

(昭和 45 年 11 月日本造船学会秋季講演会において講演)

変形 Z 試験とその一応用について

正員 藤野正隆* 正員 元良誠三*

On the Modified Zigzag Maneuver and its Application

by Masataka Fujino, *Member* Seizo Matora, *Member*

Summary

In case of less stable ships or unstable ships such as full bodied ship, there are difficulties in conducting ordinary zigzag maneuver at a small rudder angle, say 5 degrees. In order to examine the course keeping qualities of such ships, the authors proposed a modified zigzag maneuver, which was distinguished from ordinary zigzag maneuver in the respect that the rudder angle was not equal to the switching heading angle. As an example, results of ordinary and modified zigzag tests on two full supertankers are reported and the maneuverability indices, T^* and K^* , obtained from them are compared with each other. In the latter half of this paper, it is described that modified zigzag maneuver is valid to obtain frequency response function of maneuverability.

緒 言

Kempf¹⁾ によつて提案された Z 試験は、進路安定な船については小舵角まで実施容易であり、野本^{2,3)} の一次系解析と併せて船の操縦性を調べる上で極めて有力な武器となつてきた。ところが進路安定の悪い船または不安定な船になつてくると、進路保持に必要な特性を得るために、小舵角の Z 試験をおこなおうとすると航跡が著しく左右非対称になつたり発散したりして、直線運動から余り deviate しない範囲での操縦特性を求めることは、ほとんど不可能である。

このような困難を克服するために、著者等は目的に応じて、用いる舵角 δ^* と、切返す方位角 ψ^* の異なる Z 試験（これを変形 Z 試験とよぶことにする）をおこなうことを提案してきた⁴⁾。

本論文では 4) に述べた主旨を、多少の実例を加えて紹介するとともに、その一応用として、変形 Z 試験を用いて船の舵に対する周波数応答特性を求める方法を述べる。

1 変形 Z 試験

1.1 進路安定度の低い船または不安定な船の Z 試験の困難性

緒言に述べたように、巨大タンカーのような進路安定度の悪い船について、保針運動のように直線からの偏りの少ない運動の特性を求めようとして、舵角の小さい Z 試験（たとえば $5^\circ \sim 5^\circ$ Z 試験）を行なうと多くの場合発散するか、発散しなくとも方位角の偏差が非常に大きくなり実施に困難を感ずることが多い。この様子を進路安定な船と進路不安定な船につき Z 試験の方位角の振幅 $\bar{\psi}$ と周期 τ で定性的に示すと Fig. 1 のようになる。

このように、進路不安定な船では小舵角の通常の Z 試験は全く不可能であり、進路安定度の低い船でも事実上不可能に近く、少くとも直線航路からあまり偏りな運動をさせるという所期の目的を達成することはできない。

1.2 変形 Z 試験の提案

それでは、このような船は保針運動が不可能であるかという、決してそうではなく、大型タンカーの場合には実際には Course keeping にたいした困難を感じないで走っている。その理由は、実際の保針運動では、舵角は 5° 程度であるが、切返し角は非常に小さくて、手動でも通常 1° 以下であり、自動操縦では更に小さい。こ

* 東京大学工学部船舶工学科

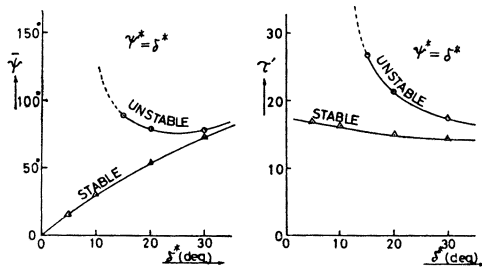


Fig. 1 Z 操舵でのリミットサイクルの方位角振幅 ψ^* と周期 $\tau' (= \tau U/L)$

のような小さな切返し角度で転舵する場合には、船の運動はほとんど慣性に支配されていて、速度、角速度は不安定な流体力を生ずるまでに発達しないために、船は小さな舵角でも十分反応して向きを変えるのである。

例として(11)式に示すような簡易化した2次系非線型不安定船について、舵角を 5° に保ち、切返し角を 5° (通常Z試験), 1° , 0.8° , 0.6° , 0.4° , 0.2° に変えてZ試験のシミュレーションを行なった場合の方位角の変化の模様を Fig. 2(a)~(f)に示す。この例では切返し角 ψ^* が 1° 以上の場合は、運動が著しく大きくなるが、 0.8° 以下では運動の小さい範囲に安定なリミットサイクルを得ることがわかる。

このように、保針運動の特性をZ試験によつて求めるためには、通常のZ試験にくらべて、格段に小さな切返し角度を用いる必要がある。このようなZ試験(一般に舵角と切返し角度の等しくないZ試験)を変形Z試験と呼ぶことにする。

次に変形試験の結果と通常のZ試験の結果とで、得られる船の操縦特性がどのように違ってくるかを検討する。

1.3 1次系解析の意義

ある進路安定の悪い船の $15^\circ \sim 15^\circ$ 通常Z試験の結果と、 $5^\circ \sim 5^\circ$ の通常Z試験の結果(発散しなかつたとして)と、さらに $5^\circ \sim 1^\circ$ (舵角 5° , 切返し方位角 1° の意)の変形Z試験の結果についてそれぞれ1次系解析を行なつてみると、 $15^\circ \sim 15^\circ$ の結果から得られる K, T 指数に対し、 $5^\circ \sim 5^\circ$ の結果からは遙かに大きな K, T 指数が得られ、一方 $5^\circ \sim 1^\circ$ からは恐らく遙かに小さな K, T 指数が得られるであろう。

この事は $5^\circ \sim 1^\circ$ のような変形Z試験での船の反応は、見掛上進路安定の極めてよい船のような結果を示すということであり、進路安定の悪い巨大船が必ずしも保針運動に困難を感じない事実と一致する。

それではどのような K, T 指数が真の K, T であろうか。そのためには1次系近似の意味をもう一度検討してみる必要がある。今簡単のため、船の操縦特性が(1)式のような線型2次方程式で表わされるものとする。

$$T_1 T_2 \frac{d^3 \psi}{dt^3} + (T_1 + T_2) \frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{d\psi}{dt} = K\delta + K T_3 \frac{d\delta}{dt} \quad (1)$$

記号はすべて2)にならう。

この方程式の1次系近似は、野本²⁾により

$$\left. \begin{aligned} T \frac{d^2 \psi}{dt^2} + \frac{d\psi}{dt} &= K\delta \\ T &= T_1 + T_2 - T_3 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

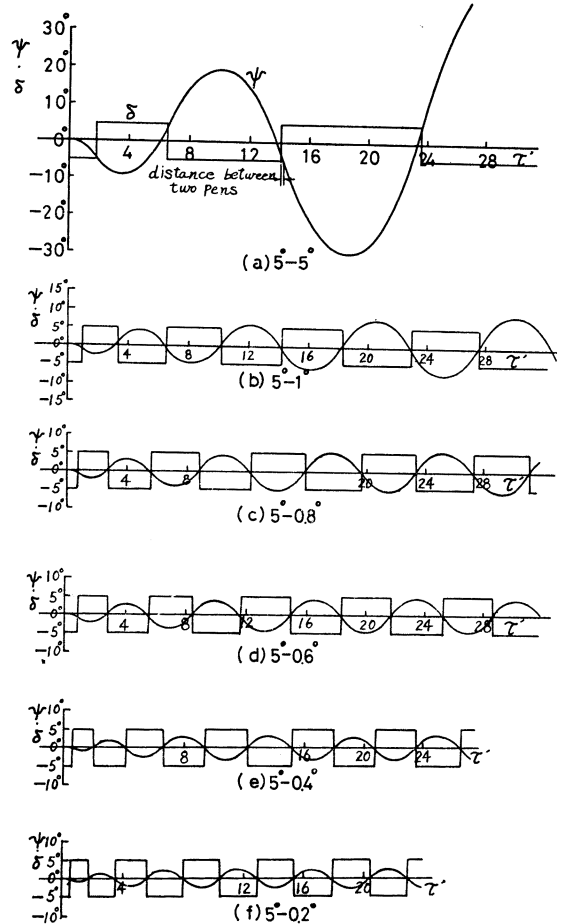


Fig. 2 (11)式で表わされる船での各種Z 操舵シミュレーションの結果 ($T_1' = -17.75, T_2' = 0.485, T_3' = 0.895, K' = -9.15, p' = -8.60$)

