

(昭和 44 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

衝突時の等価附加質量について

正員 元 良 誠 三* 正員 藤 野 正 隆*
正員 杉 浦 正 憲** 正員 杉 田 松 次*

Equivalent Added Mass of Ship in the Collision

By Seizo Motora, *Member* Masataka Fujino, *Member*
Masanori Sugiura, *Member* Matsuji Sugita, *Member*

Summary

To calculate the absorbed energy by the fracture of ship's structure in case of collision, it is necessary to estimate accurately the added mass of stricken ships.

Minorsky has proposed in his famous paper¹⁾ to use 0.4 for the added mass coefficient of stricken ships. In this paper, the authors tried to obtain an exact expression of the hydrodynamic force which will act on ships during a collision by theoretical calculations and series of model experiments on the first atomic-powered ship of Japan were conducted.

As a result, the authors have shown that the ratio of external force to the acceleration of the stricken ship varies with the time elapsed during the collision: i. e., the added mass of the ship is not constant during the collision. From this result, the authors introduced an equivalent added mass which, dividing the external force by it, will give an acceleration equal to the exact value of acceleration at the end of the collision.

It was also shown that this equivalent added mass changes its value with the "duration" of the collision. If the duration is infinitely small, the equivalent added mass is equal to the added mass for infinite high frequency. This agrees with Minorsky's assumption. However, if the duration is finite, the equivalent added mass becomes larger as the duration increases.

Since the duration is only related to the initial speed of the striking ship and the amount of penetration, and lower the initial speed or deeper the penetration the longer the duration, the equivalent added mass coefficient will be much greater than 0.4 in the case when a soft structured ship is stricken by a low speed ship resulting in a considerable amount of penetration.

1. 緒 言

船舶のように水面上に浮いた物体の衝突時において、吸収されるエネルギーを正確に求めるためには、船体周囲に存在する流体による流体力の効果を考慮に入れねばならない。たとえば Minorsky¹⁾は、衝突時に構造物の破壊として吸収されるエネルギーは、衝突船・被衝突船を一つの系として考えたとき、その系が失う運動エネルギーに等しいとした。このとき船体周囲の流体の効果としては、衝突時のように慣性力が支配的である現象においては減衰力としてではなく主として附加質量として効くものとし、船体横振動に対して Koch²⁾, Dieudonné³⁾, Johnson⁴⁾等が用いた附加質量係数 0.4 を採用すれば、よく衝突時の吸収エネルギーを説明できるとしている。本論文でも、周囲の流体の効果を附加質量で代表しようとする基本的な考え方においては Minorsky と同じであるが、附加質量の定義がそうであるように種々の定義による等価附加質量の考え方を導入し、Minorsky が混用している附加質量の定義を明確にすると共に、このように導入した等価附加質量係数が衝突継続時間と共にどの

* 東京大学工学部船舶工学科

** 日立造船株式会社技術研究所

ように変化するかを明らかにしようとするものである。

すなわち、ある既知の横力を受けるときの船の運動方程式を厳密に解いたのち、たとえば厳密に横方向の加速度を求めておき、これに運動の法則 $F=ma$ (F : 力, m : 見掛質量, a : 加速度) より計算した加速度 a が等しくなるように見掛質量 m を決めるというやり方で等価的な附加質量をきめることができる。全く同様に、力積は運動量の増分に等しいという考え方から速度に対する等価附加質量を求めることができるし、さらに外力のなした仕事が物体の得た運動エネルギーであるとして吸収エネルギーに対する等価附加質量を求めることができる。

また、簡単な模型化された実験を行ない、ここでの計算の妥当なことを確かめた。

2. 衝突時の等価附加質量の理論計算

船の見掛質量や減衰係数は、運動角周波数 ω の函数であるので、これらを $m(\omega)$, $c(\omega)$ と書くことにすると、水面上に浮いた船が外力のもとで周波数 ω の横運動をしているときは、 $x(t)$ を横移動量とすれば次のように運動方程式を書くことができる。

$$m(\omega)\ddot{x}(t)+c(\omega)\dot{x}(t)=f(t) \quad (1)$$

ここで時間函数 $x(t)$, $f(t)$ のフーリエ変換 $X(\omega)$, $F(\omega)$ を次のように導入する。

$$X(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}x(t)e^{-j\omega t}dt$$

$$F(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt \quad (2)$$

ところで直接計算したいのは、横方向変位 $x(t)$ ではなく横方向加速度 $\ddot{x}(t)(=a(t))$ であるので、加速度 $a(t)$ のフーリエ変換 $A(\omega)$ を、(1) 式をフーリエ変換したものより $A(\omega)=(j\omega)^2X(\omega)$ の関係式より求めると

$$A(\omega)\equiv H(\omega)\cdot F(\omega)$$

$$H(\omega)=\frac{j\omega}{j\omega m(\omega)+c(\omega)} \quad (3)$$

となる。したがって加速度 $a(t)$ は (3) 式を逆フーリエ変換して求めることができる。

$$a(t)=-\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}A(\omega)e^{j\omega t}d\omega \quad (4)$$

ところで一般に、実時間函数 $a(t)$ を逆フーリエ変換 (4) より求めるには、フーリエ変換 $A(\omega)$ の実数部 $R(\omega)$ 又は虚数部 $I(\omega)$ のいずれからも求められる。すなわち

$$a(t)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}R(\omega)\cos\omega t d\omega=-\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}I(\omega)\sin\omega t d\omega$$

$$A(\omega)=R(\omega)+jI(\omega) \quad (5)$$

a) ステップ状外力の場合

外力 $f(t)$ が単位階段函数、いわゆるステップ状外力 $U(t)$ である場合を考える。

$$f(t)=U(t)=\begin{cases} 0, & t<0 \\ 1, & t\geq 0 \end{cases} \quad (6)$$

この外力 $U(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は Dirac- δ 函数を用いれば

$$F(\omega)=\pi\delta(\omega)+\frac{1}{j\omega} \quad (7)$$

であるから、(5) の $A(\omega)$ の実数部 $R(\omega)$ 、虚数部 $I(\omega)$ は

$$\left. \begin{aligned} R(\omega) &= \frac{\pi m(\omega)\omega^2\delta(\omega)+c(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2+c^2(\omega)} \\ I(\omega) &= \frac{\pi c(\omega)\omega\delta(\omega)-m(\omega)\omega}{m^2(\omega)\omega^2+c^2(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。第一式を (5) に代入すれば、求むる加速度 $a(t)$ は

$$a(t)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\pi m(\omega)\omega^2\delta(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2+c^2(\omega)}\cos\omega t d\omega+\frac{2}{\pi}\int_0^{\infty}\frac{c(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2+c^2(\omega)}\cos\omega t d\omega \quad (9)$$

