。どちらも線形系では変針角度に比例するが,大角度変針の場合には大きな舵 角が許されるという性質のものではなく,それ自体おさえられるべき量である。したがつて逆にこれらから許容 最大変針角なるものが各 *T*, *k*₁, *k*₂ の組合せについて定まる。この許容最大変針角を大きくするためには,入力 の加え方,すなわち目標航路の命令法がポイントとなる。これについては種々の方法が可能であるが,ここでは ランプ入力とステップ入力の組合せによる方法と方位角命令を先行させる方法について考察する。

ランプ入力とステップ入力との組合せ 方位角命令にランプ入力とステップ入力の組合せを与えることは、 Fig. 17(b)に示すように、位置の命令 θ_i については、角を丸めた形の入力を与えることである。この場合に は

$$\theta_i(s) = (1 - e^{-\tau_0 s}) \frac{a}{s^2} \times \frac{1}{\tau_0}$$
(26)

である。 Fig.18 はランプ入力の傾斜 τ_0/a と最大振幅および最大舵角の改善との関係をあらわし、ゆるやかな ランプ入力ほど改善度が大きいことを示している。しかし、あまりゆるやかなランプ入力は変針までに時間がか かりすぎて、これも好ましくない。この傾きについても最適値が存在するはずであるが振幅の減少と速応性との 評価により異なるのは当然である。またこの入力による振幅および舵角の改善と T, k_1, k_2 の関係について、ほ ぼ次のことがいえる。 Tが小さいほど、また k_1 が大きいほど改善の度合が大きい。 これは ω_n が大きいほど



改善度が大きいことから説明される。また最大操舵角 が航路の最大振幅よりも一層改善されることは波形か らわかるように急な変針の場合は、最初に最大値をと り、これがほとんど直接 $k_1 \times a$ によつていた舵角が、 ランプ入力の導入により最大値がおくれ、 直接に k_1 ×a によらないことから説明される。

方位制御のみ先行させる方法 位置制御なしに方位 制御のみで自動変針を行なうと,目標航路より前方に 横流れして別な航路におちつく。この航路が目標航路 であれば振幅は小さくおさまるわけである。すなわち 方位制御のみを先行させて,あらかじめ船を回頭させ ておいて変針する方式である。これは目標航路の与え 方というより制御方式の工夫であるがこれについて考 察する。

 $\delta = k_1(\theta_i - \theta_0) + k_2(\eta_i - \eta_0)$ とする τ_0 船長前から, $\delta = k_1(\theta_i - \theta_0)$ の操舵をすると, Fig.17 (c) に示す ように最大振幅は減少する。Fig.19 は先行時間と改



Fig.16 外乱に対する応答波形

善度の関係をあらわしている。これによれば $k_1=3$ のときには k_2 によらず $\tau_0=0.9$ 付近で最小値を与える。 すなわち、ほぼ1船長前から方位制御をかけるとかなりなめらかに新しい航路に誘導できる。また k_1 が小さく



日本造船学会論文集 第124号



Fig.17 (c) θ_i : Step 入力 η_i : Delayed Ramp 入力



Fig.18 ランプステップ入力に よる改善

Fig.17 (d) θ_i :なし η_i :Step 入力(幅寄せ)



なると最小値を与える τ_0 が大きい方に移動する。これは、 k_1 が小さくなれば ω_n が小さく振動周期は大きく なり、最大振幅まで時間がかかる。したがって滑らかに進入できる航路まで達するのに時間がかかる。これから Tについても小さいものほどτは小さくなり、 k_2 が ω_n にあまり影響しないことから τ_0 にあまり関係しない ことが説明できる。またランプ入力の場合と異なつて舵角の改善は期待できる。

最後に特殊な場合として、幅寄せをとりあげシミュレーションの応答波形を Fig.17(d) に示す。

6 結 論

船舶の自動誘導の基礎となる自動変針について以上の考察により次の結論を得た。

1) 自動変針の際に満足すべき条件を与えれば、それらを ζ,ω_n などに関する仕様に帰着させ、これに 適す る操舵系のゲイン k₁,k₂ およびみかけの時定数Tの組合せを特性根の軌跡から求めることができる。この場合、 極による影響を受ける領域を考慮に入れれば、特性方程式を2次系と近似してさしつかえない。

2) Tは小さいほど好ましい。

3) k1 は速応性に大きな影響を与え、その値は大きいほど良いが、減衰性に関しては、安定判別式から予想 されるように大きいほど良いというわけでなく、極値をもつ。また航路の振幅、最大操舵量に関しても大きな k1 は悪影響を与える。

4) k₂ は小さいほど減衰性が良くなるが、外乱による偏差の関係であまり小さくできない。しかし実際には、 第3の極による影響の限界かから下限は定まる。

5) 最大操舵角や航路の最大振幅は入力の与え方の工夫により改善される。大角度変針などの場合はランプ入 力の導入や,方位制御を先行させる方法などが有効である。