で与えられる。(2)式の解 ψ は、 t が十分経過したとき(1)式の解 ψ と一致するが、 t が小さい間は Fig. 3 の破線のように(1)式の解より小さくなり、その差は進路安定の悪い船程大きい。

そこで(1)式で表わされるような船と、(2)式で表わされるような船とについて α 試験を行なつたとすると、その結果は定性的には Fig. 4 の実線と破線のような差を生じるであろう。すなわち、(2)式の1次系近似をした船に対し、元の船((1)式)は切返し時期が早まり、overshootも小さくなる傾向を示す。このような元の船の α 試験結果について1次系解析を行なうと、その結果は(2)式の T, K より小さな T, K を与え、見掛け上は1次系近似((2)式)よりも安定な結果を示す。この傾向は舵角に対し ψ^* が小さいほど、すなわち切返し角が小さい程顕著に現われ、逆に舵角に対し ψ^* が大きい程(1)式と(2)式の結果は近づくことが、Fig. 3とFig. 4から判る。1例として $T_1'=12.68, T_2'=0.420, T_3'=0.893, K'=5.82$ の場合につき(2)式で与えられる T, K の値および(1)式で実際にZ試験のシミュレーションを行なつて求めた見掛けの T, K の値(これを区別するため T^*, K^* という記号で表わす)を比較してみると Fig. 5, 6のようになる。

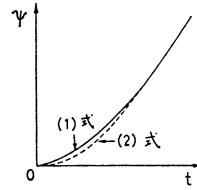


Fig. 3 1次系と2次系のステップ操舵の比較

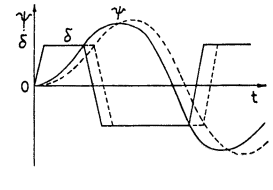


Fig. 4 1次系と2次系のZ操舵の比較

(2)式より与えられる T 及び K の値は、舵角0のときの極限の T^*, K^* に相当し、舵角が大きくなるにしたがつて T^*, K^* の値は T, K より小さくなり、その傾向は切返し角 ψ^* と舵角 δ^* の比 ψ^*/δ^* が小さいほど顕著である。

通常の α 試験では $\psi^*/\delta^*=1$ で、その場合の T^*, K^* は舵角によらず、線型の場合は一定の値となるが、(2)式の T, K の値とは一致しない。この T^*, K^* の値と T, K の値の差は船の進路安定が悪いほど大きくなり、進路不安定船では T, K は負となるのに対し、ある程度以下に ψ^*/δ^* が小さい範囲では正の T^*, K^* が存在し、 α 試験は発散しない。(この関係は5に詳述する)

1.4 Z試験の目的は何か

以上述べたように、通常Z試験を含めて一般に変形Z試験の結果から得られる T^*, K^* 指数は、厳密な意味の1次系近似の T, K とは異なつた値をとる。それではどの値が最も船の操縦性を表わすのに適しているのだろうか?

船の操縦運動は大別して次の3つにわけられると考えられる。

- a) 保針運動
- b) 変針運動
- c) 緊急避航運動

このうちb)は中程度(通常 15° 程度)の舵を用い、同程度の変針を行なうのが普通のケースであるから、 $15^\circ \sim 15^\circ$ または $10^\circ \sim 10^\circ$ の通常Z試験は、よくその運動を表わしており、その結果から求められる1次系指数

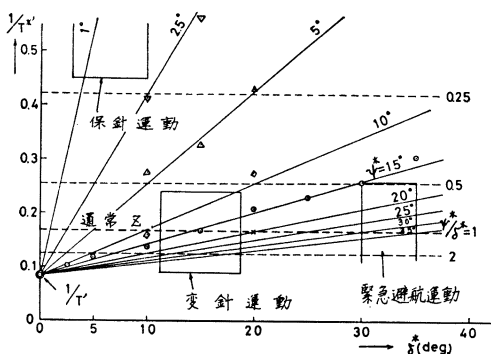


Fig. 5 線型な進路安定船の各種変形Z試験による T^*

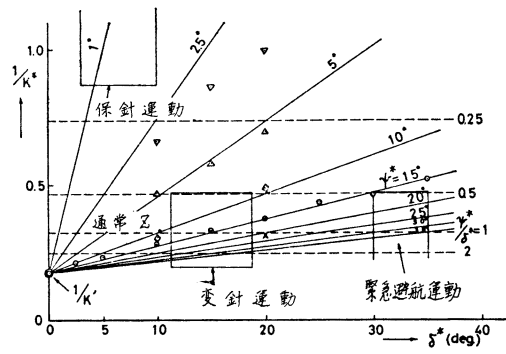


Fig. 6 線型な進路安定船の各種変形Z試験による K^*

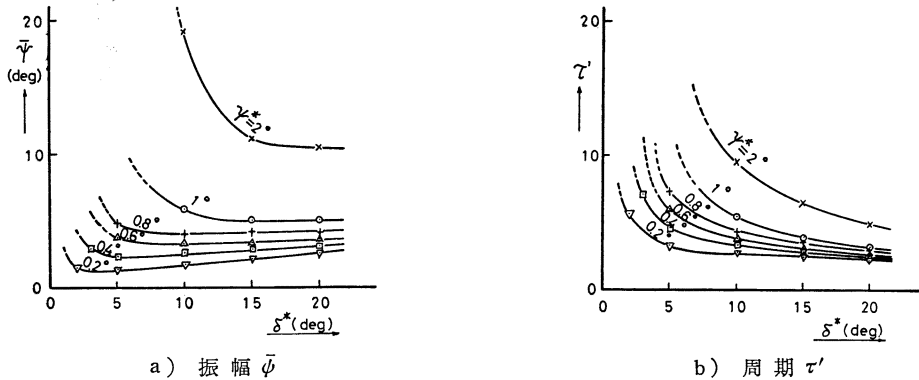


Fig. 7 非線型な進路不安定船の各種変形Z試験によるリミットサイクルの方位角振幅 $\bar{\psi}$ と周期 τ' ($\tau' = \tau U/L$) ($T_1' = -17.75, T_2' = 0.485, T_3' = 0.895, K' = -9.15, p' = -8.60$)

T^*, K^* は適当な近似を与えるであろう。また c) についても、最大舵角で、同程度の変針を行なうのが普通であるから、やはり通常のZ試験（できれば $35^\circ \sim 35^\circ$ 試験）はよくその運動を表わすと考えられる。しかしながら a) の保針運動は舵角 5° 程度に対し通常 1° 以下の切返し角で転舵するので、たとえば $5^\circ \sim 1^\circ$ 程度の変形Z試験が通常Z試験よりも合理的であり、且実際的であるといえよう。この場合1次系解析で得られる T^*, K^* は、通常Z試験から得られるものより遙かに安定側の値となることは前にも述べたとおりである。