より求められる。ここで第二項は被積分函数が偶函数であることから積分区間を $(0, \infty)$ に変更している。田才教授⁵⁾によれば、 ω が十分小さいときの $c(\omega)$ は $0(\omega^5)$ の微小量であるから、右辺第一項は

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\pi m(\omega) \omega^2 \delta(\omega)}{m^2(\omega) \omega^2 + c^2(\omega)} \cos \omega t d\omega = \frac{1}{m(0)} \quad (10)$$

すなわち、周波数0の見掛質量の逆数になっている。

結局、ステップ状外力の場合の横加速度 $a(t)$ は次式で計算できる。

$$a(t) = \frac{1}{m(0)} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{c(\omega)}{m^2(\omega) \omega^2 + c^2(\omega)} \cos \omega t d\omega \quad (11)$$

ここで、ちなみに初期値 $a(0)$ を考えてみる。実時間因果性函数 $a(t)$ がインパルス函数を含まないとする、 $a(t)$ の初期値 $a(0^+)$ はそのフーリエ変換 $A(\omega)$ から

$$a(0^+) = \lim_{\omega \rightarrow \infty} [j\omega A(\omega)] \quad (12)$$

で求められる。ところで

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} [j\omega A(\omega)] = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \frac{j\pi\omega\delta(\omega) + 1}{m(\omega) + \frac{c(\omega)}{j\omega}} = \frac{1}{m(\infty)} \quad (13)$$

であるから、 $a(0^+) = 1/m(\infty)$ となる。すなわち、初期加速度は周波数無限大の見掛質量の逆数である。一方、(11) 式で $t=0$ として (13) 式と等置すれば、次の関係式が得られる。

$$\frac{1}{m(\infty)} - \frac{1}{m(0)} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{c(\omega)}{m^2(\omega) \omega^2 + c^2(\omega)} d\omega \quad (14)$$

さて (11) 式の第二項を実際に計算してみる。計算は原子力第一船の模型 (垂線間長 2.0m, 縮尺 1/58) について行なうこととした。船を長さ方向に 10 等分し、各断面形状を有する二次元物体の附加質量 $m_0(\omega)$ 、減衰係数 $c(\omega)$ を ω の函数として田才⁵⁾の方法で求める。しかるのちにシンプソンの求積法で船全体の附加質量と減衰係数を求めた。この結果を Fig. 1 に示してある。これより (11) 式の第二項の被積分函数のうち $c(\omega)/(m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega))$ を計算して同様に Fig. 1 に示した。これによれば $c(\omega)/(m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega))$ は非負の函数で、しかも ω が大きくなると急速に減少するので次のような近似解法で (11) 式の第二項の逆フーリエ変換を実行することができる。すなわち Fig. 1 に示した $c(\omega)/(m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega))$ なる函数形を Fig. 2 に示すように台形とか三角形などの簡単な図形群で近似して、それらに対する逆フーリエ変換を求めて、それらの和を取るという方法で、求むる (11) 式第二項を容易に計算できる (附録参照)。その結果を記すと

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{c(\omega)}{m^2(\omega) \omega^2 + c^2(\omega)} \cos \omega t d\omega = \frac{2}{\pi t^2} \left[\frac{R_0}{\omega_2 - \omega_1} (\cos \omega_2 t - \cos \omega_1 t) + \frac{R_4}{\omega_8 - \omega_3} (\cos \omega_3 t - \cos \omega_8 t) \right]$$

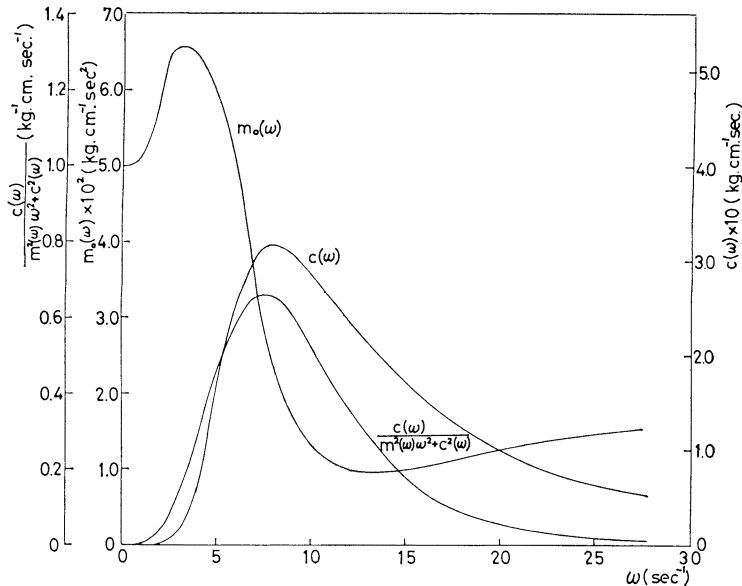
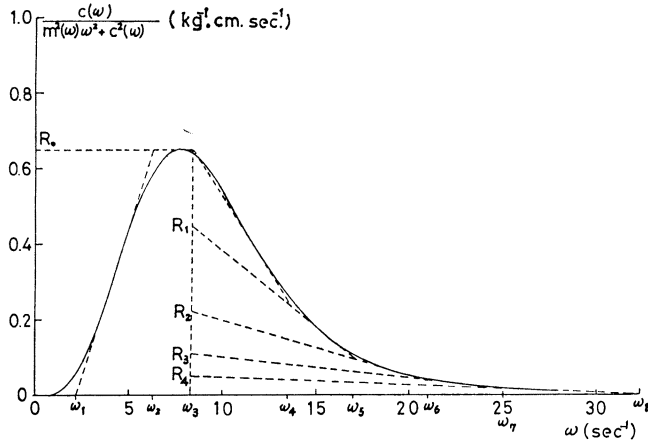


