（昭和58年11月　日本造船学会秋季講演会において講演）

質点系モデルによる係留ラインの3次元動的解析法

正員　中嶋俊夫*　正員　元良誠三**
正員　藤野正隆***

A Three-Dimensional Lumped Mass Method for the Dynamic Analysis of Mooring Lines

by Toshio Nakajima, *Member*　Seizo Motora, *Member*
Masataka Fujino, *Member*

Summary

Appearance of recent complicated mooring lines demands the development of new method, which is able to be applied for the analysis of dynamic behavior of various types of mooring lines including the deep sea mooring line. In this paper, two-dimensional lumped mass method which was originally developed by Walton and Polachek(1959) have been extended to the three-dimensional method. The present paper also shows the alternative method which is able to include elastic deformation without lengthy procedure of computer simulation. The time histories of dynamic tensions of three-dimensional problem as well as the motions of the line are obtained by the present methods and are compared with the experimental records with excellent agreement.

1 緒　　言

一般に，多くの浮遊式海洋構造物は係留設備を備えており，係留設計はこれらの構造物にとって欠くことのできないものとなっている。一方，海洋構造物の場合，比較的長期にわたって位置保持されることが多く，また気象・海象条件の悪い状態もかなりの程度予測されるので，係留の設計は構造物の安全上重要である。しかしながら，その反面，係留設計では，係留は静的あるいは準静的な取扱いで済まされることが多く，そのため，係留の事故も少なくない。最近では，海洋構造物の稼動条件もより深海に移って行く傾向にあり，係留設計には，動的効果も含めたより高度な係留ラインの解析が要求されつつあることはここに記すまでもない。実際に設計を進める場合，係留ラインの動的解析法としては，汎用性から数値解法が適しており，その一つである質点系モデルによる方法では，多くの解法[1)~4)]が示されている。著者らは，質点系モデルによる2次元解法をさらに汎用性あるものにし，いくつかの複雑な係留ラインの解析を通して，その有効性を示してきた。本論文では，さらにこれを3次元解法に拡張させ，実験解析との比較検討を行ったのでここに紹介する。

* 住友重機械工業(株)平塚研究所
** 長崎総合科学大学
*** 東京大学工学部

2 係留ラインの初期状態の決定

3次元係留ラインの動的解析をするに当って，まず最初に係留ラインの初期状態，具体的には各質点の位置および各質点間の張力を決める必要がある。今，係留ラインを N-1 個の質点から成り，質点間は自重がない線形バネで結ばれると近似する。Fig. 1 において，任意の質点 j の重量を δ_jとし，張力 T_j，T_{j-1}が図のように働く

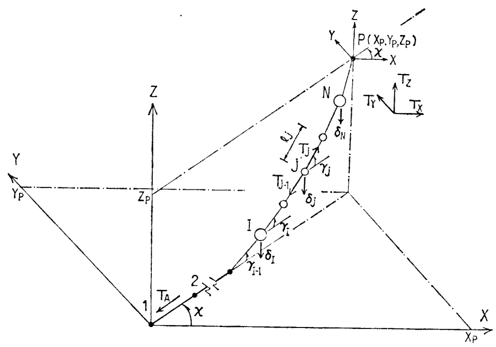


Fig. 1 Coordinate system for three-dimensional lumped mass method

とすると，質点 j における垂直および水平方向の釣合い式は，次のようになる（ただし，$\delta_1 \equiv T_1 \sin\gamma_1$ とする）。

$$T_j \cdot \sin\gamma_j = \sum_{k=1}^{j} \delta_k \quad (1)$$

$$T_j \cdot \cos\gamma_j = T_1 \cos\gamma_1 \quad (j=1, 2, \cdots, N) \quad (2)$$

上式からすぐに次式を得る。

$$T_j = \sqrt{T_1{}^2 - \delta_1{}^2 + \left(\sum_{k=1}^{j} \delta_k\right)^2} \quad (3)$$

係留ラインが slack な場合，または質点 j が底に着く場合は，δ_k, γ_k(k は $j-1$ 以下のものすべて）をゼロとして同様に計算する。さて，上端の点 P の位置（x_P, y_P, z_P）が与えられるとすると，境界条件式として次式が得られる。

$$\sum_{j=1}^{N} l_j \sin\gamma_j = z_P \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{N} l_j \cos\gamma_j = \sqrt{x_P^2 + y_P^2} \quad (5)$$

ただし，l_j はラインの伸びを考慮に入れた時の質点間距離である。係留ラインの断面積，ヤング率および伸びを考慮に入れない時の元の長さをそれぞれ $A, E, \bar{l}$ とすると，l_j は次式で与えられる。

$$l_j = \bar{l}(1 + T_j/E \cdot A) \quad (6)$$

（1）式と（4）式，（2）式と（5）式を組合せることにより係留ラインの静的状態を求める2式ができる。未知数は，T_1 と δ_1 の2個で繰返し計算を行って求め，（3）式，（6）式を用いれば，各質点間の張力および長さが分かる。一方，任意の質点 j の位置（x_j, y_j, z_j）は次式より計算できる。

$$\left.\begin{aligned} x_{j+1} &= \sum_{k=1}^{j} l_k \cos\gamma_k \cdot \cos\chi \\ y_{j+1} &= \sum_{k=1}^{j} l_k \cos\gamma_k \cdot \sin\chi \\ z_{j+1} &= \sum_{k=1}^{j} l_k \sin\gamma_k \quad (j=1, 2, \cdots, N-1) \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

ただし，$\chi = \tan^{-1}(x_P/y_P)$。

特殊係留ラインのように，中間にシンカーやブイが付く場合の計算では，その重さをその位置の質点重量 δ_j に加え，また，流体力係数に対しても同様な修正を質点 j に施す。また，中間ブイの浮力に関しては，浮力を負の力として取扱い，質点重量 δ_j に加算するが，ブイが水面上に出るような場合は，文献 5) に示したように新たに拘束条件式を考える必要がある。一方，係留ラインを等分割する場合は，全体の係留ラインの重量を合わせるために，最初の持ち上っている質点および $j=N$ の質点を他の 1.5 倍にとる。

3 係留ラインの3次元運動方程式

今，質点 j が任意に運動する場合を考える。係留ラインに加わる外力は，各質点に集中して加えるようにし，

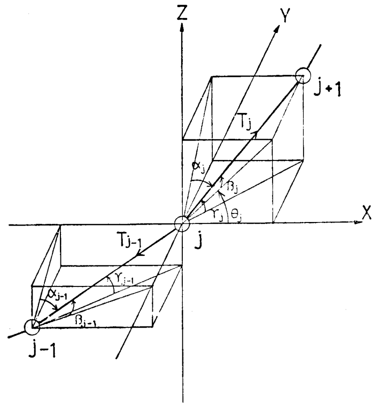


Fig. 2 Coordinate system for the lumped mass j

各質点間は，直線とする。Fig. 2 において，質点 j の3次元運動方程式は次式で与えられる（付録A参照）。

$$\begin{bmatrix} I_{1j} & I_{2j} & I_{3j} \\ J_{1j} & J_{2j} & J_{3j} \\ K_{1j} & K_{2j} & K_{3j} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_j \\ \ddot{y}_j \\ \ddot{z}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{xj} \\ F_{yj} \\ F_{zj} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$(j=2, 3, \cdots, N)$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned} F_{xj} &= T_j \sin\alpha_j - T_{j-1} \sin\alpha_{j-1} + f_{dxj} \\ F_{yj} &= T_j \sin\beta_j - T_{j-1} \sin\beta_{j-1} + f_{dyj} \\ F_{zj} &= T_j \sin\gamma_j - T_{j-1} \sin\gamma_{j-1} + f_{dzj} - \delta_j \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