これらの3種の操縦範囲は Fig. 5, 6 に定性的に示してある。

1.5 安定なリミットサイクルの得られる範囲

Fig. 2 に1例を示したように、通常のZ試験では発散するような進路不安定な船でも、舵角 δ^* に対し、ある程度以上小さな切返し角 ψ^* を選べば、安定なリミットサイクルを得ることができる。Fig. 7 a), b) に1例として進路不安定な船（ただし非線型方程式を考えている）に対する変形Z試験のシミュレーションから得られた舵角 δ^* 、切返し角 ψ^* の種々の組合せに対する方位角振幅 $\bar{\psi}$ 、周期 τ （無次元）の関係を示す。線型な運動方程式で考察する場合、舵角に対して切返し角がある程度以上大きくなると、換言すれば ψ^*/δ^* がある程度以上大きくなると発散することが推測される。どの位の ψ^*/δ^* 以下なら発散しなくなるかの限界、あるいは舵角を 5° に限定すれば切返し角をいくら以下にすれば発散せず安定なリミットサイクルを得られるかを実船で試験することにより、その船の保針性の目安を得ることができるであろう。本節では、この安定なリミットサイクルを得られる範囲と条件を求めてみる。

いま舵を切返すときの方位角を ψ^* 、そのときに用いる舵を δ^* とすると変形Z操舵は Fig. 8 のように表わすことができる。ここで $\psi_i(t)$ は指令方位角、 $\psi_o(t)$ は実際の方位角、 $e(t)$ は誤差信号、 $\delta(t)$ は舵角であるが、さしあたり $\psi_i(t)$ は0としてもよい。このようなZ操舵を続けていくと舵角 $\delta(t)$ 、方位角 $\psi_o(t)$ （以後簡単のため $\psi(t)$ とかく）は定常振動状態に入っていく。このようなリミットサイクルの存在は、次のようにして確められる。定常振動状態に入ったのちの舵角は矩形波であるが、これはいわゆる通常の意味での記述関数 K_{eq} を用いると、次のようにその特性を表わすことができる⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} K_{eq} &= g(\bar{\psi}) + jb(\bar{\psi}) = \frac{4\delta^*}{\pi\psi} \cos \psi_1 - j \frac{4\delta^*}{\pi\psi} \sin \psi_1 \\ \psi_1 &= \sin^{-1} \frac{\psi^*}{\bar{\psi}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

すなわち、Fig. 8 でいうと正弦波状の誤差信号 $e(t)$ を仮定したとき、舵角信号はその大きさが $e(t)$ の $|K_{eq}|$ 倍になり、位相角は $\angle K_{eq}$ だけ進むことになる。とくに、このヒステリシスを表わす記述関数は、入力信号の大きさ $\bar{\psi}$ のみの関数で周波数 ω には依らない。さて船の舵角を入力とし方位角を出力とする伝達関数を $G(j\omega)$ とし、一方Z操舵を表わすヒステリシス部の入力は $-\psi_o(t)$ 、出力は舵角 $\delta(t)$ であることを考慮すれば、定常振動状態に達したときには次の条件が満たされることは、Fig. 9 より明らかである。

$$G(j\omega) \cdot K_{eq} = -1 \quad (4)$$

これは書き直せば

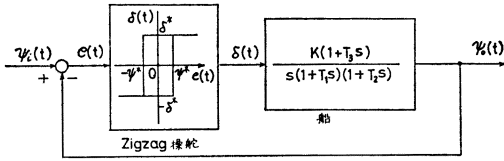


Fig. 8 Z操舵のブロック図

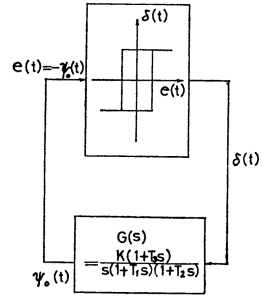
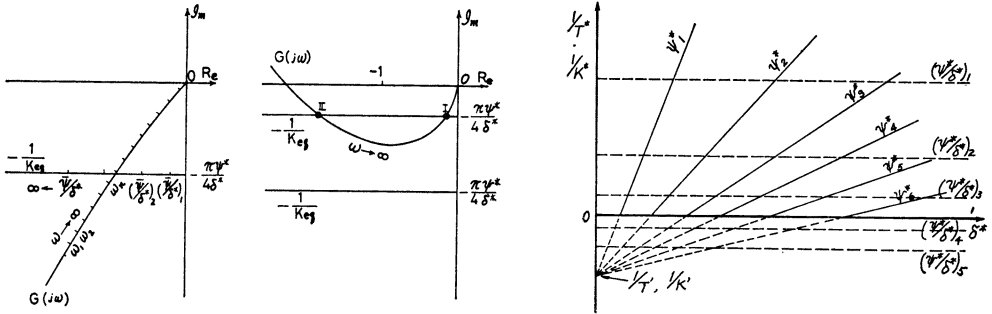


Fig. 9 リミットサイクルのブロック図



a) 進路安定な場合

b) 進路不安定な場合

c) 進路不安定な場合の \$T^*\$, \$K^*\$ の概念図

Fig. 10 Z操舵におけるリミットサイクルの存在

$$\left. \begin{aligned} R_e\{G(j\omega)\} &= R_e\left(-\frac{1}{K_{eq}}\right) \\ I_m\{G(j\omega)\} &= I_m\left(-\frac{1}{K_{eq}}\right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

である。すなわち、ナイキスト線図上での \$G(j\omega)\$ 曲線と \$-1/K_{eq}\$ 曲線の交点が定常振動に対応することになる。

ところで

$$\left. \begin{aligned} R_e\left(-\frac{1}{K_{eq}}\right) &= -\frac{\pi\bar{\psi}}{4\delta^*} \cos\psi_1 \\ I_m\left(-\frac{1}{K_{eq}}\right) &= -\frac{\pi\psi^*}{4\delta^*} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

であるので、\$-1/K_{eq}\$ 曲線は切返し方位角と舵角の組合せ \$(\psi^*, \delta^*)\$ によつてきまる実軸に平行な半直線で、第三象限にある。一方船の伝達関数 \$G(j\omega) = K(1+T_3j\omega)/j\omega \cdot (1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)\$ のナイキスト線図上の様子は、進路安定な船の場合と進路不安定な船の場合とで異なる。Fig. 10 に大雑把な両者の相違を示しておいた。

(1) 進路安定な場合 \$G(j\omega)\$ 曲線は、\$\omega\$ が無限小のときには無限遠にあるが、\$\omega\$ が大きくなるにしたがい原点に無限に近づいていく曲線で、常に第三象限にある。したがつて \$-1/K_{eq}\$ 直線とは常に交点を持ち、しかもただ一点のみだけであるので、Z操舵の結果、運動はひととおりのリミットサイクルに無限に近づいていく。なお、\$G(j\omega)\$ 曲線上の各点には運動の周波数 \$\omega\$ がパラメーターとして対応し、\$-1/K_{eq}\$ 直線上の各点には(6)式にみるとおり、比 \$\bar{\psi}/\delta^*\$ がパラメーターとして対応しているのので、最終的に到達するリミットサイクルの方位角の振巾 \$\bar{\psi}\$ と周波数 \$\omega\$ は、交点での両曲線上のパラメーターから決定される。したがつて、切返し方位角 \$\psi^*\$ と舵角 \$\delta^*\$ の比 \$\psi^*/\delta^*\$ が同一ならば—たとえば \$20\sim 20^\circ\$ Z試験、\$10^\circ\sim 10^\circ\$ Z試験、\$5^\circ\sim 5^\circ\$ Z試験のように—最終的な \$\omega\$ は同一であり \$\bar{\psi}\$ は \$\psi^*\$ に比例することがわかる。これは、線型な運動方程式を考えていることから当然帰結されることでもある。

