

(昭和53年11月 日本造船学会秋季講演会において講演)

# 波浪により誘起される船体振動の研究

—高次流体力によるスプリングングについて—

正員 橋本 州史\*      正員 藤野 正隆\*\*  
正員 元良 誠三\*\*

On the Wave-Induced Ship-Hull Vibration  
—Springing caused by higher-order exciting force—

by Kunifumi Hashimoto, *Member*      Masataka Fujino, *Member*  
Seizo Matora, *Member*

## Summary

Springing is not fully explainable on linear exciting force. Several authors have proposed the methods to calculate nonlinear exciting force related to the springing, but many of them are not satisfactory from the hydrodynamic point of view, as Tasai has pointed out<sup>9)</sup>. Moreover in the experimental technique, there seems to exist some room for further improvement.

The purposes of this investigation are

- (1) to confirm the springing phenomena, especially higher-order resonance by the model test,
- (2) to calculate nonlinear hydrodynamic force as two-dimensional wave-making problem,
- (3) to apply this hydrodynamic force to the analysis of the ship-hull vibration, and
- (4) to compare the calculated vibratory response with the experimental results.

The model used in this investigation is one-body made of hard rubber. The experimental data show occurrence of springing in superharmonic resonance. The frequency components of the vibratory responses (acceleration, pressure, bending moment in midship section, and encounter wave) are detected by Fourier analysis.

The calculation method of second-order force is in accordance with Lee's papers. It provides an approximate value because in headwave the strict solution of the two-dimensional diffraction problem has not been obtained.

The calculation of the vibratory response in second-order resonance gives fairly good agreement with experimental data. It seems necessary to treat springing phenomena as hydrodynamic wave-making problem.

## 1 緒 言

船は動く弾性体である。船舶は波浪による外力を受け広義の振動(船体運動+船体振動)をする。そして、船舶の巨大化に伴って相対的に剛性が低下し、振動現象が無視できないものとなってきたのは周知のとおりである。とくに、比較的穏やかな海象で、船体運動がほとんどない場合に発生する継続的な上下2節振動は springing と呼ばれ、これまでに多くの研究報告がある<sup>1)~8)</sup>。

起振力については、従来、大きく分けて2とおりの考

え方がある。一つは、線形流体力による一次同調と見る方法であり、もう一つは、非線形流体力による高次同調と考える方法である。種々の実験結果は前者のみでは説明できず、高次の流体力を考慮する必要があることを示唆している。現在、非線形流体力については、運動量理論に基づいて付加質量と浮力の時間変動より得られる高次項をとるという簡易計算法がなされている。しかし、この方法は流体力学的に見た場合、とくに自由表面条件において不備であるといわざるをえない<sup>9)</sup>。また、模型実験においても系統的实验が少なく、確固たる結論が得られていない。

本研究においては、まず、弾性体(ウレタンゴム)の一体模型による系統的な実験を行ない、springing 現象

\* 三菱重工業(株)長崎造船所(研究当時 東京大学工学系大学院)

\*\* 東京大学工学部

を確認した。次に、二次元造波問題を解いて、2nd orderの波浪強制外力を求め、この力によって誘起される船体振動の計算を行ない、2次同調における振動応答の実験値と比較している。

波浪による船体振動は、弾性的現象と流体的現象が絡みあったものである。この問題を考えるためには両者を総合的に見る必要があり、本研究もこれを目指したが、構造と流体の相互作用を統一的に評価するまでには至らなかった。さらに研究を進める必要がある。

実際の wave induced vibration は衝撃圧と変動圧が複雑に入りこんだ形で発生するものと思われる。この意味では、過渡的振動である whipping と定常的な振動である springing を厳密に分けることはむずかしい。したがって springing のみの発生は、ある限られた状況下での現象であるともいえる。本論文では、このような現象、つまり、船体運動がほとんど発生せず、船首部における衝撃的な力も無視し得るような状況下で発生する springing を扱うことにする。

なお、本論文中の主な記号の定義は下記のとおりである。船体振動の次数については、2節を1次 ( $n=1$ ) としている。

$$f_n = \text{船体 } n \text{ 次振動固有振動数 [1/s]}$$

$$\omega_n = 2\pi f_n \quad [1/s]$$

$$f_e = \text{出会周波数 [1/s]}$$

$$\omega_e = 2\pi f_e \quad [1/s]$$

$$f_w = \text{波周波数 [1/s]}$$

$$\omega = 2\pi f_w \quad [1/s]$$

$$V = \text{船速 [m/s]}$$

$$K = \omega^2/g \quad [1/m]$$

$$K_e = \omega_e^2/g \quad [1/m]$$

$$\zeta_A = \text{波振幅 (1次) [m]}$$

$$\zeta_{SA} = \text{副波の振幅 (1次)} = \zeta_A e^{-Kd} \quad [m]$$

$$d = \text{喫水 [m]}$$

$$w(x) = \text{船体重量分布 [kg/m]}$$

$$m_a(x) = \text{付加質量分布 [kgs}^2/\text{m}^2]$$

$$b(x) = \text{船体半幅 [m]}$$

$$\varepsilon = \text{摂動パラメーター } (= \zeta_{SA}/b(0))$$

$$a1 = \text{船首部加速度 [gal]}$$

$$a2 = \text{船体中央部加速度 [gal]}$$

$$M = \text{Midship における縦曲げモーメント [kgm]}$$

$$\rho = \text{水の密度 [kgs}^2/\text{m}^4]$$

$$S_0 = \text{物体表面}$$

$$H_w = \text{波高 [cm]}$$

$$S^{(1)}, S^{(2)} = \text{吹出しのポテンシャル (単位強さ)}$$

$$Q^{(1)}, Q^{(2)} = \text{吹出しの強さ [m}^2/\text{s]}$$

$$M_n^{(1)}, M_n^{(2)} = \text{高次特異点のポテンシャル (単位強さ)}$$

$$a_n^{(1)}, a_n^{(2)} = \text{特異点の強さ [m}^2/\text{s]}$$

## 2 模型実験

現在までに、内外でいくつかの模型実験が行なわれている<sup>2)~7)</sup>。これらの模型は、波浪荷重を計測するために使われている方法を踏襲したもので、船体を船体中央部を含めた数箇所を切断し、弾性棒で連結したものである。ところが、この種の模型によって弾性的挙動を計測するのは、実験技術的に見てかなりむずかしい。難点には、検力計の形式、連結法、切断部の水密保持などがある。

このような諸点を克服するために、今回の実験では、硬質ゴム(ウレタンゴム)による弾性一体模型を作成し波浪中曳航試験を行なった。これによって、波と船体加速度、縦曲げモーメント、変動圧等の関係を定量的に調べた。ゴムを使ったという材料選択上の問題点はあるにしても、本実験では、振動モードの推定も可能である。

### 2.1 供試模型

模型船の主要目を Table 1 に、一般配置および計測位置を Fig. 1 に示す。船体は、前後部2カ所にとりつけたシングルガイドで曳航した。

実験は、東京大学航海性能試験水槽で行なった。

供試模型には次のような問題点が内在している。

#### (1) 模型船の相似性

模型実験は、長さ、時間、力などを縮小して実験しようとするものであるから、相似模型であるのが理想である。しかしながら、一般に、模型実験に含まれるすべての変数を、原型と相似にすることはきわめて困難である。とくに本研究のように、流体的現象と弾性的現象が絡んでいる対象においては、現象に本質的な項についても相似条件を厳密に満足させることはむずかしい。今回は、相似則を若干緩和し、時間に関する相似関係を満足