また，

$$\left.\begin{aligned} I_{1j} &= M_j + A_{nj}\cos^2\bar{\alpha}_j + A_{tj}\sin^2\bar{\alpha}_j \\ I_{2j} &= (A_{tj} - A_{nj})\sin\bar{\beta}_j \sin\bar{\alpha}_j (= J_{1j}) \\ I_{3j} &= (A_{tj} - A_{nj})\sin\bar{\gamma}_j \sin\bar{\alpha}_j (= K_{1j}) \\ J_{2j} &= M_j + A_{nj}\cos^2\bar{\beta}_j + A_{tj}\sin^2\bar{\beta}_j \\ J_{3j} &= (A_{tj} - A_{nj})\sin\bar{\beta}_j \sin\bar{\gamma}_j (= K_{2j}) \\ K_{3j} &= M_j + A_{nj}\cos^2\bar{\gamma}_j + A_{tj}\sin^2\bar{\gamma}_j \end{aligned}\right\} \quad (10)$$

上式中，$\ddot{x}_j, \ddot{y}_j, \ddot{z}_j$ は質点 j の，x, y および z 方向加速度，M_j, A_{nj}, A_{tj} はそれぞれ，質点 j の質量，法線方向および接線方向付加質量である。一方，係留ラインに加わる抗力の x, y, z 方向成分 $f_{dxj}, f_{dyj}, f_{dzj}$ は法線方向および接線方向抗力 f_{dnj}, f_{dtj} で表わすことができるので法線方向および接線方向の抗力係数が分かれば，抗力は容易に求められる（付録A参照）。

$$\left.\begin{aligned} f_{dxj} &= -(\sin\bar{\beta}_j \cdot \cos\bar{\theta}_j \cdot \cos\phi_j + \sin\bar{\theta}_j \cdot \sin\phi_j) f_{dnj} \\ &\quad + (\cos\bar{\beta}_j \cdot \cos\bar{\theta}_j) f_{dtj} \\ f_{dyj} &= (\cos\bar{\beta}_j \cdot \cos\phi_j) f_{dnj} + (\sin\bar{\beta}_j) f_{dtj} \\ f_{dzj} &= -(\sin\bar{\beta}_j \cdot \sin\bar{\theta}_j \cdot \cos\phi_j - \cos\bar{\theta}_j \cdot \sin\phi_j) f_{dnj} \\ &\quad + (\cos\bar{\beta}_j \cdot \sin\bar{\theta}_j) f_{dtj} \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

ここで，$\bar{\alpha}_j = (\alpha_j + \alpha_{j-1})/2$, $\bar{\beta}_j = (\beta_j + \beta_{j-1})/2$, $\bar{\gamma}_j = (\gamma_j + \gamma_{j-1})/2$ であり，また，$\alpha_j, \beta_j, \gamma_j$ の正弦，余弦は次のようになる（ϕ_j については Fig. 13 参照）。

$$\left.\begin{aligned}
&\sin\alpha_j=(x_{j+1}-x_j)/l_j\\
&\cos\alpha_j=\sqrt{(z_{j+1}-z_j)^2+(y_{j+1}-y_j)^2}/l_j\\
&\sin\beta_j=(y_{j+1}-y_j)/l_j\\
&\cos\beta_j=\sqrt{(x_{j+1}-x_j)^2+(z_{j+1}-z_j)^2}/l_j\\
&\sin\gamma_j=(z_{j+1}-z_j)/l_j\\
&\cos\gamma_j=\sqrt{(x_{j+1}-x_j)^2+(y_{j+1}-y_j)^2}/l_j
\end{aligned}\right\}\quad(12)$$

ここで,

$$l_j=\sqrt{(x_{j+1}-x_j)^2+(y_{j+1}-y_j)^2+(z_{j+1}-z_j)^2}\quad(13)$$

4　係留ライン運動の支配方程式およびその解法

係留ラインの運動方程式（(8)式）を，それぞれの方向の加速度で表わし次のようにする（付録A参照)。

$$\left.\begin{aligned}
&\ddot{x}_j=(R_jT_j-P_jT_{j-1}+U_j)/\Delta t^2\\
&\ddot{y}_j=(O_jT_j-H_jT_{j-1}+V_j)/\Delta t^2\\
&\ddot{z}_j=(S_jT_j-Q_jT_{j-1}+W_j)/\Delta t^2\\
&\qquad(j=2,3,\cdots,N)
\end{aligned}\right\}\quad(14)$$

一方，係留ラインが伸びないと仮定した場合の拘束条件式は次式で与えられる。

$$(x_j-x_{j-1})^2+(y_j-y_{j-1})^2+(z_j-z_{j-1})^2=\bar{l}^2\quad(j=2,3,\cdots,N+1)\quad(15)$$

ここで，$\bar{l}$ は係留要素長さであるが，係留ラインの伸びを考慮する場合は次のようになる。

$$(x_j-x_{j-1})^2+(y_j-y_{j-1})^2+(z_j-z_{j-1})^2=\bar{l}^2\left(1.+\frac{T_{j-1}}{A\cdot E}\right)^2\quad(j=2,3,\cdots,N+1)\quad(16)$$

4.1　係留ラインの伸びを考慮しない場合の解法 (METHOD I)

係留ラインの伸びを考慮しない場合，ラインの運動を支配する方程式は，(14)式および（15）式であるのでこれらを解けばよい。一方加速度は，差分公式を利用することによって変位に直して解いてゆく。係留ラインの伸びを考慮しない場合については，Walton と Polachek が利用している差分公式（(17)式）を利用する。

$$\ddot{s}_j^n=(s_j^{n+1}-2s_j^n+s_j^{n-1})/\Delta t^2\quad(17)$$

$$\dot{s}_j^n=(s_j^{n+1}-s_j^{n-1})/(2\Delta t)\quad(18)$$

ここで，n は時間ステップを示し，時間を t，時間刻みを Δt とする場合は，$t=n\cdot\Delta t$ となる。s_j は，x_j, y_j, z_j を意味し，(14) 式を (17) 式と組合せて次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}
&x_j^{n+1}=2x_j^n-x_j^{n-1}+R_j^n\cdot T_j^n-P_j^n\cdot T_{j-1}^n+U_j^n\\
&y_j^{n+1}=2y_j^n-y_j^{n-1}+O_j^n\cdot T_j^n-H_j^n\cdot T_{j-1}^n+V_j^n\\
&z_j^{n+1}=2z_j^n-z_j^{n-1}+S_j^n\cdot T_j^n-Q_j^n\cdot T_{j-1}^n+W_j^n\\
&\qquad(j=2,3,\cdots,N)
\end{aligned}\right\}\quad(19)$$