(2) 進路不安定な場合 \$G(j\omega)\$ 曲線は \$\omega\$ がある程度以下に小さくなると第三象限から第二象限に移行してしまう。ところが \$-1/K_{eq}\$ 曲線は進路安定な場合と同様に第三象限にある半直線であるので、\$(\psi^*, \delta^*)\$ の組合せ

によつては $-1/K_{eq}$ 直線は $G(j\omega)$ 曲線と交点を持たないことになる。

すなわち舵角 δ^* に比して切返し方位角 ψ^* が大きい場合がそれである。そこで舵角 δ^* はそのままにして切返し方位角 ψ^* のみを小さくすれば、Fig. 10(b) に示すように $G(j\omega)$ 曲線と交点を持つようになることができる。ただし、一般には2つの交点を有することになり定常振動解として $(\bar{\psi}, \omega)$ を2とおりに有することになるが、その定常解の安定性を調べると図中IIに相当する定常解は不安定であることがわかり実現することはできない。とにかく進路不安定な船で (ψ^*, δ^*) の組合せが $(10^\circ, 10^\circ)$ とか $(20^\circ, 20^\circ)$ のようなZ試験が実行不可能な場合でも、切返し方位角を小さくとる $(1^\circ, 10^\circ)$ とか $(2^\circ, 20^\circ)$ のような変形Z試験は実行可能となることが予想される。

なお、進路不安定な船の変形試験の結果を一次系解析して T^*, K^* を求めれば、進路安定な場合の Fig. 5, 6 のような図が得られるが、それを模式的に描けば Fig. 10(c) のようになり、図の横軸に相当する ψ^*/δ^* の値より大きい (ψ^*, δ^*) の組合せの変形Z試験が発散してしまうであろうことはこれまでの検討と Fig. 5, 6 から推論されよう。

Table 1 実船計測された船の主要目と計測結果

		A 船	B 船
垂線間長	L_{pp}	307.0m	313.0m
幅	(型) B	48.2m	48.2m
喫水	d	19.39m	19.40m
排水容積または排水量		250,750ton	250,251ton
舵面積 / $L_{pp} \times d$		1/69	1/66.7
$(10^\circ, 10^\circ)$ Z試験	T_{68}^*/K_{68}^*	4.56	11.0
	K_{68}^*/T_{68}^*	2.38	5.23
$(1^\circ, 5^\circ)$ 変形 Z試験	T_{68}^*/K_{68}^*	1.13	3.62
	K_{68}^*/T_{68}^*	0.927	2.17

1.6 変形Z試験の2, 3の実例

最近行なわれた実際の船での通常Z試験と変形Z試験の結果から、1次系解析より求めた T^*, K^* の実例を示そう。船の主要目を Table 1 に示したが、これにみるとおろいずれも巨大タンカーで、逆スパイラル試験の結果は両船とも進路不安定であることを裏付ける不安定ループを示した。両船とも $(10^\circ, 10^\circ)$ 通常Z試験, $(1^\circ, 5^\circ)$ 変形Z試験を行なっているが、その結果である $t-\psi, \delta$ 曲線を Fig. 11, 12 に逆スパイラル試験の結果とともに掲げた。また、これらの結果を1次系解析した T^*, K^* の値を Table 1 にまとめておいたが、上述のように $(10^\circ, 10^\circ)$ Z試験からの T^*, K^* の値よりも $(1^\circ, 5^\circ)$ 変形

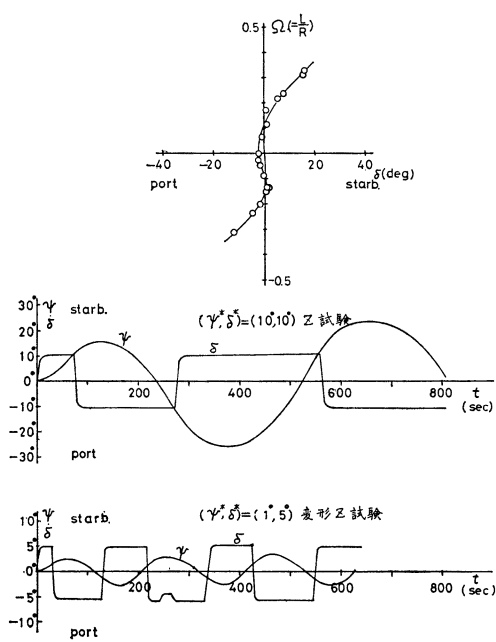


Fig. 11 A船の逆スパイラル試験とZ試験の結果

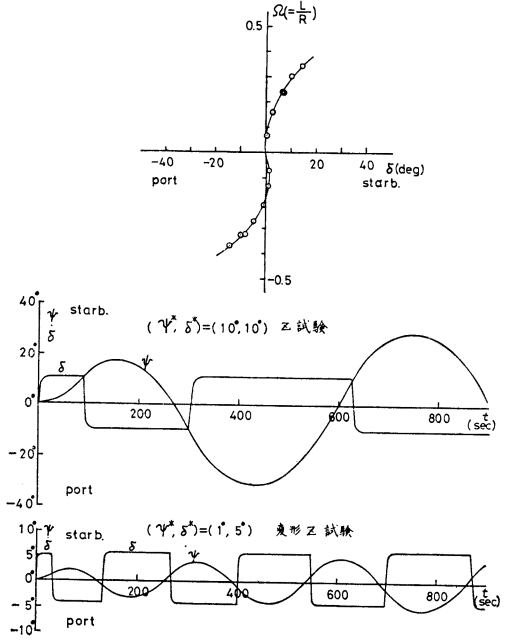


Fig. 12 B船の逆スパイラル試験とZ試験の結果

Z試験からの T^*, K^* の値の方が小さく、後者から求めた T, K 指数の方が進路安定側であることを物語っており、前節までの議論を立証している。

2 周波数応答特性を求めること

2.1 変形Z試験より周波数応答特性を求めること

周波数応答特性を求める最も直接的な方法は、種々の周波数 ω の正弦操舵を行なつて、その応答を計測することであろう。しかし 1.5 で述べたごとく種々の切返し方位角と舵角の組合せ (ψ^*, δ^*) で変形Z操舵を行なつても、ある定常振動状態に到達せしめうるのであるから、これを利用することによつても周波数応答特性を求めることができるであろう⁹⁾。とくに、この変形Z操舵による方法の利点は進路不安定な船の場合にも適用できる点で、このような場合には正弦操舵では周波数応答特性の計測が不可能である点とくらべると、著しい特長といえよう。

さて、Z操舵での舵角信号は決して正弦波状のものではなく、方位角信号も正弦波には近いが厳密には正弦波ではない。したがつて、舵角信号、方位角信号とも基本周波数の成分のみを抽出して、入出力のゲイン特性、位相特性を明らかにする。矩形波状（実際のZ操舵では台形波状であるが）の舵角信号は、通常の記述関数の考え方をすれば

$$\delta(t) = \frac{4\delta^*}{\pi} \sin \omega t \tag{7}$$

のごとく、振幅 $4\delta^*/\pi$ を有する周波数 ω の正弦波と見なせる。したがつて(7)式で表わされた舵角が入力であるとしたときの方位角出力の基本波成分を、 $4\delta^*/\pi |G(j\omega)| \sin(\omega t + \angle G(j\omega))$ とすれば、Z操舵を続けていつたときに達した定常振動状態の方位角 $\psi(t)$ の振幅および位相より、周波数応答特性 $|G(j\omega)|, \angle G(j\omega)$ を知ることができる。