Table 1 Principal particulars of the model

全長	$L$	3.80 [m]
幅	$B=2b$	0.50 [m]
深さ	$D$	0.30 [m]
喫水	$d$	0.10 [m]
排水量	$W$	172.00 [kg]
中央横断面積係数	$C_M$	1.00
縦慣動半径	$\kappa$	1.96 [m]
重心位置	$x_G$	0.00 [m]
〔計測値〕		
二節固有振動数	$f_1$	3.5 [Hz]
対数減衰率	$A_1$	0.241 ( $V=0.0$ m/s)
		0.203 ( $V=0.4$ m/s)
		0.197 ( $V=0.6$ m/s)
		0.197 ( $V=0.8$ m/s)
		0.193 ( $V=1.0$ m/s)

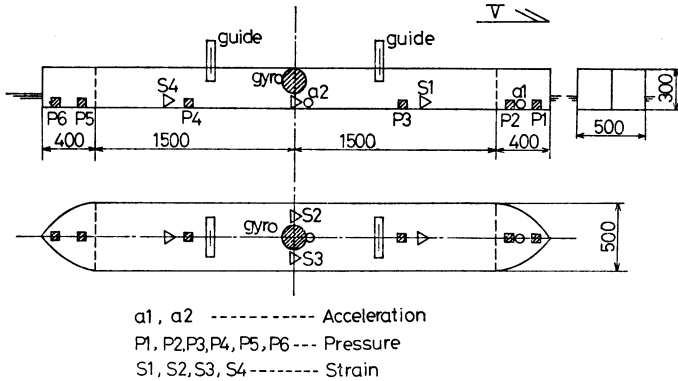


Fig. 1 Arrangement of model and measuring instruments

させることに重点を置いて模型を作成した。

(2) 材料上の問題

結晶性物質（鉄鋼）と非晶性的高分子物質（ゴム）とでは材料として異質であり、鋼船で起こる現象をゴム模型で再現することができるかどうかについては、やや疑問な点もある。しかし、著者らは、線形性と内部減衰について確認ができていれば、実験模型として使用可能であると考えている。これら諸点についての確認実験として、3点曲げ試験、自由振動試験を行なった。前者の結果は、縦曲げモーメントのキャリブレーションにも使用しており、後者より得られる減衰係数は後述の振動解析に使っている。

2.2 実験内容

実験は、すべて規則波向波中で行ない、計測項目と計測方法は次のとおりである。

- ① 船首部、船体中央部における垂直方向加速度  
……抵抗線ひずみ計式の加速度計
- ② 船底の変動圧（6カ所）……小型圧力変換器
- ③ 縦曲げモーメント（4カ所）……ひずみゲージ
- ④ 船体運動（pitch, roll）……パーティカル・ジャイロ
- ⑤ 波高（出会波）……容量型波高計
- ⑥ 16mm シネ撮影……船側波の観察のため

なお、ひずみゲージは、ゴム等特殊用途に設計されたもの（KYOWA KL-6-A4）である。また、出会波の計測には、船体による造波の影響を受けないように配慮した。以上 15 点の同時計測を行なった。

実験点は、出会周波数をベースに、波長、船速、波高を変えて決めている。出会周波数  $f_e$  と船体 2 節固有振動数  $f_1$  を一致させることも試みたが、水槽の造波能力等に制限があり実現できなかった。したがって  $f_e$  には  $f_1/2$ ,  $f_1/3$ ,  $f_1/4$  とその間および前後の点を選んだ。

また、減衰係数と固有振動数については、曳航しつつ船体にショックを与え、自由減衰振動を起こさせて求め

た。計測結果は Table 1 に示している。

2.3 実験結果

(1) 記録波形

記録波形の一例を Fig. 2, Fig. 3 に示す。これらの例は、 $f_e = f_1/m$  ( $m=2, 3, \dots$ ) の場合であり、倍数調波共振が見られる

(2) フーリエ解析結果

データは、AD 変換をした上で、フーリエ変換を行ない、フーリエスペクトル（振幅スペクトル、位相スペクトル）を求めた。この操作により、時刻歴に含まれる振動数成分の検出ができる。時間関

数  $x(t)$  を有限フーリエ近似  $\bar{x}(t)$  で次のように表わす。このとき  $x_m$  ( $m=0, 1, \dots, N-1$ ) を  $x(t)$  の  $N$  個の標

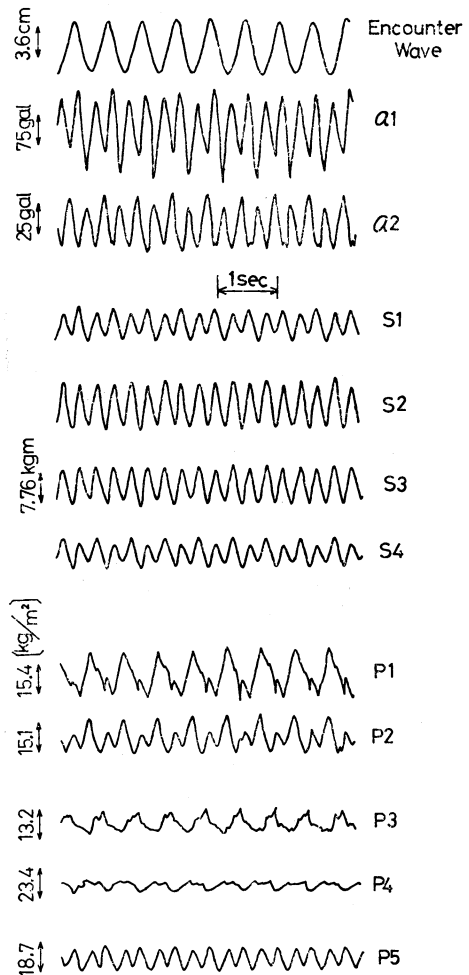


Fig. 2 Examples of recorded signals in case of  $f_e = f_1/2$  ( $f_w = 1.12 \text{ Hz}$ ,  $f_e = 1.75 \text{ Hz}$ ,  $V = 0.8 \text{ m/s}$ ,  $\lambda = 1.24 \text{ m}$ )

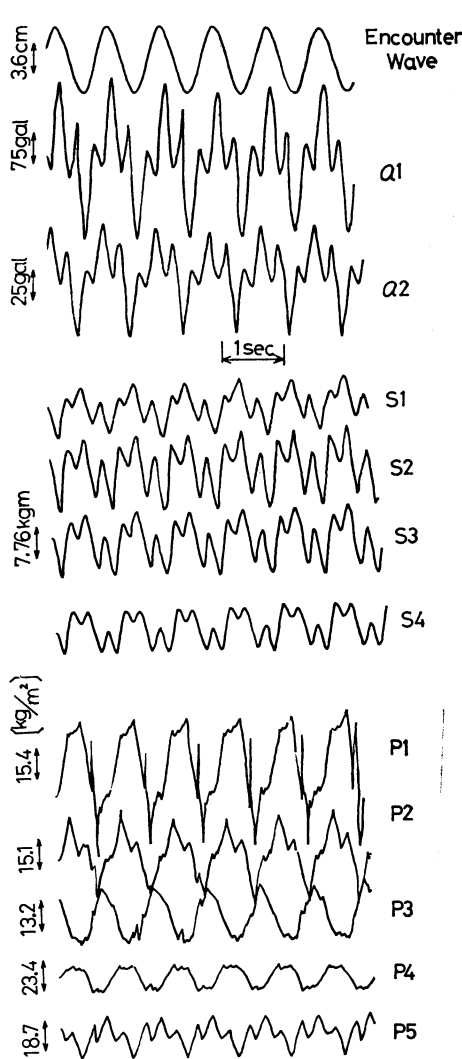


Fig. 3 Examples of recorded signals in case of  $f_e = f_1/3$  ( $f_w = 0.83 \text{ Hz}$ ,  $f_e = 1.16 \text{ Hz}$ ,  $V = 0.8 \text{ m/s}$ ,  $\lambda = 2.26 \text{ m}$ )