今，Walton らに従って，次式に示すような関数 Φ_j^{n+1} を考える。

$$\begin{aligned}
\Phi_j^{n+1}&=[(x_j^{n+1}-x_{j-1}^{n+1})^2+(y_j^{n+1}-y_{j-1}^{n+1})^2+(z_j^{n+1}-z_{j-1}^{n+1})^2-\bar{l}^2]/2\\
&=\Phi_j^{n+1}(T_{j-2}^n, T_{j-1}^n, T_j^n)\\
&\qquad(j=2,3,\cdots,N+1)
\end{aligned}\quad(20)$$

この時，拘束条件より $\Phi_j^{n+1}\equiv0$ となる。一方，張力 T_j^n を（21）式のように推定値 $\tilde{T}_j^n$ と微小な補正量 ΔT_j^n の和として表わし，(20) 式をテーラー展開すると (22) 式のようになる。

$$T_j^n=\tilde{T}_j^n+\Delta T_j^n\quad(21)$$

$$\Phi_j^{n+1}=\tilde{\Phi}_j^{n+1}+\frac{\partial\tilde{\Phi}_j^{n+1}}{\partial\tilde{T}_{j-2}^n}\cdot\Delta T_{j-2}^n+\frac{\partial\tilde{\Phi}_j^{n+1}}{\partial\tilde{T}_{j-1}^n}\cdot\Delta T_{j-1}^n+\frac{\partial\tilde{\Phi}_j^{n+1}}{\partial\tilde{T}_j^n}\cdot\Delta T_j^n+(\text{Higher Order Terms})\quad(22)$$

上式中，～はそれぞれの量の第一近似値を意味する。

さて，今 $\tilde{T}_j^n$ は，張力 T_j^n に十分近いとすると，(22) 式中の高次の項は省略でき，次式が導かれる。

$$\tilde{E}_j^{n+1}\cdot\Delta T_{j-2}^n-\tilde{F}_j^{n+1}\cdot\Delta T_{j-1}^n+\tilde{G}_j^{n+1}\cdot\Delta T_j^n=-\tilde{\Phi}_j^{n+1}\quad(j=2,3,\cdots,N+1)\quad(23)$$

または,

$$\begin{bmatrix}
-\tilde{F}_2^{n+1} & \tilde{G}_2^{n+1} & & & & \\
\tilde{E}_3^{n+1} & -\tilde{F}_3^{n+1} & \tilde{G}_3^{n+1} & & 0. & \\
 & \tilde{E}_4^{n+1} & -\tilde{F}_4^{n+1} & \tilde{G}_4^{n+1} & & \\
 & & & \ddots & & \\
 & 0. & & & \tilde{E}_{N+1}^{n+1} & -\tilde{F}_{N+1}^{n+1}
\end{bmatrix}
\times\begin{bmatrix}\Delta T_1^n\\ \Delta T_2^n\\ \Delta T_3^n\\ \vdots\\ \Delta T_N^n\end{bmatrix}
=\begin{bmatrix}-\tilde{\Phi}_2^{n+1}\\ -\tilde{\Phi}_3^{n+1}\\ -\tilde{\Phi}_4^{n+1}\\ \vdots\\ -\tilde{\Phi}_{N+1}^{n+1}\end{bmatrix}\quad(24)$$

ここで,

$$\tilde{\Phi}_j^{n+1}=[(\tilde{x}_j^{n+1}-\tilde{x}_{j-1}^{n+1})^2+(\tilde{y}_j^{n+1}-\tilde{y}_{j-1}^{n+1})^2+(\tilde{z}_j^{n+1}-\tilde{z}_{j-1}^{n+1})^2-\bar{l}^2]/2\quad(25)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\tilde{x}_j^{n+1}=2x_j^n-x_j^{n-1}+R_j^n\cdot\tilde{T}_j^n-P_j^n\cdot\tilde{T}_{j-1}^n+\tilde{U}_j^n\\
&\tilde{y}_j^{n+1}=2y_j^n-y_j^{n-1}+O_j^n\cdot\tilde{T}_j^n-H_j^n\cdot\tilde{T}_{j-1}^n+\tilde{V}_j^n\\
&\tilde{z}_j^{n+1}=2z_j^n-z_j^{n-1}+S_j^n\cdot\tilde{T}_j^n-Q_j^n\cdot\tilde{T}_{j-1}^n+\tilde{W}_j^n\\
&\qquad(j=2,3,\cdots,N+1)
\end{aligned}\right\}\quad(26)$$

また,

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{E}_j^{n+1}&=\frac{\partial\tilde{\Phi}_j^{n+1}}{\partial\tilde{T}_{j-2}^n}=P_{j-1}^n(\tilde{x}_j^{n+1}-\tilde{x}_{j-1}^{n+1})\\
&\quad+H_{j-1}^n(\tilde{y}_j^{n+1}-\tilde{y}_{j-1}^{n+1})+Q_{j-1}^n(\tilde{z}_j^{n+1}-\tilde{z}_{j-1}^{n+1})\\
\tilde{F}_j^{n+1}&=-\frac{\partial\tilde{\Phi}_j^{n+1}}{\partial\tilde{T}_{j-1}^n}=(P_j^n+R_{j-1}^n)(\tilde{x}_j^{n+1}-\tilde{x}_{j-1}^{n+1})\\
&\quad+(H_j^n+O_{j-1}^n)(\tilde{y}_j^{n+1}-\tilde{y}_{j-1}^{n+1})\\
&\quad+(Q_j^n+S_{j-1}^n)(\tilde{z}_j^{n+1}-\tilde{z}_{j-1}^{n+1})\\
\tilde{G}_j^{n+1}&=\frac{\partial\tilde{\Phi}_j^{n+1}}{\partial\tilde{T}_j^n}=R_j^n(\tilde{x}_j^{n+1}-\tilde{x}_{j-1}^{n+1})\\
&\quad+O_j^n(\tilde{y}_j^{n+1}-\tilde{y}_{j-1}^{n+1})+S_j^n(\tilde{z}_j^{n+1}-\tilde{z}_{j-1}^{n+1})\\
&\qquad(j=2,3,\cdots,N+1)
\end{aligned}\right\}\quad(27)$$

4.2 係留ラインの伸びを考慮する場合の解法 (METHOD II)

係留ラインの伸びを考慮する場合については，既に2次元問題について文献6)に示しているとおりであるが，ここでも同様に Houbolt 法を利用して次式を得る。

$$\left.\begin{aligned}
x_j^{n+1}&=\frac{5}{2}x^n-2x_j^{n-1}+\frac{1}{2}x_j^{n-2}\\
&\quad+(R_j^{n+1}\cdot T_j^{n+1}-P_j^{n+1}\cdot T_{j-1}^{n+1}+U_j^{n+1})/2.\\
y_j^{n+1}&=\frac{5}{2}y_j^n-2y_j^{n-1}+\frac{1}{2}y_j^{n-2}\\
&\quad+(O_j^{n+1}\cdot T_j^{n+1}-H_j^{n+1}\cdot T_{j-1}^{n+1}+V_j^{n+1})/2.\\
z_j^{n+1}&=\frac{5}{2}z_j^n-2z_j^{n-1}+\frac{1}{2}z_j^{n-2}\\
&\quad+(S_j^{n+1}\cdot T_j^{n+1}-Q_j^{n+1}\cdot T_{j-1}^{n+1}+W_j^{n+1})/2.\\
&\qquad (j=2,3,\cdots,N)
\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