Fig. 1 原子力第一船模型 ($L_{pp}=2.0$ m) の附加質量 $m_0(\omega)$ と減衰係数 $c(\omega)$

Fig. 2 $c(\omega)/(m^2(\omega)\omega^2+c^2(\omega))$ 曲線を簡単な図形群で近似すること

$$\begin{aligned}
 & + \frac{R_3 - R_4}{\omega_7 - \omega_3} (\cos \omega_3 t - \cos \omega_7 t) + \frac{R_2 - R_3}{\omega_6 - \omega_3} (\cos \omega_3 t - \cos \omega_6 t) + \frac{R_1 - R_2}{\omega_5 - \omega_3} (\cos \omega_3 t - \cos \omega_5 t) \\
 & + \frac{R_0 - R_1}{\omega_4 - \omega_3} (\cos \omega_3 t - \cos \omega_1 t) \Big] \quad (16)
 \end{aligned}$$

となり、結局三角関数だけの計算となり時間関数として $a(t)$ を容易に求めることができる。以上のように加速度を理論的に求めることができたのであるから、すでに緒言で定義した意味での加速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y'' は次式で計算できる。

$$m^* + \bar{m}_y'' = \frac{f(t)}{a(t)} = \frac{1}{a(t)} \quad t > 0 \quad (m^* \text{ は船自身の質量}) \quad (17)$$

つぎに横移動速度 $v(t)$ は加速度 $a(t)$ が、(11)、(16) 式で時間関数として求められたのであるから、それを積分することにより容易に計算することができるので、速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y' の定義式 (18) より、 \bar{m}_y' を求めることができる。

$$m^* + \bar{m}_y' = \frac{\int_0^t f(\tau) d\tau}{v(t)} = \frac{t}{v(t)} \quad (18)$$

したがって \bar{m}_y' の計算は、 $v(t)$ の計算に帰結する。すなわち

$$v(t) = \frac{t}{m(0)} + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{c(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega)} \cdot \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (19)$$

より等価附加質量 \bar{m}_y' は

$$m^* + \bar{m}_y' = \frac{1}{\frac{1}{m(0)} + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{c(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega)} \cdot \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega} \quad (20)$$

ここで、分母において $t \rightarrow 0$ として、(14) 式の関係を用いると、分母は $1/m(\infty)$ となるので、加速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y'' の初期値と全く同様に、速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y' の初期値も $m_0(\infty)$ 、すなわち周波数無限大のときの附加質量となる。

さらに、吸収エネルギーに対する等価附加質量 \bar{m}_y は、速度 $v(t)$ が既知であるのでその定義式 (21) より求められる。

$$m^* + \bar{m}_y = \frac{\int_0^t f(\tau) v(\tau) d\tau}{\frac{1}{2} v^2(t)} = \frac{\int_0^t v(\tau) d\tau}{\frac{1}{2} v^2(t)} \quad (21)$$

ここで \bar{m}_y の初期値を考えてみると

$$\left[\frac{\int_0^t v(\tau) d\tau}{\frac{1}{2} v^2(t)} \right]_{t=0} = \frac{v(0)}{v(0)v'(0)} = \frac{1}{a(0)} = m(\infty) \quad (22)$$

であるから、やはり周波数無限大の附加質量によって与えられることがわかる。

b) ランプ状外力の場合

つぎに外力 $f(t)$ としてランプ状外力 (23) を考える。

$$f(t) = tU(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ t, & t \geq 0 \end{cases} \quad (23)$$

このときの外力 $f(t)$ のフーリエ変換 $F(\omega)$ は

$$F(\omega) = j\pi \frac{d\delta(\omega)}{d\omega} - \frac{1}{\omega^2} \quad (24)$$

であるから、(5) の $A(\omega)$ の実数部 $R(\omega)$ 、虚数部 $I(\omega)$ は

$$\left. \begin{aligned} R(\omega) &= \frac{-m(\omega) - c(\omega)\omega\pi\delta'(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega)} \\ I(\omega) &= \frac{-c(\omega) + m(\omega)\omega^3\pi\delta'(\omega)}{m^2(\omega)\omega^3 + c^2(\omega)\cdot\omega} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

となるから、逆フーリエ変換 $a(t)$ は

$$\begin{aligned} a(t) &= -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} I(\omega) \sin \omega t d\omega \\ &= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c(\omega)}{m^2(\omega)\omega^3 + c^2(\omega)\omega} \sin \omega t d\omega - \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\omega)\omega^2\pi\delta'(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega)} \sin \omega t d\omega \end{aligned} \quad (26)$$

である。ところで右辺第二項は、 δ 関数の微分の性質

$$\omega\delta'(\omega) = -\delta(\omega) \quad (27)$$

より

$$-\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\omega)\omega^2\pi\delta'(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega)} \sin \omega t d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\omega)\omega\delta(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega)} \sin \omega t d\omega = \frac{t}{m(0)} \quad (28)$$

となり、さらに第一項の被積分関数が偶関数であることを考慮して、積分区間を $(0, \infty)$ に変更すれば、求むる $a(t)$ は

$$a(t) = \frac{t}{m(0)} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{c(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega)} \cdot \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (29)$$

である。ところで、この $a(t)$ はステップ状外力の場合の加速度 (11) 式を一度時間で積分した形、すなわち (19) 式の速度 $v(t)$ と同一であるが、もともとランプ状外力 $f(t) = tU(t)$ はステップ状外力 $f(t) = U(t)$ の積分形であることを考慮すれば当然のことともいえる⁶⁾。すなわち、ステップ応答 $s(t)$ が既知のとき、任意の外力 $f(t)$ に対する応答 $g(t)$ は

$$g(t) = |H(0)| \cdot f(-\infty) + \int_{-\infty}^{\infty} f'(\tau) s(t-\tau) d\tau \quad (30)$$

で表わされる。ただし $|H(0)|$ は線形システムのシステム関数のフーリエスペクトルで $\omega=0$ のときの値である。いま考えているランプ状外力では

$$\begin{aligned} f(-\infty) &= 0 \\ f'(\tau) &= \begin{cases} 0, & \tau < 0 \\ 1, & \tau \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (31)$$

かつ、 $s(\tau)$ の因果性より $t < \tau$ では $s(t-\tau)$ は零であるので、 τ に関する積分は $-\infty$ から t までになる。したがって、 $g(t)$ は結局

$$g(t) = \int_{-\infty}^t f'(\tau) s(t-\tau) d\tau = \int_0^t s(t-\tau) d\tau = \int_0^t s(\tau) d\tau \quad (32)$$