本値とすれば、

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} \left[ A_k \cos \frac{2\pi kt}{N\Delta t} + B_k \sin \frac{2\pi kt}{N\Delta t} \right] \\ &\quad + \frac{A_{N/2}}{2} \cos \frac{2\pi(N/2)t}{N\Delta t} \\ &= \frac{X_0}{2} + \sum_{k=1}^{N/2-1} X_k \cos(2\pi f_k t + \alpha_k) \\ &\quad + \frac{X_{N/2}}{2} \cos 2\pi f_{N/2} t \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} A_k &= \frac{2}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x_m \cos \frac{2\pi km}{N} \\ B_k &= \frac{2}{N} \sum_{m=0}^{N-1} x_m \sin \frac{2\pi km}{N} \end{aligned}$$

$$\alpha_k = \tan^{-1} \left( -\frac{B_k}{A_k} \right)$$

$\Delta t$ : 標本点間隔

$N$ : 標本数

振幅スペクトル  $X_k$ , 位相スペクトル  $\alpha_k$  をヒストグラムで表わした一例を Fig. 4, Fig. 5 に示す。

出会波には、基本周波数成分とわずかの倍周波数成分が含まれる。これは、2nd order まで考えると、波面を完全な正弦波として扱うことができないことを示している。これは理論的に説明することができる(後述(2)式)。

縦曲げモーメント:  $M$ , 変動圧:  $P2, P3, P5$ , 船首部加速度:  $a1$ , 船体中央部加速度:  $a2$  を見てみると、 $f_e = f_1/m$  ( $m=2, 3, \dots$ ) の場合には、出会周波数に対応する成分と船体2節固有振動数の成分にピークが見える。ところが、 $f_e$  が  $f_1/m$  をはずれると現象はかなり異なってくる。

変動圧について気づくことは、出会周波数成分は、 $P2$  が  $P5$  よりもかなり大きい、振動成分については、ほとんど差がないことである。従来の船側波高を考慮する理論<sup>2)</sup>に従えば、振動成分も  $P2$  が  $P5$  よりも大きくなければならぬ。したがって、本実験の結果は、船側波高の変化が高次流体力に影響を与えるという議論に疑義を抱かせる。

加速度の位相スペクトルを見ると、Fig. 4については  $3.5 \text{ Hz}$  成分が  $a1$  と  $a2$  で同相であるのに対し、 $1.75 \text{ Hz}$  の成分は逆位相 ( $180^\circ$  ずれ) である。このように、弾性的変位(上下2節振動)による加速度と、剛体的変位による加速度の識別ができる。

出会周波数を系統的に変えてゆくことによって、振動応答(加速度、縦曲げモーメント)の変化を見ることができる。Fig. 6 に振動数  $f_1$  の成分をプロットしたものの一例を示す。応答振幅は、 $f_e = f_1/m$  ( $m=2, 3, \dots$ ) の  $m$  が大きくなるほど小さくなる傾向を示す。

### 3 高次流体力の計算

模型実験により、倍数調波共振が発生することが確認され、これは pitching がほぼ零の場合でも発生する。このことは、springing が短波長の波の一次同調だけではないことを示している。本論文では、級数解による方法で、2nd order の diffraction force を求めた。縦波を受ける場合の波浪強制力は問題が本質的に三次元であるため、二次元的に厳密解を求めることは不可能である。しかし、ここでは現象が二次元的に起こると仮定してストリップ法の考え方に基づいて計算した。この解法は、物理的に見た場合、incident wave の反射波が船長方向と直角に反射することを示している。今回のように波長が短い場合には ( $\lambda/L \approx 0.3$ ) おおむね現実的な仮定