この結果から、いわゆる舵角～旋回角速度の間の周波数応答特性 $H(j\omega) = K(1 + T_3 j\omega) / (1 + T_1 j\omega)(1 + T_2 j\omega)$ を求めるには

$$|H(j\omega)| = \omega |G(j\omega)|, \quad \angle H(j\omega) = \angle G(j\omega) + \frac{\pi}{2} \tag{8}$$

なる関係式を用いれば良い。

次に実際にアナログ計算機上に船の操縦シミュレーションプログラムを組み、変形Z試験を行なつて上記の解析法により周波数応答特性を求めたものを、そのシミュレーションに用いた T_1, T_2, T_3, K 指数を使つて文字通り $H(j\omega) = K(1 + T_3 j\omega) / ((1 + T_1 j\omega)(1 + T_2 j\omega))$ より計算した結果と比較して、上述の方法の有用性をたしかめてみた。

Table 2 周波数応答特性の解析に用いられた船の各流体力微係数と操縦性指数

	進路安定な船	進路不安定な船
$m' + m_y'$	26.2×10^{-3}	26.2×10^{-3}
Y_{β}'	20.0 "	20.0 "
N_{β}'	0.09 "	0.09 "
$N_{\dot{\beta}}'$	5.03 "	5.03 "
Y_r'	-10.78 "	-10.78 "
$Y_{\dot{r}}'$	-0.437 "	-0.437 "
N_r'	-3.15 "	-2.30 "
$I_z' + J_z'$	1.79 "	1.79 "
T_1'	12.68	-11.78
T_2'	0.420	0.484
T_3'	0.893	0.895
K'	5.82	-6.20

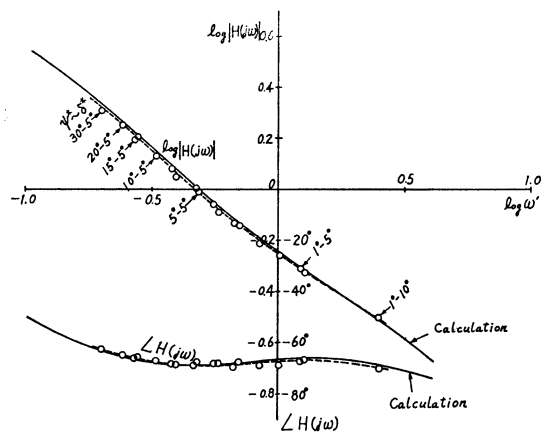


Fig. 13 進路安定な船の周波数応答特性を変形Z試験より求めた一例

(1) 進路安定な場合 操縦シミュレーションに用いた船の操縦性指数等は、巨大タンカーに対して著者が強制ヨーイング法により実験的に求めたもので Table 2 に示した⁷⁾。種々の変形Z試験より周波数応答特性を求めた結果と、文字通り計算によるものとを比較したのが Fig. 13 である。図の横軸は無次元化された周波数 ω' ($\equiv \omega L/U$) の常用対数 $\log \omega'$ 、縦軸は周波数伝達関数 $H(j\omega)$ の大きさの常用対数 $\log |H(j\omega)|$ と位相角 $\angle H(j\omega)$ であり、このような図はいわゆるボード線図といわれるものである。図中◎印の点を点線で結んだものが変形Z試験による周波数特性で、実線が計算によるものである。この結果によれば変形Z試験から得られたものは、計算によるものとかかなりよく一致しており、変形Z試験から周波数応答特性を求めることが可能であることを示している。ただし少しこまかく図を検討してみると、変形Z試験によるゲイン特性 $|H(j\omega)|$ の値は、周波数 ω が小さくなるにしたがい真の値より小さめに出るようであるが、実際にこの方法を海上で実施するときの実験誤差を考えると、この程度の誤差はほとんど問題にはならないようである。なお、図中計測点のいくつかには、その点に対応する変形Z試験の切返し方位角 ψ^* と舵角 δ^* の組合せの値を記しておいた。

(2) 進路不安定な場合 この場合には 1.5 でも述べたように、特別な配慮をしないかぎり Fig. 10(b) に示すごとく、 $G(j\omega)$ の極小値に相当する周波数 ω よりも小さい範囲の周波数応答特性は求めることはできない。しかし変形Z試験のリミットサイクルにおける方位角の振幅 $\bar{\psi}$ と周波数 ω の関係を表すナイキスト線図から容易に予想されるように、船の舵角入力方位角出力の周波数伝達関数を故意に変形してやることにより、そのま

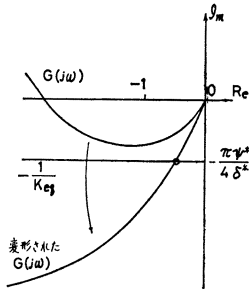


Fig. 14 周波数伝達関数を变形すること

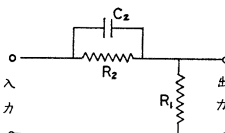


Fig. 15 位相進み回路

までは不可能であつた周波数範囲の変形Z試験も可能となる。その結果、そのような周波数範囲の応答特性も知るができるようになる。すなわち Fig. 8 に示したように方位角 $\psi(t)$ をそのまま Z 操舵ヒステリシスの誤差信号としてフィードバックすることはやめ、方位角信号 $\psi(t)$ をある既知の直列補償回路を通して Fig. 14 に描いたように $G(j\omega)$ を変形すれば比較的大きな ψ^*/δ^* の変形Z試験も可能となる。挿入する補償回路としては、 ω が小さいほど位相進み角が大きくゲインは逆に ω が小さいほど小さくなるものが実用上は望ましいようである。今、このような位相進みを実現するものとして、Fig. 15 に示す回路素子を取りあげてみた。この素子の伝達関数 $G_D(s)$ は

$$\left. \begin{aligned} G_D(s) &= \tau \cdot \frac{1+T_D s}{1+\tau T_D s} \\ \tau &= \frac{R_1}{R_1+R_2} \quad (0 < \tau < 1) \\ T_D &= R_2 \cdot C_2 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

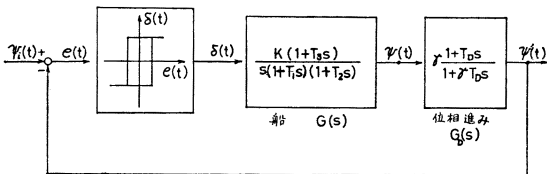


Fig. 16 位相進みを有するZ操舵

である⁸⁾。この要素の特徴は、 $\omega_0 = 1/(T_D \sqrt{\tau})$ で決められる周波数 ω_0 で最大位相進み角 $\tan^{-1}((1-\tau)/(2\sqrt{\tau}))$ をもつことで、これ以下の周波数になると、位相進み角は漸次減少していく。したがって、あらかじめ ω_0 と最大位相進み角を推定して、 τ, T_D の値すなわち R_1, R_2, C_2 の抵抗値又はコンデンサーの容量を決めておく必要がある。このような位相進み回路を直列に挿入した後の変形Z試験のブロック線図を、Fig. 16 に示す。これをさらに具体的に書きしるしたのが、Fig. 17 で図中点線で囲んだ部分が、Fig. 15 の位相進みに等価な部分である。この部分の周波数伝達関数 $G_D(j\omega)$ については、既知の正弦波入力を入れたときの正弦状出