さて，(20)式と同様に関数 Ψ_j^{n+1} を考える。

$$\Psi_j^{n+1}=(x_j^{n+1}-x_{j-1}^{n+1})^2+(y_j^{n+1}-y_{j-1}^{n+1})^2+(z_j^{n+1}-z_{j-1}^{n+1})^2-\bar{l}^2(1.+T_{j-1}^{n+1}/E\cdot A)^2$$

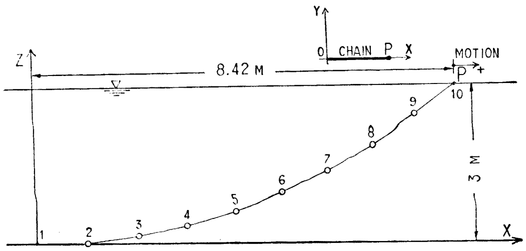
Table 1 Principal particulars of chain (Example 1)

WEIGHT PER LENGTH		
(IN WATER)	W_W	0.1938 KG/M
(IN AIR)	W_A	0.222 KG/M
EQUIV. DIAMETER	D_C	5.99 MM
TOTAL LENGTH	L	9.1 M
PRE-TENSIONS AT UPPER END		
(X-DIREC.)	T_{XO}	2.539 KG
(Y-DIREC.)	T_{YO}	0.0 KG
(Z-DIREC.)	T_{ZO}	1.841 KG
PRE-TENSION AT ANKER	T_A	2.540 KG
POSITIONS OF UPPER END		
(X-DIREC.)	X_P	8.42 M
(Y-DIREC.)	Y_P	0.0 M
(Z-DIREC.)	Z_P	3.00 M

$$=\Psi_j^{n+1}(T_{j-2}^{n+1}, T_{j-1}^{n+1}, T_j^{n+1}) \qquad (j=2,3,\cdots,N+1) \tag{29}$$

(22) 式と同様に，(29) 式をテーラー展開し，ΔT_j^{n+1} が充分小さいとして次式を得る（ただしこの時，$T_j^{n+1}=\tilde{T}_j^{n+1}+\Delta T_j^{n+1}$ である)。

$$\tilde{E}_j^{n+1}\cdot\Delta T_{j-2}^{n+1}-\tilde{F}_j^{n+1}\cdot\Delta T_{j-1}^{n+1}+\tilde{G}_j^{n+1}\cdot\Delta T_i^{n+1}=-\tilde{\Psi}_j^{n+1} \qquad (j=2,3,\cdots,N+1) \tag{30}$$



DISPLACEMENTS (m)

x-direction		y-direction		z-direction		TENSIONS (Kg)	
X(1)	0.0000000	Y(1)	0.0	Z(1)	0.0	T(1)	2.5391082
X(2)	1.0109872	Y(2)	0.0	Z(2)	0.0158314	T(2)	2.5614698
X(3)	2.0131485	Y(3)	0.0	Z(3)	0.1500646	T(3)	2.5956437
X(4)	3.0021154	Y(4)	0.0	Z(4)	0.3605167	T(4)	2.6445727
X(5)	3.9727849	Y(5)	0.0	Z(5)	0.6436185	T(5)	2.7074570
X(6)	4.9209092	Y(6)	0.0	Z(6)	0.9949104	T(6)	2.7833509
X(7)	5.8431810	Y(7)	0.0	Z(7)	1.4093504	T(7)	2.8712229
X(8)	6.7372272	Y(8)	0.0	Z(8)	1.8816080	T(8)	2.9700101
X(9)	7.6015360	Y(9)	0.0	Z(9)	2.4063136	T(9)	3.1363702
X(10)	8.4199999	Y(10)	0.0	Z(10)	2.9999992	T(10)	---------

Fig. 3 Static configuration of mooring chain (Example 1)

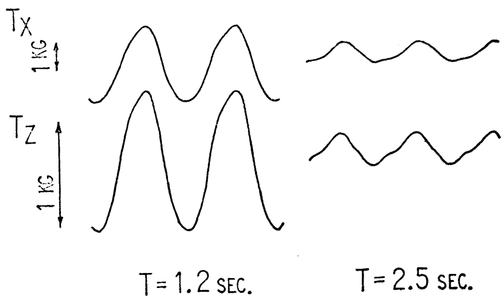


Fig. 4 Experimental record of dynamic tensions

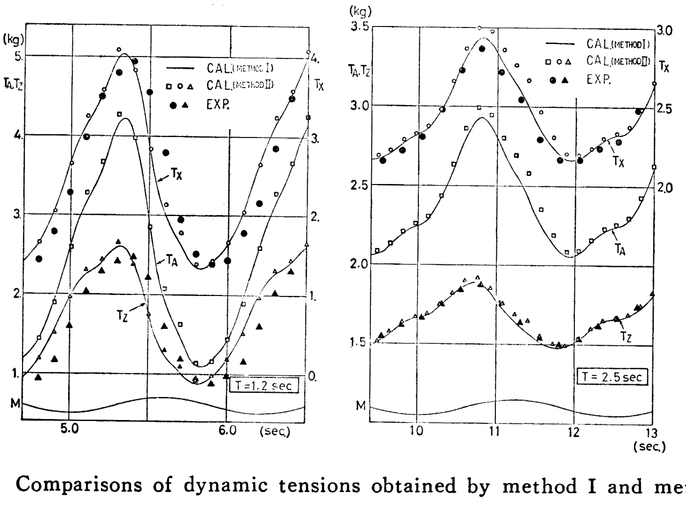


Fig. 5 Comparisons of dynamic tensions obtained by method I and method II

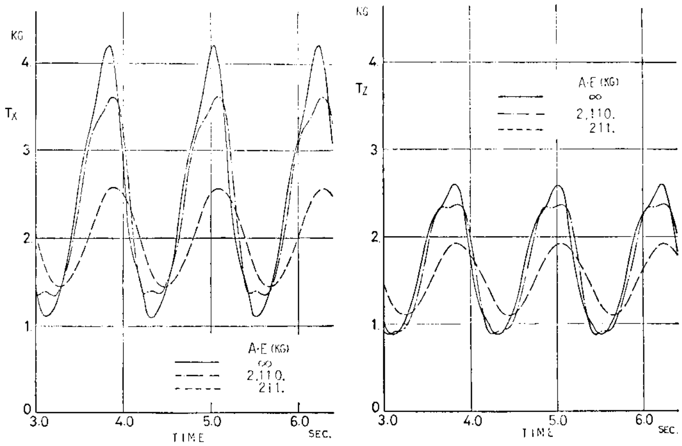


Fig. 6 Dynamic tensions with elastic deformation (Method II) (Amplitude of motion is 5cm in x-direc., period of motion is 1.2 sec.)