となる。ここで $s(\tau)$ を先のステップ状外力の場合の加速度 $a(\tau)$ とすれば、 $g(t)$ はランプ状外力の場合の加速度と考えることができ、(29) 式が成り立つ。(17) で定義した加速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y'' は

$$\bar{m}^* + \bar{m}_y'' = \frac{1}{\frac{1}{m(0)} + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{c(\omega)}{m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega)} \cdot \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega} \quad (33)$$

で、右辺は (20) の右辺と全く同一であるからランプ状外力に対する \bar{m}_y'' は、ステップ状外力の場合の速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y' と全く一致することがわかる。したがって、ランプ状外力の場合の \bar{m}_y'' の初期値も

$m_0(\infty)$ であることがわかる。

同様に速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y' 、吸収エネルギーに対する等価附加質量 \bar{m}_y も (18), (21) により定義され容易に計算されるので、ここでは省略する。ただ \bar{m}_y' 、 \bar{m}_y の初期値も、他の場合と同じく $m_0(\infty)$ であることが証明される。

以上のように、それぞれ加速度、速度、吸収エネルギーに対して定義された等価附加質量 \bar{m}_y'' 、 \bar{m}_y' 、 \bar{m}_y は

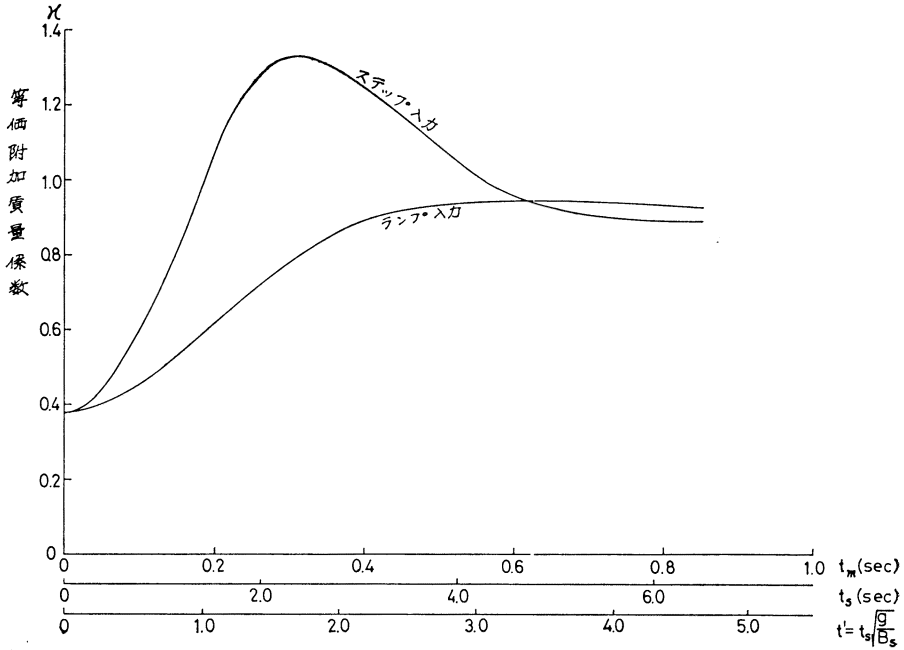


Fig. 3 加速度に対する等価附加質量係数

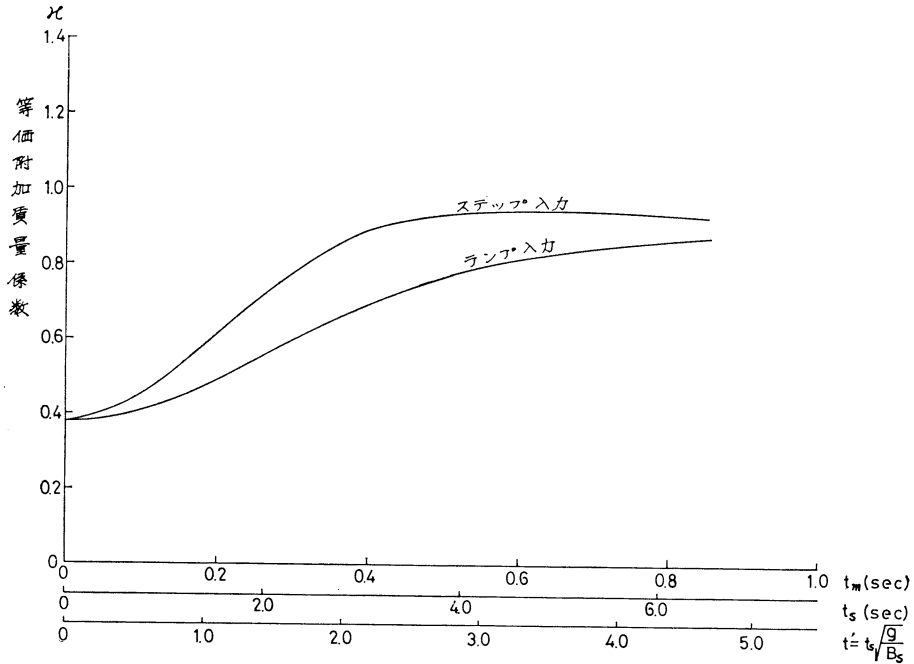


Fig. 4 速度に対する等価附加質量係数

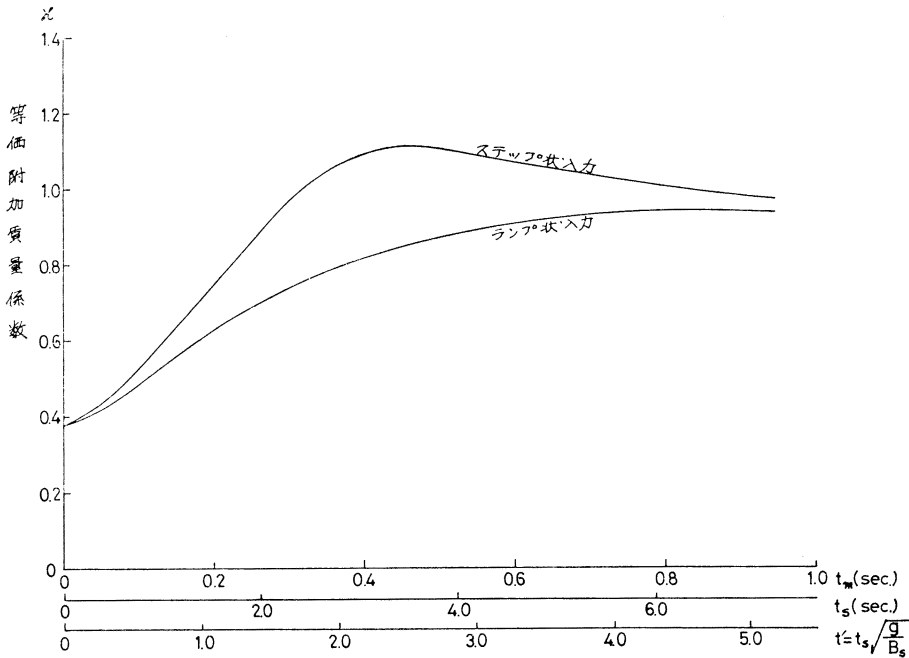


Fig. 5 吸収エネルギーに対する等価附加質量係数