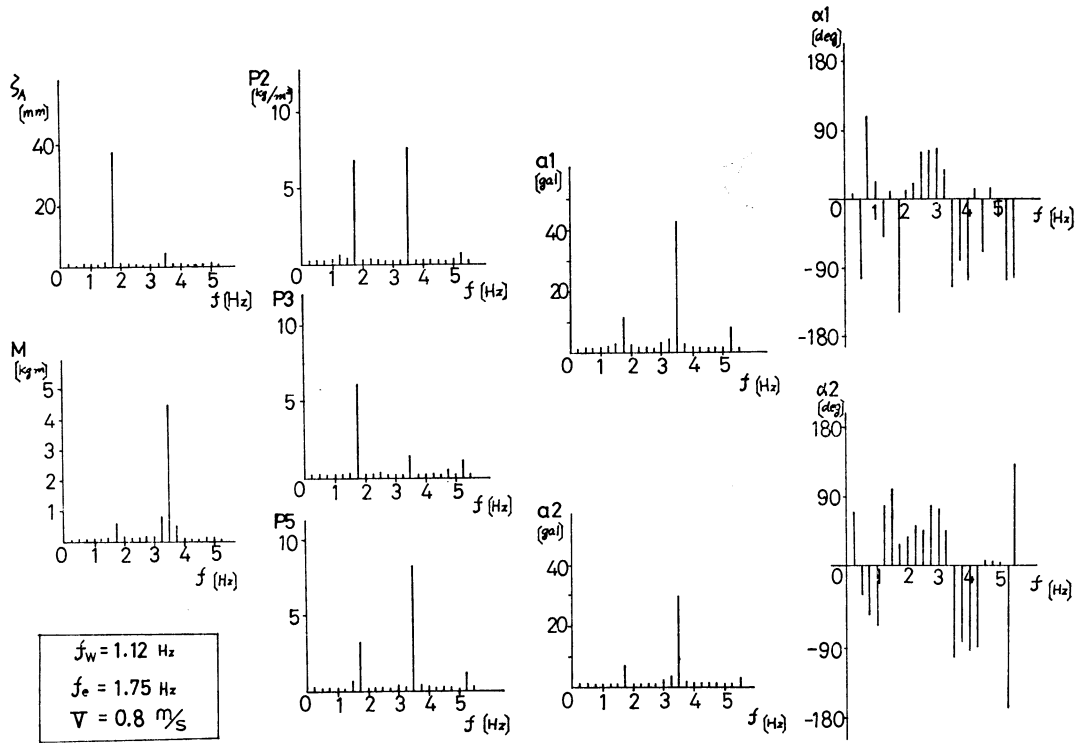


Fig. 4 An example of Fourier spectrum

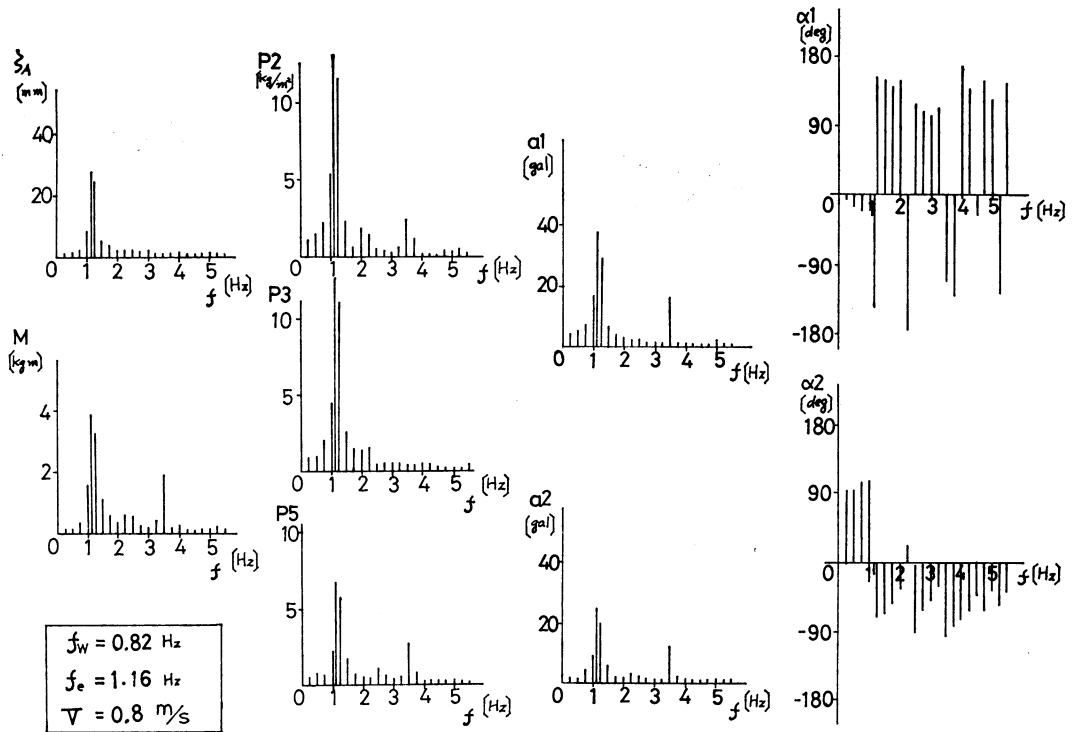


Fig. 5 An example of Fourier spectrum

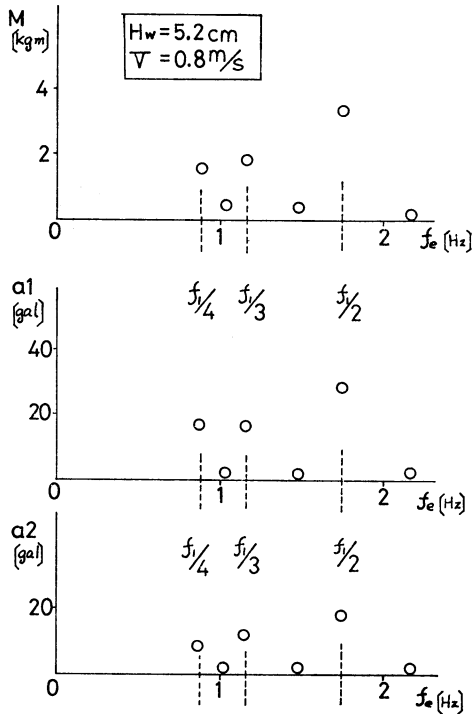


Fig. 6 An example of superharmonic resonance : variation of a component oscillating at frequency  $f_1$

であろう。

3.1 座標系

使用した座標系を Fig. 7 に示す。ただし、本論文では正面向波のみを扱っている。また、船体運動がない場合を扱うので、 $0-xyz$  系と  $0-x_vy_vz_v$  系とは一致する。したがって、以後は、空間固定の座標系  $0'-x'y'z'$  と物体固定の座標系  $0-xyz$  だけを使う。

入射波の速度ポテンシャルを

$$\Phi_I(x', y', z', t) = \frac{g\zeta_A}{\omega} e^{Kz'} \cos(\omega t + Kx') \quad (1)$$

とすれば、規則波の波面は

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi_I \cdot \nabla \Phi_I \right)_{z=\zeta}$$

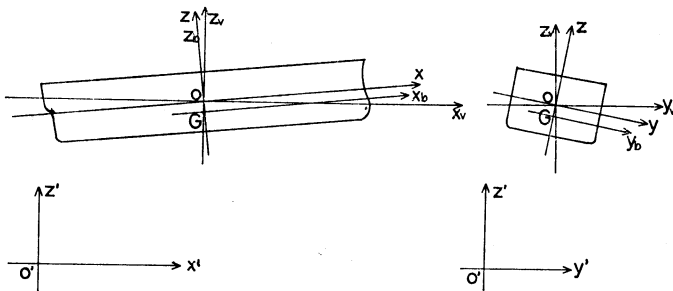


Fig. 7 Coordinate axes

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi_I \cdot \nabla \Phi_I \right)_{z=0} \\ &+ \zeta \frac{\partial}{\partial z} \left\{ -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \Phi_I}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla \Phi_I \cdot \nabla \Phi_I \right) \right\}_{z=0} + \dots \\ &= \zeta_A \sin(\omega t + Kx') - \frac{1}{2} K \zeta_A^2 \cos(2\omega t + 2Kx') + \dots \\ &= \zeta_A \sin(\omega_e t + Kx) - \frac{1}{2} K \zeta_A^2 \cos(2\omega_e t + 2Kx) + \dots \end{aligned} \quad (2)$$

この現象は、出会波によっても観察することができる。一次成分と二次成分の振幅比を Fig. 8 に示す。

同様に sub-surface は

$$\begin{aligned} \zeta_s &= \zeta_{sA} \sin(\omega_e t + Kx) - \frac{1}{2} K \zeta_{sA}^2 \cos(2\omega_e t + 2Kx) + \dots \\ &\text{ただし、} \zeta_{sA} = \zeta_A e^{-Ka} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。

3.2 定式化

問題を二次元とし、diffraction による力を radiation problem の蔽密解より推定する。すなわち、物体表面条件としては船底部における入射波の波面変動のみを考え、これと等価な上下揺をする場合の問題に置きかえて解くことにする。方法は Lee の手法<sup>13), 14)</sup>を用いる。

この仮定により、問題は次のように定式化される。

$$\nabla^2 \Phi(y, z, t) = \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \Phi(y, z, t) = 0 \text{ in fluid} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} &\Phi_{tt}(y, z) + g\Phi_z + 2\Phi_y\Phi_{ty} + 2\Phi_z\Phi_{tz} \\ &+ \Phi_y^2\Phi_{yy} + 2\Phi_y\Phi_z\Phi_{yz} + \Phi_z^2\Phi_{zz} = 0 \\ &\text{on } z = \zeta(y, t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = - \left( \frac{\partial}{\partial t} - V \frac{\partial}{\partial x} \right) \zeta_s \cdot \frac{\partial z}{\partial n} \text{ on } z = -d \quad (6)$$

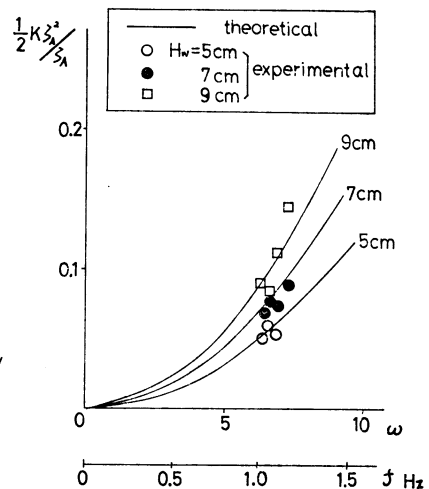


Fig. 8 Comparison between the first-order surface elevation and the second-order one

$$\Phi(y, z, t) = \Phi(-y, z, t) \quad (7)$$

$$\Phi_z(y, z, t) = 0 \text{ as } z \rightarrow -\infty \quad (8)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} \pm iK_e \Phi = 0 \text{ as } y \rightarrow \pm\infty \text{ (複号同順)} \quad (9)$$

radiation 問題における 2nd order force に関しては積分方程式による方法として Potash の研究<sup>12)</sup>があり, Ursell-田才法を拡張したものとして, Lee の研究<sup>13), 14)</sup>がある。また, Kim<sup>15)</sup>, 山下<sup>20)</sup>らは, 自由表面条件は線形のままかなり簡略化した形で解いている。本論文では, Lee の解法にならない, 記号等も Lee の論文に準じている。