ここで，$\tilde{E}_j^{n+1}$ および $\tilde{G}_j^{n+1}$ は，(27)式と同様（ただし，$P_j^n \to \tilde{P}_j^{n+1}$, $Q_j^n \to \tilde{Q}_j^{n+1}$, $R_j^n \to \tilde{R}_j^{n+1}$, $S_j^n \to \tilde{S}_j^{n+1}$, $O_j^n \to \tilde{O}_j^{n+1}$, $H_j^n \to \tilde{H}_j^{n+1}$）であるが，$\tilde{F}_j^{n+1}$ は次のようになる。

$$\begin{aligned}\tilde{F}_j^{n+1} = -\frac{\partial \tilde{\Psi}_j^{n+1}}{\partial \tilde{T}_{j-1}^{n+1}} &= (\tilde{P}_j^{n+1}+\tilde{R}_{j-1}^{n+1})(\tilde{x}_j^{n+1}-\tilde{x}_{j-1}^{n+1}) \\ &+(\tilde{H}_j^{n+1}+\tilde{O}_{j-1}^{n+1})(\tilde{y}_j^{n+1}-\tilde{y}_{j-1}^{n+1}) \\ &+(\tilde{Q}_j^{n+1}+\tilde{S}_{j-1}^{n+1})(\tilde{z}_j^{n+1}-\tilde{z}_{j-1}^{n+1}) \\ &+2\bar{l}^2(1+\tilde{T}_{j-1}^{n+1}/E\cdot A)/E\cdot A] \end{aligned} \qquad (31)$$

また，$\tilde{\Psi}_j^{n+1}$ は，(29) 式中の $x_j^{n+1}, y_j^{n+1}, z_j^{n+1}$ および T_j^{n+1} の上端に～を付けた式，一方 $\tilde{x}_j^{n+1}, \tilde{y}_j^{n+1}, \tilde{z}_j^{n+1}$ は，(28) 式中の T_j^{n+1} の上に～を付けた式となる。

計算の手順は，(23)式又は(30)式を用いて，各時間毎に補正量 ΔT_j^n 又は ΔT_j^{n+1} を計算し，張力 T_j^n 又は T_j^{n+1} を繰返し演算で求めてゆけばよい。詳細については，文献 9) および 11) を参照されたい。

Table 2 Principal particulars of chain (Example 2)

WEIGHT PER LENGTH		
(IN WATER)	W_W	0.234 KG/M
(IN AIR)	W_A	0.271 KG/M
EQUIV. DIAMETER	D_C	6.9 MM
TOTAL LENGTH	L	10.0 M
PRE-TENSIONS AT UPPER END		
(X-DIREC.)	T_{XO}	1.792 KG
(Y-DIREC.)	T_{YO}	1.792 KG
(Z-DIREC.)	T_{ZO}	1.823 KG
PRE-TENSION AT ANKER	T_A	2.53 KG
POSITIONS OF UPPER END		
(X-DIREC.)	X_P	6.677 M
(Y-DIREC.)	Y_P	6.677 M
(Z-DIREC.)	Z_P	2.50 M

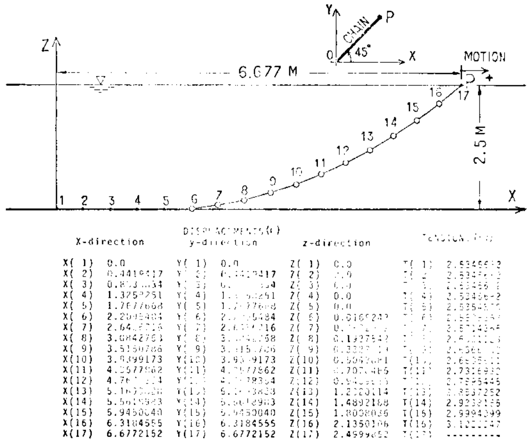


Fig. 7 Static configuration of mooring chain (Example 2)

Photo. 1 Load cell for measuring tensions at the upper end of the line

5　係留ラインの動的解析および実験結果との比較

質点系モデルによる３次元係留ラインの静的および動的解析法を述べたが，次にいくつかの解析結果および実験結果との比較を行う。係留ラインの２次元解析法と実験値との比較については，既に文献11）等で紹介しているように良好に一致するが，ここでは，係留ラインを３次元的に取り扱った場合についても解析を行い，同様な実験値との比較を行ったので紹介する。

5.1　解析例（その１）

まず，係留ラインが Taut な状態の鉄製チェーンを Fig. 3 で示すように x 方向に振幅5cmで正弦運動させる。チェーンの主要目は Table 1のとおりである。実験は，東京大学船舶工学科動揺水槽にて行った。

Fig. 4 に，運動周期 1.2 秒と 2.5 秒の時の係留ライン上端Pにおける変動張力の実験記録を示す。次に，同じ状態の係留ラインについて，本法で計算して求められた張力の波形が Fig. 5 である。計算では，係留ラインのモデルとして，Fig. 3 に示すように９分割モデルとし，計算時間の刻み幅 Δt は，周期 1.2 秒，2.5 秒をそれぞれ 0.02 秒，0.04 秒とした。Fig. 5 において，実線で示されている波形が解法Ⅰによるもの，白抜きのものが解法Ⅱ（ただし，係留ラインの伸びは考慮していない）そして黒丸あるいは三角印が実験結果であるが，それぞれ良好な一致を示していることが分かる。図中，T_x, T_z