その定義式より明らかなように、時間の関数である。ただ、いずれの場合も初期値は $m_0(\infty)$ であるから、外力の継続時間が十分短かければ、 \bar{m}_y'' , \bar{m}_y' , \bar{m}_y はいずれも同一の値 $m_0(\infty)$, すなわち周波数が無限大のときの附加質量であるとしてよい。そこで、 \bar{m}_y'' , \bar{m}_y' , \bar{m}_y の外力継続時間への依存度をみるために等価附加質量係数 χ ($=\bar{m}_y''/m^*$, \bar{m}_y'/m^* , \bar{m}_y/m^*) を原子力第一船について求めた結果を Fig. 3, 4, 5 に示した。これらの図の横軸には模型（垂線間長 2.0 m, 縮尺 1/58）の時間 t_m , 実船の時間 t_s , 無次元時間 t' を取っている。

これらの図から明らかなように、いずれの定義による等価附加質量係数も時間の経過と共に増大してゆく。特にステップ状外力の場合の加速度および吸収エネルギーに対する等価附加質量係数は、時間経過と共に急速に増大し、極大値に達したのちは逆に減少する。また等価附加質量の値の大小は、ステップ状外力の場合にしる、ランプ状外力の場合にしる、加速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y'' , 吸収エネルギーに対する等価附加質量 \bar{m}_y , 速度に対する等価附加質量 \bar{m}_y' の順で小さくなる。以上のように、外力の継続時間や外力 $f(t)$ の函数形によつて、等価附加質量はかなり異なるので、衝突時の附加質量を推定するには、この点に関する注意が必要である。

3. 実 験

前節では、船にステップ状乃至ランプ状外力が加わつたときの横加速度、横速度等を実際に解いたのであるが、これを実験的に確かめるために以下のような実験を行なつた。

計算に使われた原子力第一船の垂線間長 2.0 m の模型を作製し、これをスウェイ運動のみが自由である摩擦の少ないガイドに取付ける。模型には水平型抵抗線歪ゲージ加速度を搭載し、重心を通る横断面内で水面より約 20 mm 上の個所にピアノ線を取付け、十分摩擦の少ない滑車を通して、その他端に重錘をかける。一方、同一横断面の他方の舷側には細いナイロン糸をつけ固定壁に結びつける。この状態にセットしておきナイロン糸を瞬間的に切断すれば、模型船には一定のステップ状外力（重錘の重さ）がかかることになる。この際上記のガイドがないままでは模型は横揺れもすることになり、加速度計は純粹に横方向線加速度のみを検出することができないので Fig. 6 に示す上記のガイドを取付けた。使用した模型船の主要目を Table 1 に示す。このようにして所定の力をかけたときの加速度計の出力を直記式電磁オシログラフに記録させた。外力として 1 kg の力をかけたときの結果を解析した例が Fig. 7 で、外力の継続時間に対して移動加速度を計測し、これより加速度に対する等

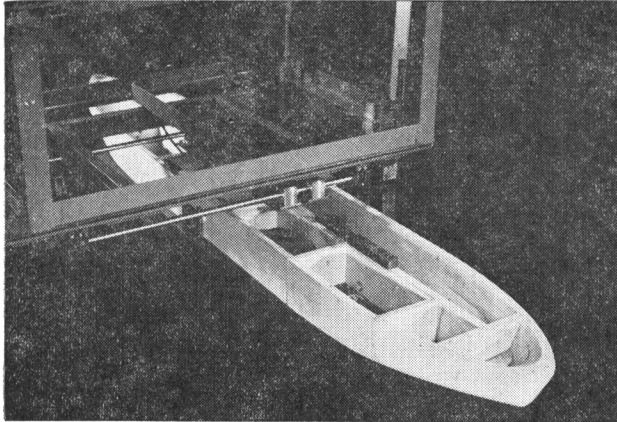
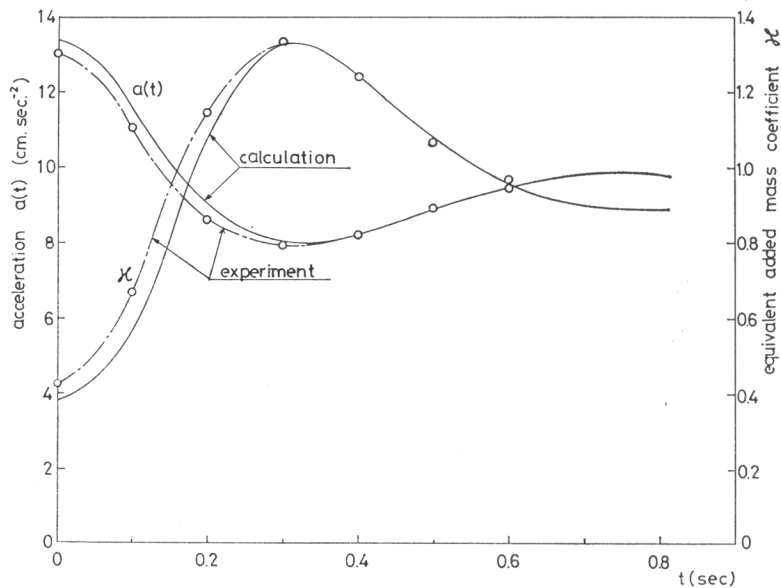