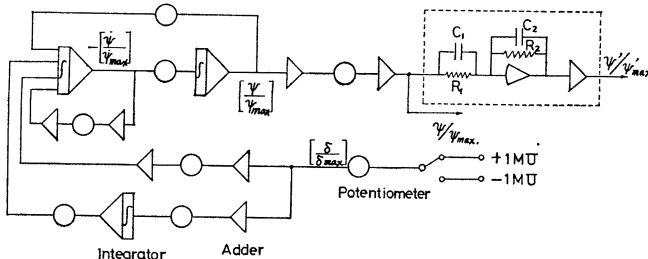


Fig. 17 位相進み回路を有するときのZ操舵シミュレーター

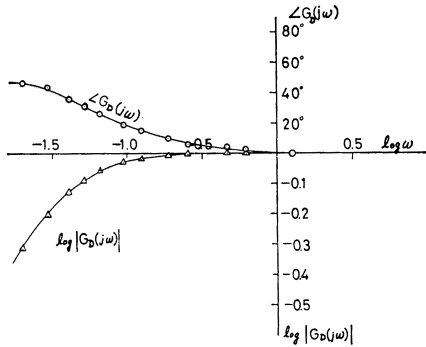


Fig. 18 位相進み回路の特性

実際には、(10)式の計算は $G'(j\omega)$, $G_D(j\omega)$ をボード線図上に描いておけば、容易に図上で行なえる。

実際の解析に使用した船は、Table 2 に示した進路安定な船の流体力係数のうち、Yaw dampng に相当する N_r' を -3.15×10^{-3} より -2.30×10^{-3} に変更して、人為的に進路不安定にしたものであり、このときの T_1 , T_2 , T_3 , K 指数も Table 2 にまとめておいた。種々の (ψ^*, δ^*) の組合せによる変形Z試験より周波数応答特性を求めたものを、Fig. 19 に図示した。図中○印又は▽印の点が、変形Z操舵の結果で、文字通り計算から求めた周波数応答特性を表わす実線と、よく一致している。図中で横軸の $\log \omega'$ の値が約 -0.125 より小さいところに斜線でハッチした範囲は、位相進み回路を付加しなければ変形Z試験が実行不可能な領域である。しかし、

たとえば Fig. 18 に示した位相進み回路を付加したときに、その位相を進まされた方位角 $\psi'(t)$ を用いて変形Z試験を行なえば、 (ψ^*, δ^*) で $(10^\circ, 5^\circ)$ のような変形Z試験も可能となり、 $\log \omega'$ が -0.125 よりも小さい範囲の応答特性も知ることができる。また図には、 $\log \omega' > -0.125$ の範囲で位相進み回路を付加しないままで、真の方位角と舵角を用いた変形Z試験の結果(○印)と、位相進み回路を付加して位相進みのある方位角 ψ' と舵角 δ^* を用いた変形Z試験の結果(▽印)とを比較しているが、両者の一致度はかなり良いことが読みとれるであろう。図中の点に記された $(10^\circ, 5^\circ)$ とか $(0.2^\circ, 5^\circ)$ とかは、その点に対応する変形Z試験の切返し方位角 ψ^* または ψ'^* と舵角 δ^* の組合せの数値である。

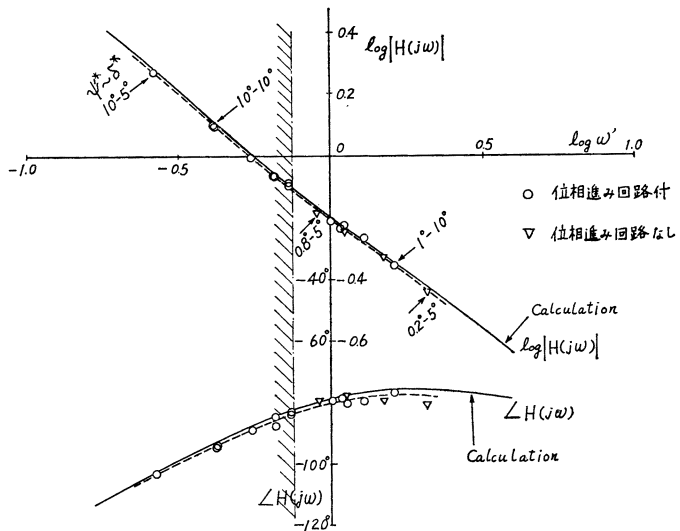


Fig. 19 進路不安定な船の周波数応答特性を変形Z試験より求めた一例

なお図を細かく見ると、ゲイン特性 $|H(j\omega)|$ については進路安定な場合と同様に、変形Z試験による値は真の値より幾分小さめであり、位相特性については真の値より多少遅れ気味で、とくに ω が大きくなると遅れが大きくなるようである。しかし、この程度の誤差であれば、実用上はほとんど問題ないと思われる。

2.2 非線型性を考慮せる進路不安定な船の変形Z試験におけるリミットサイクル

線型な運動方程式で考える場合には、進路不安定な船の変形Z試験は切返し方位角 ψ^* と用いる舵角 δ^* の組合せによつては、リミットサイクルに到達せずに発散してしまうことは、1.5 で述べた。しかし進路不安定な船では、非線型性が大きな役割をはたすので、非線型運動方程式を考慮せる場合の変形Z操舵によつて到達するリミットサイクルを考察しておくことは無駄ではなからう。このような場合、非線型方程式として何を用いるべきかの検討も必要であろうが、ここではとりあえず、野本⁹⁾, Norrbin¹⁰⁾ 等が用いている γ^3 の項のみを付加した次

力の解析により、振幅特性 $|G_D(j\omega)|$, 位相特性 $\angle G_D(j\omega)$ を別途に、あらかじめ求めておいた。これを、Fig. 18 に示した。このように Fig. 16 のブロック線図にも示したように、 $\psi(t)$ の位相を進めた $\psi'(t)$ を新たな船の方位角とみなして変形Z試験を行なうと、従来のままでは (ψ^*, δ^*) で $(1^\circ, 5^\circ)$ のZ試験が発散して、実行不可能であつたものが、今度は (ψ'^*, δ^*) で $(5^\circ, 5^\circ)$, $(10^\circ, 5^\circ)$, $(20^\circ, 5^\circ)$ のZ試験といったものも実行可能となる。さて、このようにして得られる舵角~方位角周波数応答特性 $G'(j\omega)$ から、必要な舵角~角速度周波数伝達関数 $H(j\omega)$ は、次式の計算で容易に求められる。

$$\left. \begin{aligned} \log |H(j\omega)| &= \log \omega + \log |G'(j\omega)| - \log |G_D(j\omega)| \\ \angle H(j\omega) &= \angle G'(j\omega) - \angle G_D(j\omega) + \pi/2 \end{aligned} \right\} (10)$$

の方程式で考える。

$$T_1 T_2 \ddot{r} + (T_1 + T_2) \dot{r} + r + pr^3 = K\delta + KT_3 \dot{\delta} \tag{11}$$

さて、Z操舵の結果、運動がリミットサイクルの状態に入つたとすると、その時の舵角 $\delta(t)$ は方位角に関する誤差信号 $e(t) (\equiv -\psi(t))$ を用いて次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} \delta(t) &= \alpha e(t) + \beta \dot{e}(t) = -\alpha \psi(t) - \beta \dot{\psi}(t) \\ \alpha &= \frac{4\delta^*}{\pi\bar{\psi}} \cos \psi_1, \quad \beta = -\frac{4\delta^*}{\pi\bar{\psi}\omega} \sin \psi_1, \quad \psi_1 = \sin^{-1} \frac{\psi^*}{\bar{\psi}} \end{aligned} \right\} \tag{12}$$