速度ポテンシャルを波振幅が小さいとして摂動展開する。

$$\Phi(y, z, t) = R_e \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \varepsilon^n \varphi_m^{(n)}(y, z) e^{-im\omega_e t} \right\}$$

$$\varphi_m^{(n)}(y, z) = \varphi_{m_c}^{(n)}(y, z) + i\varphi_{m_s}^{(n)}(y, z) \quad (10)$$

また, 自由表面の変形  $\zeta$  も同じように摂動展開する。

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon^n \{ \zeta_0^{(n)}(y) + \zeta^{(n)}(y, t) \} \quad (11)$$

また, 物体表面は  $S_0(y_0, z_0) = f(y_0) - z_0 = 0$  で表わすことにする。

基本条件式 (4)~(9) に代入して, 各オーダーで整理すると 2nd order までに 5 組の方程式群ができるが, 簡単な考察によって, 解くべき方程式は次の形に帰着する。

1st order

$$\varphi^{(1)}(y, z) = \varphi_1^{(1)}(y, z) = \varphi_{1c}^{(1)}(y, z) + i\varphi_{1s}^{(1)}(y, z) \text{ として}$$

$$\nabla^2 \varphi^{(1)}(y, z) = 0 \text{ outside } S_0 \quad (12)$$

$$\varphi_2^{(1)}(y, 0) - K_e \varphi^{(1)}(y, 0) = 0 \quad (13)$$

$$\varphi_1^{(1)} f' - \varphi_2^{(1)} = -b\omega \text{ on } S_0 \quad (14)$$

$$\varphi_2^{(1)}(y, -\infty) = 0 \quad (15)$$

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} (\varphi_y^{(1)} \pm iK_e \varphi^{(1)}) = 0 \text{ (複号同順)} \quad (16)$$

2nd order

$$\varphi^{(2)}(y, z) = \varphi_2^{(2)}(y, z) = \varphi_{2c}^{(2)}(y, z) + i\varphi_{2s}^{(2)}(y, z) \text{ として}$$

$$\nabla^2 \varphi^{(2)}(y, z) = 0 \text{ outside } S_0 \quad (17)$$

$$\varphi_2^{(2)}(y, 0) - 4K_e \varphi^{(2)}(y, 0)$$

$$= \frac{\omega_e}{2g} \{ \varphi_{1s}^{(1)}(y, 0) (\varphi_{1c}^{(1)} - K_e \varphi_{1c}^{(1)})$$

$$+ \varphi_{1c}^{(1)} (\varphi_{1s}^{(1)} - K_e \varphi_{1s}^{(1)}) - 4(\varphi_{1cy}^{(1)} \varphi_{1sy}^{(1)})$$

$$+ \varphi_{1cz}^{(1)} \varphi_{1sz}^{(1)} \} + i \frac{\omega_e}{2g} \{ \varphi_{1s}^{(1)}(y, 0) (\varphi_{1sz}^{(1)} - K_e \varphi_{1sz}^{(1)})$$

$$- \varphi_{1c}^{(1)} (\varphi_{1cz}^{(1)} - K_e \varphi_{1cz}^{(1)}) + 2(\varphi_{1cy}^{(1)2} - \varphi_{1sy}^{(1)2})$$

$$+ 2(\varphi_{1cz}^{(1)2} - \varphi_{1sz}^{(1)2}) \} \quad (18)$$

$$\varphi_2^{(2)} f' - \varphi_2^{(2)} = \frac{b}{2} (\varphi_{1sz}^{(1)} f' - \varphi_{1sz}^{(1)})$$

$$- i \frac{b}{2} (\varphi_{1cxy}^{(1)} f' - \varphi_{1cxy}^{(1)} + b^2 \omega K) \text{ on } S_0 \quad (19)$$

$$\varphi_2^{(2)}(y, -\infty) = 0 \quad (20)$$

$$\lim_{y \rightarrow \pm\infty} (\varphi_y^{(2)} \pm i4K_e \varphi^{(2)}) = 0 \text{ (複号同順)} \quad (21)$$

### 3.3 速度ポテンシャルおよび圧力

船体断面が単位円からの写像によって得られるものとし, この写像円の問題を処理する。まず, 吹出しと高次特異点を原点に置き, 自由表面条件, 水底条件, 放射条件を満足させるものとする。次に, 物体表面条件を満足させるように各特異点の強さを決めればよい。なお, この際, 流れ関数に変換して解く。写像には, Lewis Form 変換を使用した。

1st order の解は, ストリップ法の基礎として知られている。2nd order は, 自由表面条件が非同次方程式となるが, 特解に相当するものが既知であるので, 1st order と同様に解ける<sup>16)</sup> (Appendix 参照)。

Bernoulli の方程式

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \Phi|^2 = -\frac{1}{\rho} (p + \rho g z)$$

において,

$$p(y, z, t) = p_0(y, z) + \varepsilon p^{(1)}(y, z, t) + \varepsilon^2 p^{(2)}(y, z, t) + \dots$$

と圧力  $p$  を書き表わせば,

$$p^{(1)}(y_0, z_0, t) = -\rho \{ \omega_e \varphi_{1s}^{(1)}(y_0, z_0) \cos \omega_e t + (gb - \omega_e \varphi_{1c}^{(1)}) \sin \omega_e t \} \quad (22)$$

$$p^{(2)}(y_0, z_0, t) = \frac{\rho b \omega_e}{2} \varphi_{1cz}^{(1)}(y_0, z_0) - \frac{\rho}{4} (\varphi_{1cy}^{(1)2}$$

$$+ \varphi_{1sy}^{(1)2} + \varphi_{1cz}^{(1)2} + \varphi_{1sz}^{(1)2}) - \rho \{ 2\omega_e \varphi_{2s}^{(2)}(y_0, z_0)$$

$$+ \frac{b\omega_e}{2} \varphi_{1cz}^{(1)} + \frac{1}{4} (\varphi_{1cy}^{(1)2} - \varphi_{1sy}^{(1)2} + \varphi_{1cz}^{(1)2}$$

$$- \varphi_{1sz}^{(1)2}) \} \cos 2\omega_e t + \rho \left\{ 2\omega_e \varphi_{2c}^{(2)}(y_0, z_0) \right.$$

$$\left. - \frac{b\omega_e}{2} \varphi_{1sz}^{(1)} - \frac{1}{2} (\varphi_{1cy}^{(1)} \varphi_{1sy}^{(1)} + \varphi_{1cz}^{(1)} \varphi_{1sz}^{(1)}) \right\} \sin 2\omega_e t \quad (23)$$

圧力を表面に沿って, 反時計回りに積分することによって上下方向の力を得る。

$$F = -2 \int_{C_b}^{C_e} p n_z dS \quad (24)$$

ただし,  $n_z$  は, 外向き法線の  $z$  方向に対する方向余弦である。また,  $C_b$  および  $C_e$  はそれぞれ静的平衡位置における船体表面と  $z$  軸および自由表面との交点をとるものとする。