Fig. 6 加速計測用ガイド

Table 1 原子力第一船模型の主要目

L_{pp}	2,000.0 mm
B	327.6 mm
D	227.6 mm
d	119.0 mm
Δ	53.0 kg
C_b	0.664
C_p	0.672
C_w	0.826
C_{∞}	0.988
C_{vp}	0.804
∞B	39.6 mm <i>aft</i>

Fig. 7 加速度 $a(t)$ と加速度に対する等価附加質量係数 χ の比較

価附加質量係数 $\chi (= \bar{m}_y''/m^*)$ を求めて、すでに求められているステップ状外力に対する計算結果と比較している。これによれば、実験値と計算値は非常によく一致していて計算方法の妥当なことを物語っている。加速度の実測値から速度および吸収エネルギーを求めて、それらに対する等価附加質量係数 $\chi (\bar{m}_y''/m^*, \bar{m}_y/m^*)$ を求めた結果を、同じように純然たる計算値と比較したのが Fig. 8, 9 である。加速度および加速度に対する等価附加質量係数が実験と計算でよく一致していたことから当然予想されるように、これらにおいても実測値と計算値はよく一致している。

4. 衝突継続時間の推定

いままでの計算および実験から明らかのように、等価附加質量係数 χ は外力の継続時間と共に増大してゆくの
で、衝突継続時間を検討しておく必要がある。

a) ステップ状外力の場合

衝突外力がステップ状であるとし、その大きさを f_0 とする。また衝突継続時間を τ とし、その間の平均的等
価附加質量を \bar{m}_x, \bar{m}_y で表わすことにする。添字 A で被衝突船、 B で衝突船に関する量を表わせば、衝突船が

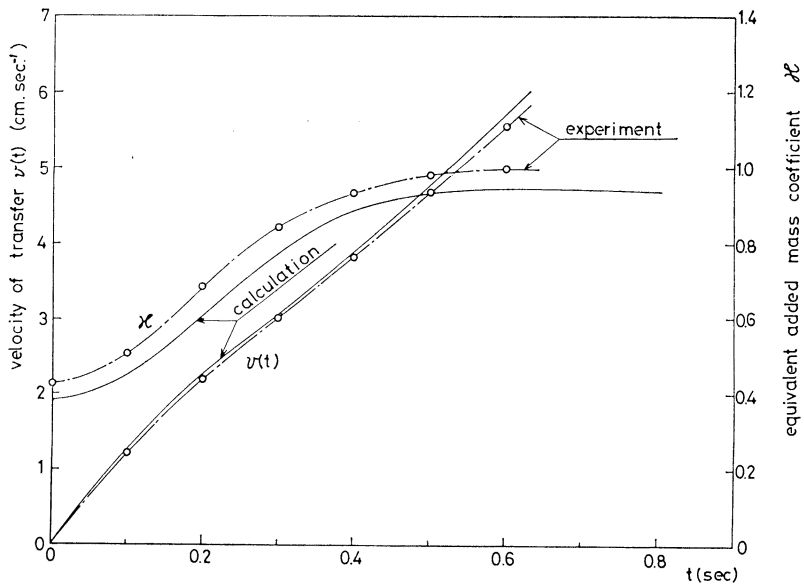


Fig. 8 速度 $v(t)$ と速度に対する等価附加質量係数 χ の比較

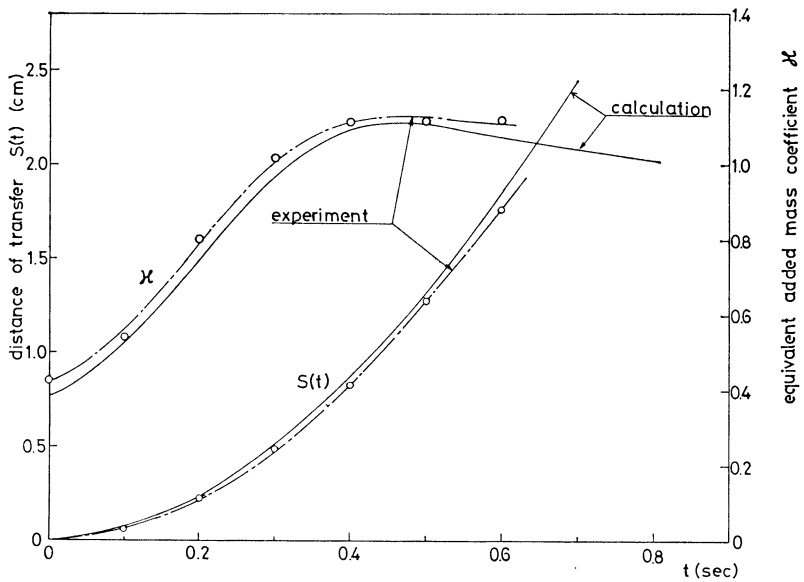


Fig. 9 移動距離 $s(t)$ と吸収エネルギーに対する等価附加質量係数 χ の比較

静止している被衝突船の重心真横位置に衝突するとき、 A 船の横変位および B 船の縦変位に関する運動方程式は

$$\left. \begin{aligned} (m_B + \tilde{m}_{Bx}) \frac{du_B}{dt} &= -f_0 \\ (m_A + \tilde{m}_{Ay}) \frac{dv_A}{dt} &= f_0 \end{aligned} \right\} \quad (34)$$

となる (Fig. 10 参照)。一方、衝突時に B 船が A 船に突入する量を S とすると

$$S = \int_0^\tau (u_B - v_A) dt = U_{B0} \tau - \frac{f_0 \tau^2}{2} \left(\frac{1}{m_B + \tilde{m}_{Bx}} + \frac{1}{m_A + \tilde{m}_{Ay}} \right) \quad (35)$$

となる。ただし、 U_{B0} は B 船の初速とする。さて、 $t = \tau$ における (すなわち衝突完了時) 最終速度を U とすれば

$$\frac{f_0 \tau}{m_B + \bar{m}_{Bx}} = U_{B0} - U, \quad \frac{f_0 \tau}{m_A + \bar{m}_{Ay}} = U \quad (36)$$