ここで $\bar{\psi}, \omega$ は、それぞれリミットサイクルに到達したときの方位角の振幅、および周波数であることは前と同様である。(12)式を(11)式に代入して

$$T_1 T_2 \ddot{\psi} + (T_1 + T_2 + KT_3 \beta) \dot{\psi} + (1 + KT_3 \alpha + K\beta) \psi + p\psi^3 + K\alpha\psi = 0 \tag{13}$$

この自励系の定常振動解 $\bar{\psi} \sin \omega t$ を求めれば、それが変形Z操舵の結果、到達するリミットサイクルの $\bar{\psi}, \omega$ を与えることになる。 $\bar{\psi} \sin \omega t$ を(12)式に代入して $\sin \omega t, \cos \omega t$ の係数を両辺で等置すると

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{3}{4} p \bar{\psi}^2 - T_1 T_2 \right) \omega^2 + 1 + KT_3 \alpha + K\beta &= 0 \\ -(T_1 + T_2 + KT_3 \beta) \omega^2 + K\alpha &= 0 \end{aligned} \right\} \tag{14}$$

この(14)式を解くのに、以下に述べる図式解法を用いると、後にリミットサイクルの $\bar{\psi}, \omega$ に対する切返し方位角 ψ^* 、舵角 δ^* の組合せの関係を見るのに便利である。まず(14)式を変形すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{-\alpha}{\alpha^2 + \beta^2 \omega^2} &= \frac{-K(1 + T_3^2 \omega^2) \left[T_1 + T_2 - T_3 + \left(T_1 T_2 T_3 - \frac{3}{4} p T_3 \bar{\psi}^2 \right) \omega^2 \right]}{(1 + T_1^2 \omega^2) (1 + T_2^2 \omega^2) (1 + T_3^2 \omega^2) + F(\bar{\psi}, \omega)} \\ \frac{\beta \omega}{\alpha^2 + \beta^2 \omega^2} &= \frac{-K(1 + T_3^2 \omega^2) \left[1 + \left(T_1 T_3 + T_2 T_3 - T_1 T_2 + \frac{3}{4} p \bar{\psi}^2 \right) \omega^2 \right]}{\omega [(1 + T_1^2 \omega^2) (1 + T_2^2 \omega^2) (1 + T_3^2 \omega^2) + F(\bar{\psi}, \omega)]} \end{aligned} \right\} \tag{15}$$

$$F(\bar{\psi}, \omega) = \left(\frac{9}{16} p^2 T_3^2 \bar{\psi}^4 - \frac{3}{2} p T_1 T_2 T_3^2 \bar{\psi}^2 \right) \omega^6 + \left[\frac{3}{2} p (T_3^2 - T_1 T_2) \bar{\psi}^2 + \frac{9}{16} p^2 \bar{\psi}^4 \right] \omega^4 + \frac{3}{2} p \bar{\psi}^2 \omega^2$$

となる。一方(15)式の第一式、第二式の左辺は、それぞれ $-\pi\bar{\psi} \cos \psi_1 / (4\delta^*)$ 、 $-\pi\psi^* / (4\delta^*)$ であり ω によらない。まず(15)の第二式の右辺の $\bar{\psi}$ にいくつかの値を仮定して、 ω ベース右辺の値をプロットすると Fig. 20 のような $\bar{\psi}$ をパラメーターとする曲線群が得られる。ところが左辺の値は $-\pi\psi^* / (4\delta^*)$ で、切返し方位角 ψ^* と舵角 δ^* から一意的に決まってしまう、Fig. 20 の上では横軸に平行な直線となる。そこで、この直線と先の曲線群の交点を求めて、これを改めて $\bar{\psi} \sim \omega$ 曲線として示すと、Fig. 21 に示されたような曲線が、 ψ^* / δ^* の値に対して一本ずつ得られる。すなわち、 ψ^* と δ^* の組合せが決まれば、リミットサイクルの $\bar{\psi}, \omega$ を表わす点は、必ずこの曲線上にある。一方(15)式の第一式も同様に、 $\bar{\psi}$ の値をいくつか仮定して右辺の値を ω ベースにプロットすると、Fig. 22 のようになる。この図の上に $-\alpha / (\alpha^2 + \beta^2 \omega^2)$ の値、すなわち $-\pi\bar{\psi} \cos \psi_1 / (4\delta^*)$ の値を同様に $\bar{\psi}$ をパラメーターにプロットすると、その値は ω によらないのでやはり横軸に平行な直線となる。したがって、同一の $\bar{\psi}$ のパラメーター値に相当する曲線と直線の $(\bar{\psi}, \omega)$ 交点のを読みとつて Fig. 21 に重ねて描く。このよ

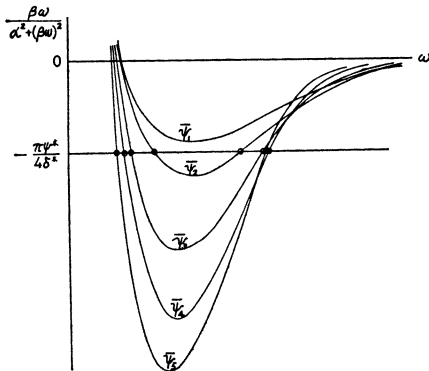


Fig. 20

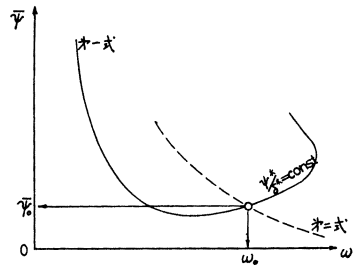


Fig. 21

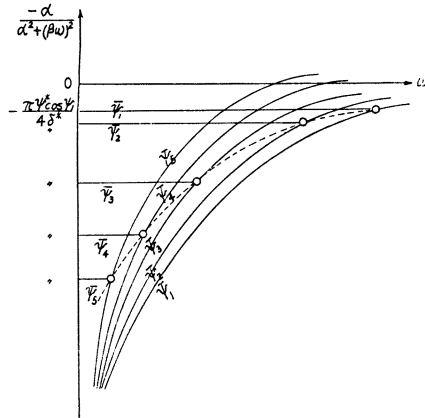


Fig. 22

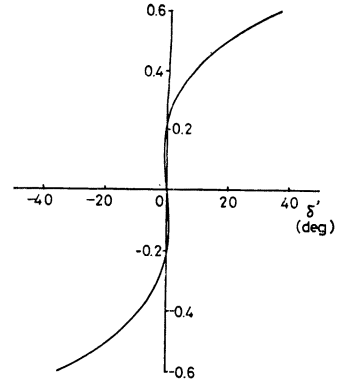


Fig. 23 予想される $r'-\delta'$ 曲線 ($T_1'=-11.78, T_2'+0.484, T_3'=0.895, K'=-6.20, p'=-20.0$)

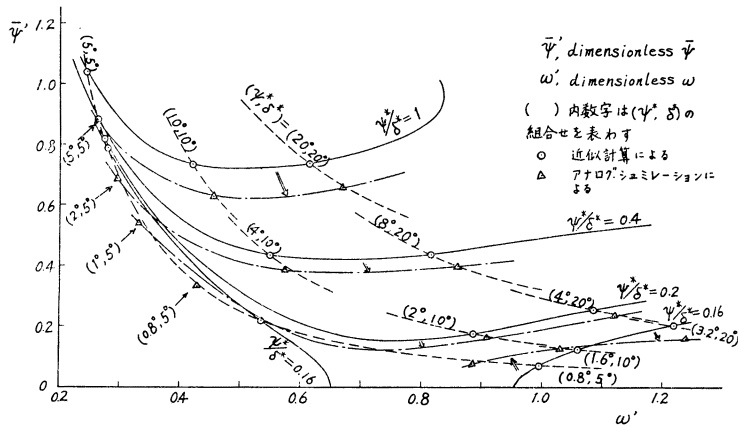


Fig. 24 非線型な進路不安定船の各種変形Z試験におけるリミットサイクルの方位角振幅 $\bar{\psi}$ と周波数 ω'