## 4 2次流体力による振動

出会周波数が, 船体上下 2 節固有振動数の 1/2, つまり  $f_e = f_1/2$  の場合に, 波浪によって誘起される船体振動を計算し, これから得られる加速度, 曲げモーメント, 変動水圧等の計算値を実験値と比較する。ただし, 曲げモーメントの計算等では, diffraction force の 2 次の力と振動することによって受ける 1 次力 (radiation force) は線形重ね合わせが効くものと仮定する。

4.1 強制振動方程式とその解

振動系としての船体は、動的状態において次の関係式が成立するものとする（仮想仕事の原理による）。

$$\delta W_e + \delta W_{in} + \delta W_c = \delta u \quad (25)$$

- ただし、 $\delta W_e$  : 波浪強制力による仮想仕事
- $\delta W_{in}$  : 振動に伴う慣性力による仮想仕事  
(付加質量の影響もここに含める)
- $\delta W_c$  : 減衰力（構造減衰＋造波減衰）による仮想仕事
- $\delta u$  : 船体のひずみエネルギーの変化

これより、Lagrange の方程式が導かれる<sup>17)</sup>。

すなわち、一般化座標を  $A_n(t)$  とすれば、

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial K_m}{\partial \dot{A}_n} \right) + \frac{\partial u}{\partial A_n} - \frac{\partial W_c}{\partial A_n} = \frac{\partial W_e}{\partial A_n} \quad (26)$$

ただし、場所： $x$ 、時刻： $t$  のたわみを

$$z(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) X_n(x) \quad (27)$$

$A_n(t)$  : 振幅、 $X_n(x)$  : 振動モード

とすれば、外力のなす仕事は

$$W_e = \int_{-L/2}^{L/2} F_W(x, t) \left[ \sum_{n=1}^{\infty} A_n(t) X_n(x) \right] dx, \quad (28)$$

運動エネルギーは

$$K_m = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{L/2} \left\{ \frac{w(x)}{g} + m_a(x) \right\} \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \dot{A}_n^2(t) X_n^2(x) \right] dx \quad (29)$$

となる。ここで、 $F_W(x, t)$  は進行波による流体力で

$$F_W(x, t) = F_{W1}(x) \sin(\omega_e t + \varepsilon_1(x)) + F_{W2}(x) \sin(2\omega_e t + \varepsilon_2(x)) + \dots \quad (30)$$

ただし、 $\varepsilon_1(x)$ 、 $\varepsilon_2(x)$  は場所の位相

と表わされるものであるが、ここでは 2 次流体力による振動のみを考えるから、右辺第二項の  $F_{W2}(x) \sin(\Omega t + \varepsilon_2(x))$ 、 $\Omega = 2\omega_e$  だけを取扱う。

広義の力は、

$$\int_{-L/2}^{L/2} F_{W2}(x) \sin(\Omega t + \varepsilon_2(x)) X_n(x) dx = F \sin(\Omega t + \delta_1) \quad (31)$$

これより

$$A_n(t) = \frac{F \sin(\Omega t + \delta)}{\omega_n^2 \left[ \int \left\{ \frac{w(x)}{g} + m_a(x) \right\} X_n^2(x) dx \right]} \times \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2C_n \frac{\Omega}{\omega_n^2}\right)^2}} \quad (32)$$

$\omega_n$  :  $n$  次モードの固有角振動数

$C_n$  : 振動系の  $n$  次モードの減衰係数

$$= \frac{\int_{-L/2}^{L/2} C_n(x) X_n^2(x) dx}{2 \int_{-L/2}^{L/2} \left\{ \frac{w(x)}{g} + m_a(x) \right\} X_n^2(x) dx}$$

$$= \frac{A_n \cdot \omega_n}{\sqrt{4\pi^2 + A_n^2}} \quad (33)$$

$C'_n$  : 減衰力分布（構造減衰＋造波減衰）

$A_n$  : 自由振動の対数減衰率

また、 $\delta = \delta_1 + \delta_2$  であって

$$\delta_1 = \tan^{-1} \left[ \frac{\int F_{W2}(x) \sin \varepsilon_2(x) X_n(x) dx}{\int F_{W2}(x) \cos \varepsilon_2(x) X_n(x) dx} \right] \quad (34)$$

$$\delta_2 = \tan^{-1} \left[ \frac{-2C_n \frac{\Omega}{\omega_n^2}}{1 - \frac{\Omega^2}{\omega_n^2}} \right] \quad (35)$$

振動次数には、無限の次数が考えられる。しかし、流体力が 2 節振動周期に同調している場合の振動振幅を概算してみると、 $|A_2(t)|/|A_1(t)| \approx 0.01$  程度である。したがって、本論文では 2 節振動のみを考えるものとする。

上記の値のうちで、 $A_1$  および  $\omega_1$  は前述のように実験によって求めている。また 振動モード  $X_1(x)$  については、断面一定の free-free beam の次式を使う。

$$X_1(x) = C \left[ (\cosh aL - \cos aL) \left\{ \cosh a \left( x + \frac{L}{2} \right) + \cos a \left( x + \frac{L}{2} \right) \right\} - (\sinh aL + \sin aL) \times \left\{ \sinh a \left( x + \frac{L}{2} \right) + \sin a \left( x + \frac{L}{2} \right) \right\} \right] \quad (36)$$

ただし、 $aL = 4.73$  であり、 $C$  は任意の値である。このモードは、自由振動時の船底変動圧の計測結果からみてもおおむね妥当である。

4.2 振動変位、縦曲げモーメント、変動圧

結局、2 節振動の時刻： $t$ 、場所： $x$  でのたわみは、

$$z(x, t) = A_1(t) X_1(x) = A X_1(x) \sin(\Omega t + \delta)$$

となる。

船体中央部の曲げモーメントは

$$M = \int_{-L/2}^0 \{ F_t(x, t) + F_R(x, t) + F_{Stat}(x) + F_g(x) + F_w(x, t) \} x dx \quad (37)$$

ここで、 $F_t(x, t) = -\frac{w(x)}{g} \ddot{z}(x, t)$

$$F_R(x, t) = -m_a(x) \ddot{z} - C_w \dot{z} - 2\rho g b(x) z$$

ただし、 $C_w$  は造波減衰係数（2 次元計算値）

$$F_{Stat}(x) = \rho g S_w(x)$$

$S_w$  は水面下断面積

$$F_g(x) = -w(x)$$

$$F_w(x, t) = F_{W1}(x) \sin(\omega_e t + \varepsilon_1(x)) + F_{W2}(x) \sin(2\omega_e t + \varepsilon_2(x)) + \dots$$