であるから、(36)を(35)に代入すると結局

$$S = \frac{U_{B0} \tau}{2}, \text{ or } \tau = \frac{2S}{U_{B0}} \quad (37)$$

となり、「衝突継続時間は突入量と、衝突船の初速のみに関係し突入量に比例し、初速に反比例する」ということができる。低速な船が弱い構造の船に深く突込むと衝突時間が長くなるわけである。

b) ランプ状外力の場合

(34)式の右辺の f_0 の代わりに $f(t) = t$ とし、同様に突入量 S を求めると

$$S = \int_0^\tau (t_B - v_A) dt = U_{B0} \tau - \frac{\tau^3}{6} \times \left(\frac{1}{m_B + \bar{m}_{Bx}} + \frac{1}{m_A + \bar{m}_{Ay}} \right) = \frac{2}{3} U_{B0} \tau, \text{ or } \tau = \frac{3S}{2U_{B0}} \quad (38)$$

となる。したがって(40)式と比較すれば、同一の S と U_{B0} に対してはステップ状外力の場合の $2/4$ 倍の衝突継続時間であることがわかる。

たとえば、突入量を4m、初速を18ノットとすると、ステップ状衝突力の場合の衝突継続時間 τ は0.865秒であるのに対し、ランプ状衝突力の場合には0.649秒となる。この場合の吸収エネルギーに対する等価附加質量係数 χ はそれぞれ0.57、0.47であり、衝突時の吸収エネルギーを算定する際の附加質量係数としては、衝突継続時間が無限小の場合の周波数無限大に対する $m_0(\infty)/m^* = 0.382$ よりかなり大きい値となる。Table 2に衝突船の初速と突入量の種々の組合せに対する衝突継続時間とその場合の速度に対する等価附加質量係数の値を示す。

5. 結 言

(1) 従来 Minorsky が衝突時の吸収エネルギーを算定するのに用いていた被衝突船の横方向附加質量係数0.4は、十分衝突継続時間が短い場合には良い推定値であるが、本論文での計算と実験によれば、衝突継続時間が有限のある長さを有する場合には、0.4よりも大きい値をとるべきであるといえる。さらに等価附加質量係数

Table 2 原子力第一船(実船)の衝突継続時間 τ と速度に対する等価附加質量係数 χ

初速	突入量	外力形式	2m		4m		6m		8m		10m	
			ステップ	ランプ	ステップ	ランプ	ステップ	ランプ	ステップ	ランプ	ステップ	ランプ
ノット 6		τ (sec)	1.30	0.975	2.59	1.94	3.89	2.92	5.18	3.89	6.48	4.86
		χ	0.562	0.424	0.830	0.553	0.935	0.683	0.934	0.700	0.930	0.828
10		τ (sec)	0.777	0.583	1.56	1.17	2.34	1.76	3.12	2.34	3.89	2.92
		χ	0.460	0.392	0.623	0.443	0.787	0.526	0.905	0.610	0.935	0.683
14		τ (sec)	0.557	0.418	1.11	0.833	1.67	1.25	2.23	1.67	2.79	2.09
		χ	0.504	0.388	0.522	0.410	0.650	0.459	0.763	0.514	0.864	0.575
18		τ (sec)	0.432	0.324	0.865	0.649	1.30	0.975	1.73	1.30	2.16	1.62
		χ	0.415	0.385	0.475	0.396	0.562	0.424	0.663	0.465	0.751	0.507
22		τ (sec)	0.354	0.266	0.708	0.531	1.06	0.795	1.38	1.04	1.77	1.33
		χ	0.409	0.384	0.449	0.390	0.511	0.405	0.583	0.431	0.670	0.463
26		τ (sec)	0.299	0.225	0.598	0.446	0.898	0.674	1.20	0.900	1.50	1.13
		χ	0.403	0.384	0.435	0.389	0.480	0.399	0.543	0.416	0.608	0.440

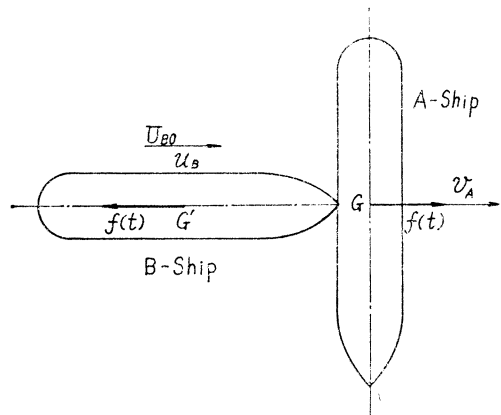


Fig. 10 重心位置横衝突

えは継続時間によるほかに、外力の時間函数としての函数形にもよるので厳密には実際の衝突力の函数形を知る必要がある。すなわち、静止中の船（A船）の重心位置に真横から衝突船（B船）が衝突するときの吸収エネルギーは $m_B(m_A + \bar{m}_{AV}) / (m_A + m_B + \bar{m}_{AV}) \times U_{B0}^2 / 2$ で与えられるので、附加質量 \bar{m}_{AV} を Minorsky 流に 0.4 と小さく推定することは、耐衝突構造物の設計にとつて不安全側の推定となる。

(2) さらに Minorsky は速度に対する等価附加質量係数と吸収エネルギーに対する等価附加質量係数を混用しているが、ここでの計算でも明らかなように衝突継続時間が有限になると、定義によつて附加質量係数の値がかなり異なつてくるので、厳密には各定義による等価附加質量係数を使いわけなければならない。

(3) 周波数の函数である係数をもつた運動方程式を線型重ね合せにより求める方法の一例として、本論文では衝突時の加速度を計算し実験と比較したところ、両者はよく一致することが示された。すなわち、このような場合の運動方程式を線型重ね合せで解くことの有用性を一例をもつて示したといえる。

なお本研究は日本造船研究会 NSR-3 部会昭和 43 年度研究事業の一環として行なわれたものであり、またそれに際しては、日立造船技術研究所所蔵の Lewis 断面形状を有する二次元体の附加質量、減衰係数を計算するプログラムを利用させていただいたこと、および川崎重工業技術研究所・山上順雄氏に有益な助言をいただいたことを附記し御礼申し上げる次第である。

参 考 文 献

- 1) V. U. Minorsky : "An Analysis of Ship Collisions with Reference to Protection of Nuclear Power Plants", Journal of Ship Research, Vol. 3, No. 2, 1959, pp. 1~4.
- 2) J. J. Koch : "Experimental Method for Determining Virtual Mass for Oscillations of Ships", Ingenieur Archiv, Vol. 4, part 2, 1953.
- 3) J. Dieudonné : "Vibration in Ships", T. I. N. A., 1959.
- 4) A. J. Johnson : "Vibration Tests of all Welded and all Riveted 10,000 ton Dry Cargo Ship", Trans. N. E. C. I. E. S., Vol. 67, 1950~1951.
- 5) 田才福造 : "水面に浮んだ柱状体の左右揺れによって生ずる Hydrodynamic Force および Moment", 造船協会論文集, 第 110 号, 1961.
- 6) A. Papoulis : "The Fourier Integral and Its Applications", McGraw-Hill. (邦訳 工学のための応用フーリエ積分, オーム社)
- 7) V. V. Solodovnikov : "Introduction to the Statistical Dynamics of Automatic Control Systems", Dover Pub. ING. 1960.