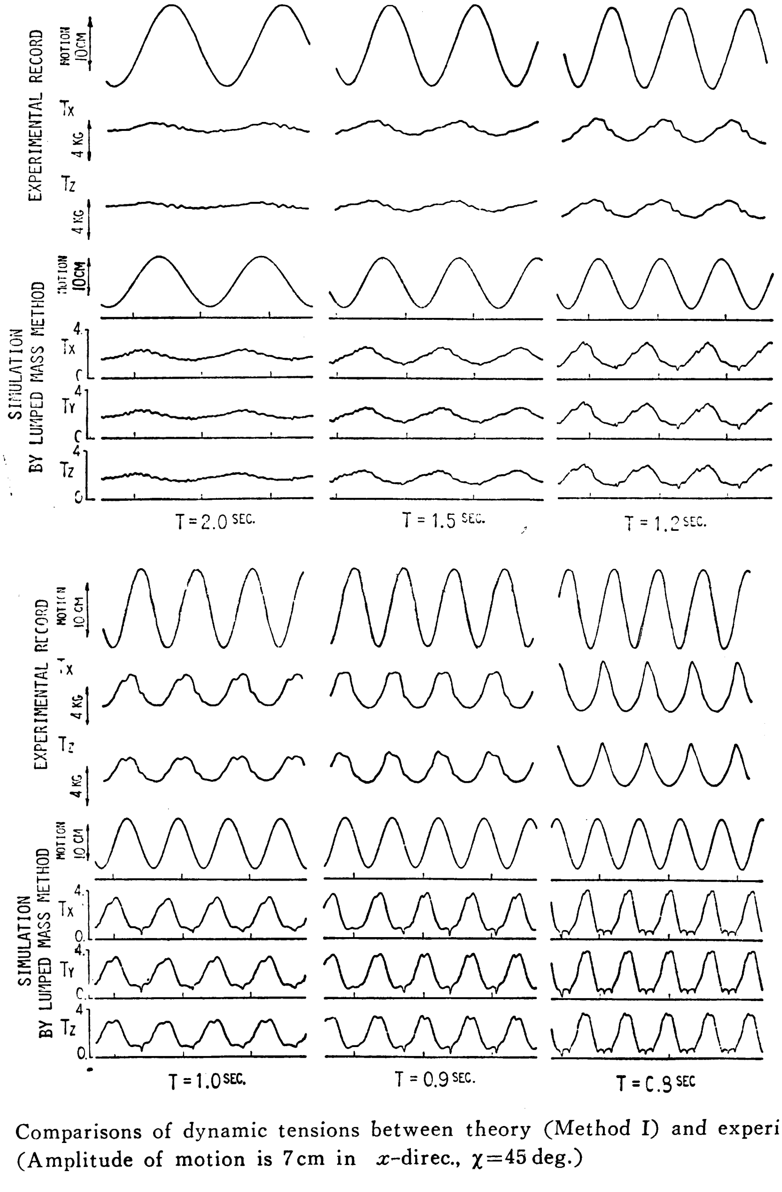


Fig. 8　Comparisons of dynamic tensions between theory (Method I) and experiment (Amplitude of motion is 7cm in x-direc., χ=45 deg.)

はチェーンの上端の点Pにおけるx方向およびz方向張力，T_A はアンカー点における張力である。Fig. 5 に示した解法IIの計算では，係留ラインの伸びを考慮していないが，仮に伸びがあるとした場合の変動張力の波形を伸びのない場合の波形と比較したものが Fig. 6 である。同図は，解法IIによるものであるが，伸び率が高くなるに従って，変動張力の振幅が少なくなり，また波形が単純化していることが分かる。

5.2　解析例（その2）

次に，Fig. 7 に示すように，同様なチェーンを x-y 平面に平行に回転移動させた場合の問題を考える（回転移動角 $\chi=45°$）。同実験は，住友重機械工業（株）平塚研究所試験水槽にて行われた。実験に使用されたチェーンは，全長 10 m の市販されている鉄製のもので，その主要目を Table 2 に示す。今度は，Fig. 7 に示すように，Slack 状態の実験を試みた。張力の計測は，Photo. 1 に示すような防水型2分力計を用い，チェーンの上端部P（水面上）におけるx方向およびz方向の張力を記録した。チェーンの上端部Pをx方向に，振幅 7 cm で強制運動させた時の変動張力の波形を Fig. 8 に示す。同図では，実験結果と本法（解法I）による結果との比較を行っているが，すべての運動周期にわたって良く一致していることが分かる。特に運動周期が長いところでは，波形の乱れる傾向が実験記録に現われているが，本法による計算の張力波形もこの傾向を示している。この変動張力の乱れは，水底近くのチェーンが水底に着いたり離れたりすることによるものと考えられる。Fig. 9 は点Pのx方向およびz方向における変動張力の両振幅の値を，それぞれの初期張力の2倍の張力で無次元化したもので，黒丸が実験値，実線が計算値である。同図では，運動周期の短いところでは，計算値はやや高い傾向を示しているが，おおむね実験値と良く一致している。Fig. 10 は，運動周期 2.0 秒および 0.9 秒の2ケースについて，チェーンの x, y, z 方向の運動を計算したものである。同図より，変動張力の大きくなる運動周期の短いところでは，xおよびy方向のチェーンの運動が小さくなる傾向のあることが分かる。また，同図で $j=5$ の質点は，水底に着いたり離れたりしている訳であるが，xおよびy方向の運動を見ると，この質点が水底に着いている時でも運動していることが分かる。この問題に関しては，水底の摩擦が大いに関係し，張力の増減に影響を与えることが考えられる点で興味が持たれる。なお，

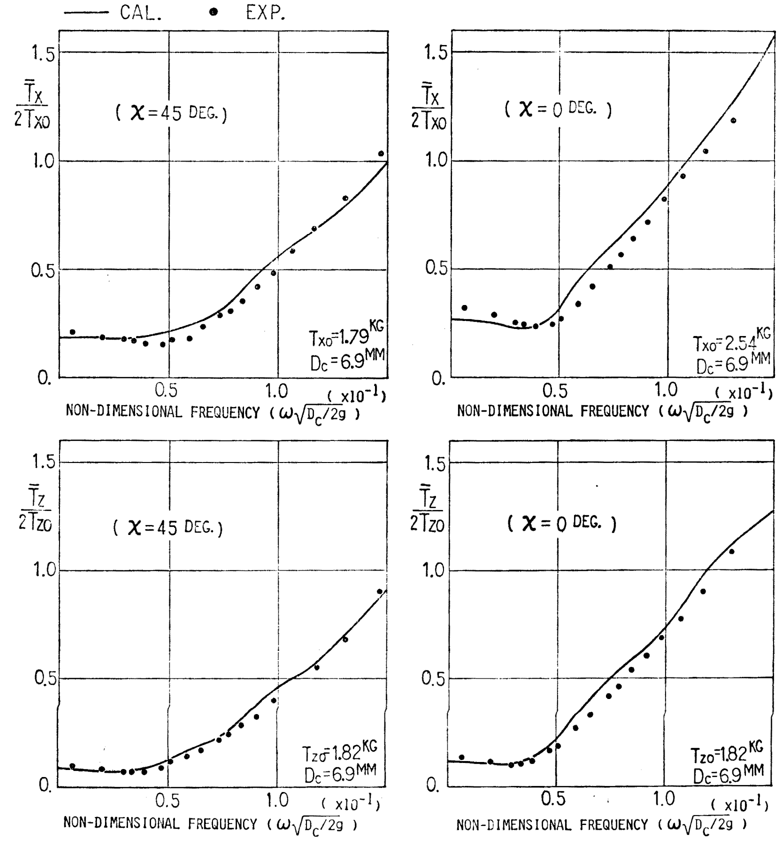


Fig. 9　Non-dimensional amplitudes of dynamic tensions at the upper end of the line