船体運動はないものと考え、 $2\omega_e = \omega_1$  の場合を扱う。モーメントの振動成分は次のようになる。

出会周波数成分（1 次成分）については



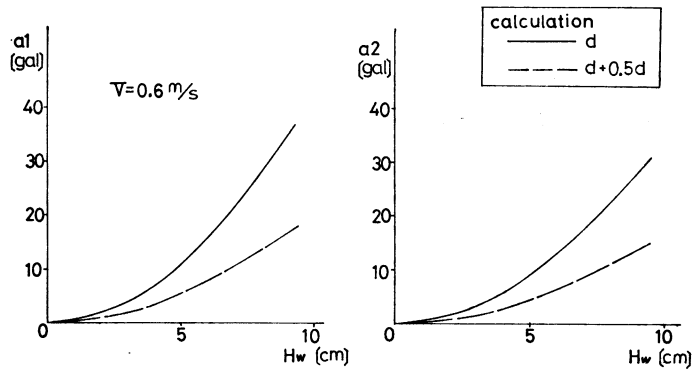


Fig. 9 Effect of increasing the draft on vertical acceleration due to springing

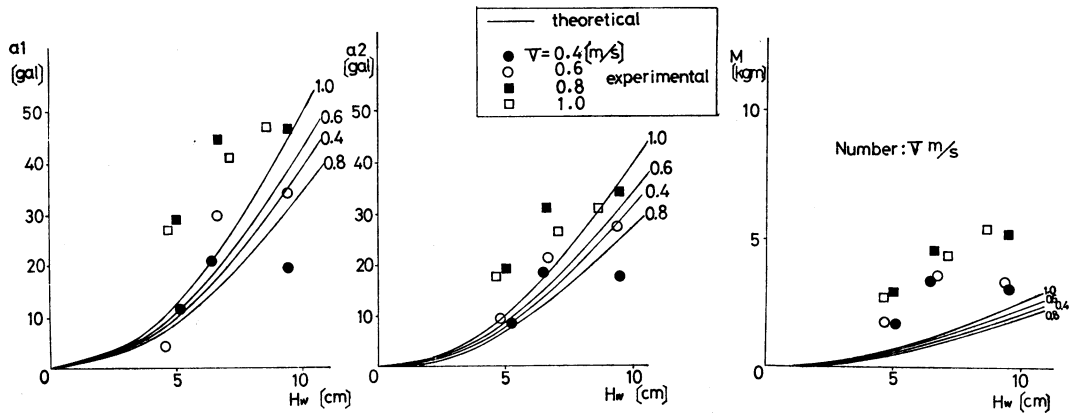


Fig. 10 Oscillatory response of vertical acceleration and vertical bending moment ( $f_e = f_1/2$ )

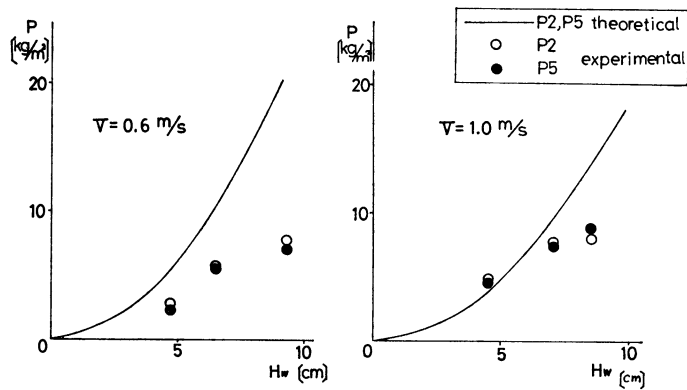


Fig. 11 Oscillatory response of pressure at the bottom ( $f_e = f_1/2$ )

$$M_1 = \int_{-L/2}^0 \{F_{W1}(x) \sin(\omega_e t + \varepsilon_1(x))\} x dx$$

$$= S_1 \sin \omega_e t + C_1 \cos \omega_e t \quad (38)$$

倍周波数成分 (2 次成分) については

$$M_2 = - \int_{-L/2}^0 \left[ \left\{ \frac{w(x)}{g} + m_a(x) \right\} \ddot{z} + C_W(x) \dot{z} + 2\rho g b(x) z - F_{W2}(x) \sin(2\omega_e t + \varepsilon_2(x)) \right] x dx$$

$$= S_2 \sin 2\omega_e t + C_2 \cos 2\omega_e t \quad (39)$$

以上の計算式の中で、 $F_I(x, t)$ 、 $F_R(x, t)$  は振動を考えないと出てこない量である。

船底の center line 上の変動圧の倍周波数成分は次のように計算できる。

$$p = p_{W2} + p_R$$

$$= P_{W2} \sin(2\omega_e t + \varepsilon_2(x)) + P_R \sin(2\omega_e t + \delta') \quad (40)$$

ただし、 $p_{W2}$ : 2 次の波浪変動圧

$p_R$ : 振動による radiation pressure

### 4.3 喫水の影響について

springing は軽荷状態で発生することが多いといわれている<sup>9),10)</sup>。この事実は (32) 式によって説明することができる。すなわち、船体重量が増し喫水が大となれば流体力は減少し、一方 (32) 式の分母は増大する。したがって、振動応答は小さくなることになる。流体力の深さによる減少は短波長において顕著であり、高次流体力においてその傾向は一層強い。

この現象を確認するために試算を行なった。喫水が 5 割増した状態を想定したが、試算の条件は次のとおりである。

- ① 重量の増加率が船体長手方向に沿って均等である。
- ② 振動系の減衰係数は喫水が増しても変化がないと仮定する。
- ③ 船体断面は、Lewis Form で近似する。
- ④ 流体力の計算は第 3 章と全く同一の方法による。

この試算によって得られた加速度の一例を Fig. 9 に示したが、これによれば、喫水の増加によって振動応答が著しく減少することがわかる。

### 4.4 計算値と実験値の比較

振動数  $f_1$  成分の加速度、曲げモーメント、変動圧についての計算値と実験値の比較を、それぞれ、Fig. 10, Fig. 11 に示す。また、Fig. 12 には 1 次成分と 2 次成分による曲げモーメントの比較を示す。

計算値は、実験結果を比較的よく説明しているといえる。しかし、定量的には計算値の方が小さく、曲げモーメントに関してはかなりの差がある。この事実は本法によって得られる流体力の計算値が、実験に働く流体力の全部を評価していないことを示していると考えられる。

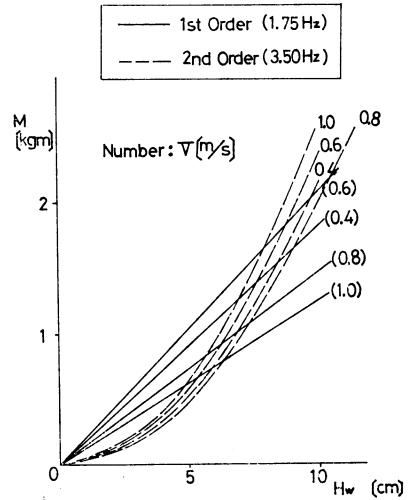


Fig. 12 Comparison between theoretical values of vertical bending moment at midship induced by the first-order and the second-order wave forces respectively ( $f_e = f_1/2$ )

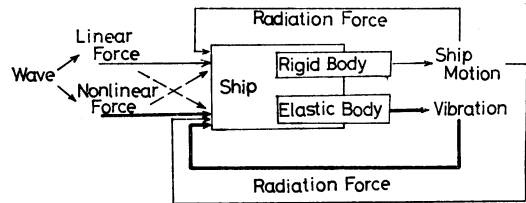


Fig. 13 Simplified model of wave-induced vibration

## 5 考察および問題点

これまでの結果をまとめて振動まで考慮に入れた場合、船体に加わる力は Fig. 13 のような概念図で表わすことができる。このうち太線が本論分で扱った対象である。

今回使った 2nd order force の計算法はあくまでも近似計算であり、どの程度有効であるかについては未知な点が多い。今後、多くの例 (船型、喫水等) についての理論的、実験的検討が必要である。非線形な現象については、手をつけられていない点が多く、さらに基礎的な研究が望まれる<sup>18),19)</sup>。