附 録

(16) 式を近似的に求める手法については、二三の教科書^{6,7)}に解説されているが、簡単に逆フーリエ変換を行なえる一例として敢てここに述べることにした。たとえば、Fig. A-1 に示したような台形状の函数形を有する $R_1(\omega)$ に対する逆フーリエ変換を考える。

$$r_1(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R_1(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (\text{A} \cdot 1)$$

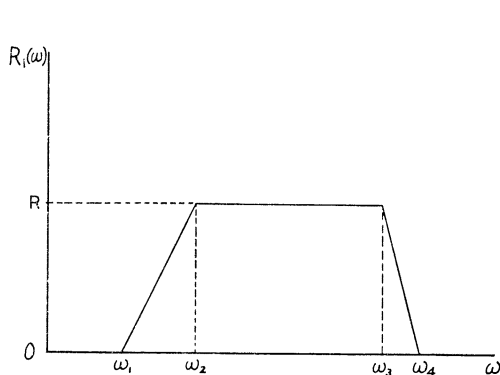


Fig. A-1

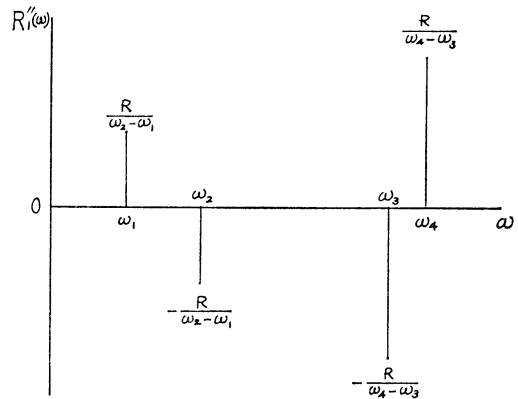


Fig. A-2

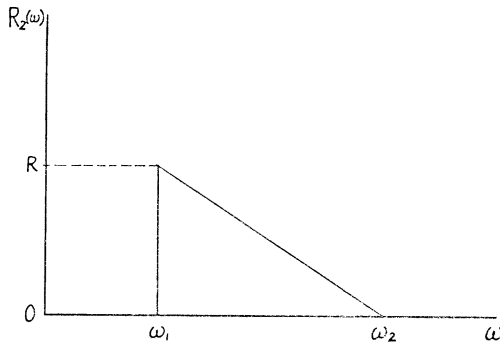


Fig. A-3

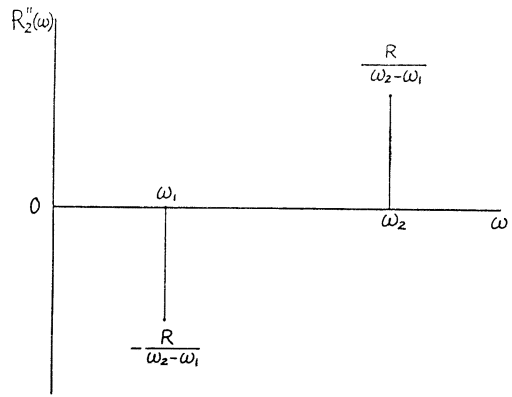


Fig. A-4

さて、 $R_1(\omega)$ を ω で二回微分した $R_1''(\omega)$ は Fig. A-2 に示すように 4 個のインパルスを有する。

$$R_1''(\omega) = \frac{R}{\omega_2 - \omega_1} \{ \delta(\omega - \omega_1) - \delta(\omega - \omega_2) \} - \frac{R}{\omega_4 - \omega_3} \{ \delta(\omega - \omega_3) - \delta(\omega - \omega_4) \} \quad (A \cdot 2)$$

一方、 $R_1(\omega)$ の逆フーリエ変換 (A・1) が $r_1(t)$ のとき $R_1''(\omega)$ の逆フーリエ変換は $-t^2 r_1(t)$ である。すなわち

$$-t^2 r_1(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R_1''(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (A \cdot 3)$$

この式に (A・2) を代入して次の関係式

$$\int_0^\infty \delta(\omega - \omega_1) \cos \omega t d\omega = \cos \omega_1 t \quad (A \cdot 4)$$

を用いれば、結局

$$r_1(t) = -\frac{2}{\pi t^2} \left\{ \frac{R}{\omega_2 - \omega_1} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) - \frac{R}{\omega_4 - \omega_3} (\cos \omega_3 t - \cos \omega_4 t) \right\} \quad (A \cdot 5)$$

で逆変換 $r_1(t)$ を求めることができる。次に Fig. A-3 に示すような三角形の函数形を有する $R_2(\omega)$ に対する逆フーリエ変換 $r_2(t)$

$$r_2(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty R_2(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (A \cdot 6)$$

も全く同様に考えることができる。図の $R_2(\omega)$ に対する ω に関する二回微分 $R_2''(\omega)$ は

$$R_2''(\omega) = -\frac{R}{\omega_2 - \omega_1} \{ \delta(\omega - \omega_1) - \delta(\omega - \omega_2) \} \quad (A \cdot 7)$$

となり (A・5) を求めたと同様の手法より

$$r_2(t) = \frac{2}{\pi t^2} \cdot \frac{R}{\omega_2 - \omega_1} (\cos \omega_1 t - \cos \omega_2 t) \quad (A \cdot 8)$$

となる。Fig. 2 に示したように $c(\omega)/(m^2(\omega)\omega^2 + c^2(\omega))$ を二個の台形、5 個の三角形に分解したものについては、それぞれの図形に対する逆フーリエ変換を求めた後、それらの和をとれば所要の逆フーリエ変換 (16) 式を得る。