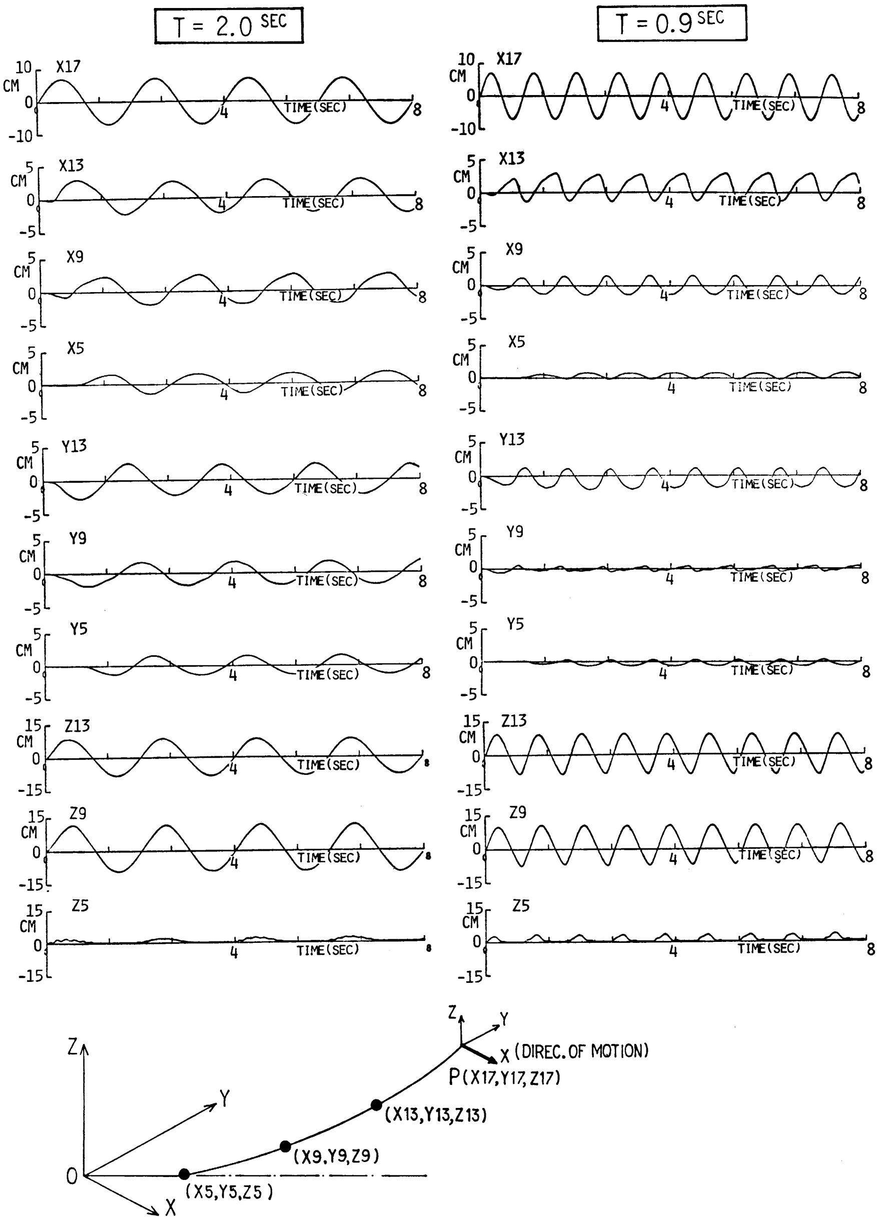


Fig. 10 Motions of chain obtained by time-domain simulation

本計算では，摩擦の影響は考慮していない。

本計算では，ラインの分割数を 16 とし，計算時間の刻み Δt は 0.02 秒とした。また，計算に要した時間は，8 ケースの運動周期(1 ケース当り 150 回の時間ステップ）の計算で約 99 秒（CPU）であった（IBM 3081)。

6 結　　言

本論文では，質点系モデルによる新しい 3 次元静的および動的解析法を示した。本法の特徴は，特殊係留ラインを含む複雑な係留ラインであっても簡便に解析できること，係留ラインの伸びを考慮した解析も可能なこと，ならびに演算時間が比較的短いこと等があげられる。さらに，ここではいくつかの実験との比較を行ったが，その結果，本法は実験結果を良く説明しており，特に変動張力の波形をも良く表現できることが分かった。一方，今後の問題として残されたことの一つとしては，係留ラインが水底を這う場合に引き起こされる張力の変化等，水底の摩擦を考えた動的解析があげられる。

謝　　辞

最後に本研究に対し，貴重な御助言，御協力を頂きま

した住友重機械工業（株）平塚研究所所長　宝田直之助氏，同研究所室長　永松秀一氏ならびに海洋科学技術センターの堀田平氏に感謝致します。また，実験に関しましては，東京大学船舶工学科助手の伊田力氏，石井裕司技官，住友重機械工業（株）平塚研究所試験水槽の方々から多大な御協力を頂きました。多くの方々の御厚誼に対し深く感謝致します。

参　考　文　献

1) Walton, J. S. and Polachek, H.: Calculation of Transient Motions of Submerged Cables, Mathematics of Computation, Vol. xiv (1960).

2) Thresher, R. W. and Nath, J. H.: Anchor-Last Simulation by Lumped Masses, Journal of the Waterways, Harbor and Coastal Engineering Division, ASCE, Vol. 101, No. WW 4 (1975).

3) 小寺山　亘，長浜智基，石井秀夫：海洋計測用ブイシステムの運動の数値計算法について，九州大学応用力学研究所所報，第 53 号 (1980).

4) 小田一紀，富岡健一：係留鎖の動的張力に関する基礎的研究，第 27 回海岸工学講演会論文集，土木学会 (1980).

5) 中嶋俊夫，元良誠三，藤野正隆：特殊係留ラインの動的特性について，第 5 回海洋工学シンポジウム，日本造船学会 (1981).

6) 中嶋俊夫，元良誠三，藤野正隆：係留浮体の運動を考慮した係留ラインの動的挙動について，日本造船学会論文集，第 150 号 (1981).

7) 安藤定雄：索・鎖の流体力について（その 1 部模型），西部造船会会報，第 50 号 (1975).

8) 安藤定雄，加藤俊司：鎖係留ラインの静的・動的特性について，船舶技術研究所研究発表会講演集，第 38 回 (1981).

9) 中嶋俊夫：ランプドマス法による係留ラインの静的及び動的解析法，住友重機械技報，第 31 巻，93 号 (1983).

10) 栖原寿郎，小寺山　亘，田才福造，肥山　央，渡辺邦夫：振動する繋留鎖の挙動と張力，日本造船学会論文集，第 148 号 (1980).

11) Nakajima, T., Motora, S. and Fujino, M.: On the Dynamic Analysis of Multi-Component Mooring Lines, O. T. C. Paper 4309 (1982).

12) 日本造船研究協会：第 179 研究部会・箱型海洋構造物の運動特性及び係留システムに関する研究報告書 (1982).