3 次以上の高次同調現象は造波問題として考えた場合には非常にむずかしい。摂動法による展開は、2 次元という仮定を置いたとしても相当複雑になり、あまり意味がない。本質的なものを取り出して簡略化した計算法が必要であろう。

波浪によって誘起される船体振動全体を考えてみると、船体運動が大きく、whipping, springing がいつ

しよになって起こる現象が最も重要であると思う。理論的な解析はむずかしいが、何らかの推定法が得られないだろうか。

6 結 論

本研究により次のことがわかった。

- 1) 船体 2 節振動の実験に弾性体の一体模型を使うことは材料を慎重に選択すれば可能である。
- 2) 二次元的に求めた 2nd order force を使った行なった船体振動の計算結果より、 $T_e=2T_1$  ( $f_e=f_1/2$ ) の場合の実験結果 (加速度, 曲げモーメント, 変動圧) が, かなりの程度説明できる。高次流体力の算定にも, 流体力学的にみて本質的な議論が必要である。
- 3) 船体運動がほとんどない出会う波数の範囲では, 振動による曲げモーメントは相当な割合を占めることがわかった。
- 4) 変動水圧の記録より, 船首部, 船尾部の振動周波数成分には大きな差がないことがわかった。高次同調を考える場合に, 船側波高と高次の流体力を短絡的に結びつける考え方には問題があるように思われる。

謝 辞

本研究に対し種々ご教示を賜った山本善之教授, 実験に際し多大のご助力を頂いた東大航海性能試験水槽職員の方々に深く感謝いたします。

なお, 数値計算には東大大型計算機センターの HITAC 8800/8700 を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Bishop, R. E. D. et al. : A Unified Dynamic Analysis of Ship Response to Waves, R.I.N.A. (1977).
- 2) Kumai, T. : Effect of Ship Side Wave upon the Response of Hull Springing, Reports of Research Institute for Applied Mechanics, vol. XX, No. 66 (1973).
- 3) Kagawa, K. et al. : A Study of Wave-Induced Vibrations (1st Report) 日本造船学会論文集第 137 号 (1975), (2nd Report) 日本造船学会論文集第 141 号 (1977).
- 4) 山本善之他 : スプリングの起振力に関する一研究, 日本造船学会論文集第 139 号 (1976).
- 5) 川上益男他 : 波浪に起振される船体振動について 西部造船会会報第 51 号 (1975).
- 6) Wereldsma, R. : Wave and Structural Load Experiments for Elastic Ships, Proceedings of 11th Symposium on Naval Hydrodynamics, (1976).
- 7) 松本互平他 : Springing Vibration の起振力に関する一考察, 関西造船協会誌第 154 号 (1974).

- 8) Goodman, R. A. : Wave-Excited Main Hull Vibration in Large Tankers and Bulk Carriers R. I. N. A. April (1970).
- 9) 田才福造 : 船体の Wave Induced Vibration の計算法について, 西部造船会会報第 48 号 (1974).
- 10) 田才福造他 : 油槽船 "B丸" の航海性能の調査, 西部造船会会報第 42 号 (1971).
- 11) Little, R. S. et al. : A Statistical Study of Wave-Induced Bending Moments on Large Oceangoing Tankers and Bulk Carriers, Trans, S. N. A. M. E. (1971).
- 12) Potash, R. L. : Second-Order Theory of Oscillating Cylinders, J. S. R. December (1971).
- 13) Lee, C. M. : The Second-Order Theory of Heaving Cylinders in a Free Surface, J. S. R. December (1968).
- 14) Lee, C. M. : The Second-Order Theory of Cylinders Oscillating Vertically in a Free Surface, College of Engineering Report No. NA-66-7, University of California, Berkeley, September (1966).
- 15) Kim, C. M. : Über den Einfluß nichtlinearer Effecte auf hydrodynamische Kräfte bei erzwungenen Tauchbewegungen prismatischer Körper, Schiffstechnik, Bd 14, Heft 73 (1967).
- 16) Wehausen, J. V. & Laitone, E. V. : Surface Waves, Encyclopedia of Physics vol. IX, Springer-Verlag (1960)
- 17) Biggs, J. M. : Introduction to Structural Dynamics (p. 111~p. 161), McGraw-Hill (1964).
- 18) 田才福造他 : 上下揺する半没水円柱に働く非線形流体力について, 九大応力研所報第 40 号 (1973).
- 19) 小寺山 亘 : 水面上で上下揺する柱状体に働く非線形流体力について, 九大応力研所報第 45 号 (1976).
- 20) 山下誠也 : 薄い物体の大振幅上下動における流体力の計算, 日本造船学会論文集第 141 号 (1977).

Appendix<sup>13),14)</sup>

写像関数を次のように与える。

$$\frac{w}{a} = \gamma + \sum_{n=0}^{\infty} a_{2n+1} \gamma^{-(2n+1)}$$

ただし,

$$w = y + iz = Re^{i\theta}, \quad \gamma = \eta + i\zeta = l \cdot e^{i\alpha}$$

このとき, 解はそれぞれ次のように与えられる。

① 1st order の解

$$\begin{aligned} \phi^{(1)}(y, z, t) &= Re \{ \varphi^{(1)}(y, z) e^{-i\omega t} \} \\ &= Re \{ \hat{\phi}^{(1)}(y, z) e^{-i(\omega t + q^{(1)})} \} \end{aligned}$$

ただし,

$$\hat{\phi}^{(1)} = Q^{(1)} S^{(1)}(y, z) + \sum_{m=1}^{\infty} a_m^{(1)} M_m^{(1)}(l, \alpha)$$

$$S^{(1)}(y, z) = \int_0^{\infty} \frac{e^{kz} \cos ky}{K_e - k} dk - i\pi e^{K_e z} \cos K_e y$$

$$a_m^{(1)} = b_m^{(1)} + ic_m^{(1)}$$

$$M_m^{(1)}(l, \alpha) = \frac{\cos 2m\alpha}{l^{2m}} + K_e a \left\{ \frac{\sin(2m-1)\alpha}{(2m-1)l^{2m-1}} - \sum_{n=0}^N \frac{(2n+1)a_{2n+1} \sin(2m+2n+1)\alpha}{2m+2n+1} \right\}$$

## ② 2nd order の解

速度ポテンシャルを次のように分離する。

$$\varphi^{(2)}(y, z) = U(y, z) + W(y, z)$$

これを本文 (17)~(21) に代入して

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta U(y, z) = 0 \quad \text{outside } S_0 \\ U_z(y, 0) - 4K_e U = 0 \\ U_y f' - U_z = \frac{b}{2} (\varphi_{1Szy}^{(1)} f' - \varphi_{1Szz}^{(1)}) \\ \quad - i \frac{b}{2} (\varphi_{1czy}^{(1)} f' - \varphi_{1czz}^{(1)} + b^2 K \omega) \\ \quad - W_y f' + W_z \quad \text{on } S_0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} U_z(y, -\infty) = 0 \\ \lim_{y \rightarrow \pm\infty} (U_y \pm i 4K_e U) = 0 \\ W_z(y, 0) - 4K_e W = F(y) = F_C(y) + iF_S(y) \\ \quad = (18) \text{ 式右辺} \\ W_z(y, -\infty) = 0 \\ \lim_{y \rightarrow \pm\infty} W(y, z) = 0 \end{array} \right.$$

$W(y, z)$  は、自由表面に圧力分布  $F(y)$  が存在する場合の表面波と同等になり既に解けている<sup>16)</sup>。また、 $U(y, z)$  に関しては、波数が  $4K_e$  となっただけで、1st order の場合と同等である。