うにして(15)の第一式、第二式を表わす曲線が (ψ^*, δ^*) の一組の値に対して求められるので、その交点の $(\bar{\psi}, \omega)$ としてリミットサイクルの方位角振幅 $\bar{\psi}$ 、周波数 ω が求められる。

具体例として、1で考察した進路不安定な船に $p'=-20.0$ なる非線型項を導入したときの変形Z操舵を考察した。Fig. 23は、このような非線型項を導入したときに考えられるスパイラル試験の $r' \sim \delta'$ 曲線であり、Fig. 24が種々の (ψ^*, δ^*) に相当する $(\bar{\psi}, \omega)$ の値を図に示したものである。図中 \odot 印の点が、上述の図式解法によって得らるべき $(\bar{\psi}, \omega)$ の点で、実線が(15)式の第二式に相当する曲線、点線が第一式に相当する曲線である。一方アナログ計算機上でシミュレートしたときに得られるリミットサイクルの $(\bar{\psi}, \omega)$ を \triangle 印で示した。この結果両者の一致度はあまり良くないが、次の事実が指摘される。

同一の (ψ^*, δ^*) に対する \odot 印の点と \triangle 印の点は、(15)の第一式を表わす同一の点線上にはのつていない。したがって、第二式を表わす $\psi^*/\delta^* = \text{const}$ の実線を、図に描いた一点鎖線のように少し下げれば、上述の近似計算とシミュレーションの結果は良く合いそうである。結局、(15)式の第二式の近似の度合いが、第一式にくらべてかなり悪いことを示しているのであろう。しかし、定性的な問題の取扱いならば、このような近似法でも十分であろう。結局、運動が線型である場合と比較すると、

(1) 運動方程式が線型である場合には、比 ψ^*/δ^* が決まればリミットサイクルの周波数 ω は、 (ψ^*, δ^*) の組合せによらず一定であり、方位角の振幅 $\bar{\psi}$ は切返し方位角 ψ^* に比例したが、図より明らかのように、そのようなことは非線型の場合には全く期待できない。ただし一般には、 ψ^*/δ^* が同一ならばリミットサイクルの ω は、大きな ψ^*, δ^* を用いると大きくなる。しかし、 $\bar{\psi}$ についてはそのようなことはいえず、適度な運動の強さ

のときに最小の $\bar{\phi}$ をとることになる。

(2) $\phi^*/\delta^*=0.16$ の場合には、運動を線型であると仮定したままでも、リミットサイクルに到達しえたのであるが、非線型な運動を仮定したときには (ϕ^*, δ^*) の値によつて安定なリミットサイクルが複数個存在することがある。たとえば $(1.6^\circ, 10^\circ)$ ではリミットサイクルは1個のみであるが、 $(0.8^\circ, 5^\circ)$ では計3個のリミットサイクルが存在しうる。ただし実際には、 $(\bar{\phi}, \omega)$ が $(0.23, 0.52)$ に相当するものは不安定リミットサイクルで実現できないが、 $(0.73, 1.002)$ と $(0.78, 0.28)$ の2個のリミットサイクルは実現できる。ただし、通常のように直進状態からZ試験をはじめていくと、前者に相当するリミットサイクルに入っていく。

結 言

進路安定度の悪い船に対し、通常のZ試験で生ずる困難さを打解するために変形Z試験を提案し、その応用について述べたが、以上を要約すると、

(1) 進路安定の悪い船または進路不安定な船について、通常の試験では小舵角の試験を行なうことは事実上不可能であるが、舵角に対し切返し方位角を小さくしつつ変形Z試験を行なえば安定なリミットサイクルを得ることができる。このような試験は船の保針特性を求める上で有用である。

(2) 進路不安定な船を含み一般に進路安定の悪い船では、あらゆる種類の操縦運動を1つの1次系として近似することは困難であり、非線型の2次系運動方程式を考慮する必要があることは、野本・鳥野両氏¹¹⁾も指摘しているところであるが、船の操縦運動を a) 保針運動, b) 変針運動, c) 緊急避航運動に大別すれば, b), c) はそれぞれ $15^\circ \sim 15^\circ$, $35^\circ \sim 35^\circ$ 程度の通常のZ試験の結果より得られた1次系指数により, また a) は (ϕ^*, δ^*) で $(1^\circ, 5^\circ)$ 程度の変形Z試験より得られた1次系指数によりかなりよく表現できる。

(3) 進路不安定な船でも切返し方位角 ϕ^* を舵角 δ^* に比して小さい値に選べば, 変形Z操舵により安定なリミットサイクルに到達させることができたが, このままの方法では, ある限界周波数以下の周波数でのリミットサイクルに到達させることはできない。しかし船の真の方位角ではなく, これに位相進みの操作を施した方位角を用いてZ操舵を行なえば, さらに大きな切返し方位角を用いたZ試験も可能となり上述の限界周波数以下での周波数のリミットサイクルに到達させることができる。

(4) 安定なリミットサイクルに到達したのちの船の運動を, 舵角入力-方位角出力の応答として解析すれば, いわゆる操縦運動における周波数応答特性を求めることができ, その精度もかなり良いことが期待できる。とくに本方法を用いて応答特性を求めることの利点は, 正弦操舵によつてでは周波数応答特性を計測することができない進路不安定な船についても応用できる点である。

終りに本論文をまとめるにあたり計算図表の作成等にご協力いただいた東京大学船舶工学科杉田松次助手以下運動性能研究室の方々にお礼申し上げる次第である。なお, 本文中に引用させていただいた実型実験の結果については, 日立造船株式会社, 佐世保重工業株式会社のご好意によるものであることを付記し感謝の意を表したいと思います。

参 考 文 献

- 1) Kempf, G.: "Maneuvering Standards for Ships", Deutsche Schiffarkts Zeitschrift, Hansa No. 27/28 (1944)
- 2) Nomoto, K.: "Analysis of Kempf's Standard Maneuver Test and Proposed Steering Quality Indices", DTMB Rep. 1461 (1960)
- 3) Nomoto, K.: "On the Steering Qualities of Ships", Int. Shipbuild. Progress, Vol. 4 (1957)
- 4) Matora, S. and Fujino, M.: "On the Modified Zigzag Maneuver to Obtain the Course-keeping Qualities of Less Stable Ships", Contribution to 12th I. T. T. C. (1969)
- 5) Gibson, J. E.: "Nonlinear Automatic Control", McGraw-Hill (堀井武夫訳, 非線型自動制御, コロナ社 (1968))
- 6) 藤井克彦・伊藤 周・喜多建紀: "リミットサイクルによる制御系動特性の測定法", 計測と制御, 7巻4号 (1968), 248
- 7) 藤野正隆: "制限水路での船の操縦性について", 日本造船学会論文集, 第124号 (1968), 51
- 8) 市川邦彦: "体系自動制御理論", 朝倉書店
- 9) Nomoto, K.: "Approximate Nonlinear Analysis on Steering Motion", Contribution to 12th I. T. T. C. (1969)
- 10) Norrbinn, Nils, H.: "On the Reduced Nonlinear Equation of Steering and its Application to the Analysis of the Pull-Out Maneuver", Contribution to 12th I. T. T. C. (1969)
- 11) 野本謙作・鳥野慶一: "新しい操縦性模型試験法", 日本造船学会論文集, 第126号 (1969), 131