付　録　A

Fig. 11 において，係留ライン要素 j に働く x 方向加速度 $\ddot{x}_j$ により，法線方向付加慣性力 F_{nxj} が働くとし，その x, y, z 方向成分をそれぞれ $\bar{X}_{xj}, \bar{Y}_{xj}, \bar{Z}_{xj}$ とする。今，F_{nxj} の先端より x 軸に平行に直線 AB を引き，この直線と要素 j が交わる点 A′ より直線 FD に平行に引いた線と要素のなす角を $\bar{\alpha}_j$，また直線 FH に平行に引いた線と要素 j のなす角を $\bar{\beta}_j$，要素 j と水平面のなす角を γ_j とする。平行四辺形 A′BCD′ を考えると，F_{nxj} と直線 A′B のなす角が $\bar{\alpha}_j$ であることから，また一方 $\bar{Y}_{xj}$ は平面 A′H′C 上にあること等から次の関係が導ける。

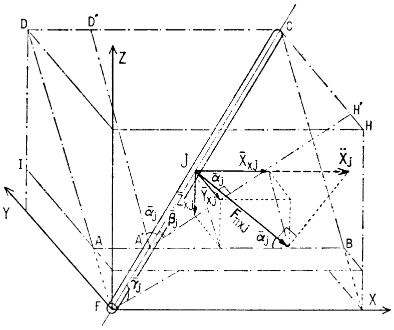


Fig. 11　Coordinate system of line segment j (I)

$$\left.\begin{aligned}\bar{X}_{xj}&=F_{nxj}\cos\bar{\alpha}_j\\ \bar{Y}_{xj}&=-F_{xnj}\sin\bar{\beta}_j\tan\bar{\alpha}_j\\ \bar{Z}_{xj}&=-F_{nxj}\sin\gamma_j\tan\bar{\alpha}_j\end{aligned}\right\}\tag{32}$$

ここで，　$F_{nxj}=-\rho\dfrac{D_C^2\pi}{4}\bar{l}C_{hn}\cdot\ddot{x}_j\cdot\cos\bar{\alpha}_j$

C_{hn}：法線方向付加質量係数

D_c：等価円断面の直径

ρ　：液体密度

y 方向加速度 $\ddot{y}_j$ により，係留ライン要素 j に働く付加慣性力の x, y, z 方向成分 $\bar{X}_{yj}, \bar{Y}_{yj}, \bar{Z}_{yj}$ は (32) 式において，x, y, z をそれぞれ y, z, x に，さらに $\bar{\alpha}_j, \bar{\beta}_j, \gamma_j$ をそれぞれ $\bar{\beta}_j, \gamma_j, \bar{\alpha}_j$ に置き換えることにより与えられる。また，z 方向加速度 $\ddot{z}_j$ による付加慣性力も同様に求められる。これらを整理して次式を得る。

$$\begin{bmatrix}\bar{X}_{xj}&\bar{X}_{yj}&\bar{X}_{zj}\\ \bar{Y}_{xj}&\bar{Y}_{yj}&\bar{Y}_{zj}\\ \bar{Z}_{xj}&\bar{Z}_{yj}&\bar{Z}_{zj}\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}\bar{a}_{xxj}\ddot{x}_j&\bar{a}_{xyj}\ddot{y}_j&\bar{a}_{xzj}\ddot{z}_j\\ \bar{a}_{yxj}\ddot{x}_j&\bar{a}_{yyj}\ddot{y}_j&\bar{a}_{yzj}\ddot{z}_j\\ \bar{a}_{zxj}\ddot{x}_j&\bar{a}_{zyj}\ddot{y}_j&\bar{a}_{zzj}\ddot{z}_j\end{bmatrix}\tag{33}$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned}\bar{a}_{xxj}&=-A_{nj}\cos^2\bar{\alpha}_j\left(A_{nj}=\rho\frac{D_C^2\pi}{4}\bar{l}C_{hn}\right)\\ \bar{a}_{xyj}&=\bar{a}_{yxj}=A_{nj}\sin\bar{\beta}_j\sin\bar{\alpha}_j\\ \bar{a}_{xzj}&=\bar{a}_{zxj}=A_{nj}\sin\gamma_j\sin\bar{\alpha}_j\\ \bar{a}_{yyj}&=-A_{nj}\cos^2\bar{\beta}_j\\ \bar{a}_{zzj}&=-A_{nj}\cos^2\gamma_j\\ \bar{a}_{zyj}&=\bar{a}_{yzj}=A_{nj}\sin\gamma_j\sin\bar{\beta}_j\end{aligned}\right\}\tag{34}$$

接線方向付加慣性力についても，法線方向と同様に求

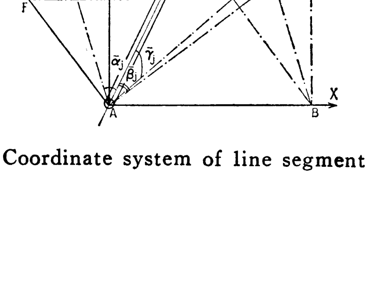


Fig. 12　Coordinate system of line segment j (II)

めることができる。Fig. 12 において要素 j に働く x 方向加速度 $\ddot{x}_j$ により，接線方向付加慣性力 F_{txj} が働くとし，その x, y, z 方向成分を，それぞれ $\bar{\bar{X}}_{xj}, \bar{\bar{Y}}_{xj}, \bar{\bar{Z}}_{xj}$ とすると，これらは次式で表わせる。

$$\left.\begin{aligned}\bar{\bar{X}}_{xj}&=F_{tx}\sin\bar{\alpha}_j\\ \bar{\bar{Y}}_{xj}&=F_{tx}\sin\bar{\beta}_j\\ \bar{\bar{Z}}_{xj}&=F_{tx}\sin\bar{\gamma}_j\end{aligned}\right\}\tag{35}$$

ここで，

$$F_{tx}=-\rho\frac{D_C^2\pi}{4}\bar{l}C_{ht}\ddot{x}_j\sin\bar{\alpha}_j$$

C_{ht}：接線方向付加質量係数

全く同様に，y 方向および z 方向加速度 $\ddot{y}_j, \ddot{z}_j$ による接線方向付加慣性力の x, y, z 方向成分 $\bar{\bar{X}}_{yj}, \bar{\bar{Y}}_{yj}, \bar{\bar{Z}}_{yj}$ および $\bar{\bar{X}}_{zj}, \bar{\bar{Y}}_{zj}, \bar{\bar{Z}}_{zj}$ も求められる。これらを次のように，

$$\begin{bmatrix}\bar{\bar{X}}_{xj} & \bar{\bar{X}}_{yj} & \bar{\bar{X}}_{zj}\\ \bar{\bar{Y}}_{xj} & \bar{\bar{Y}}_{yj} & \bar{\bar{Y}}_{zj}\\ \bar{\bar{Z}}_{xj} & \bar{\bar{Z}}_{yj} & \bar{\bar{Z}}_{zj}\end{bmatrix}\equiv\begin{bmatrix}\bar{\bar{a}}_{xxj}\ddot{x}_j & \bar{\bar{a}}_{xyj}\ddot{y}_j & \bar{\bar{a}}_{xzj}\ddot{z}_j\\ \bar{\bar{a}}_{yxj}\ddot{x}_j & \bar{\bar{a}}_{yyj}\ddot{y}_j & \bar{\bar{a}}_{yzj}\ddot{z}_j\\ \bar{\bar{a}}_{zxj}\ddot{x}_j & \bar{\bar{a}}_{zyj}\ddot{y}_j & \bar{\bar{a}}_{zzj}\ddot{z}_j\end{bmatrix}\tag{36}$$

と書く時，$\bar{\bar{a}}_{xxj}$ 等は次式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned}&\bar{\bar{a}}_{xxj}=-A_{tj}\sin^2\bar{\alpha}_j\left(A_{tj}=\rho\frac{D_C^2\pi}{4}\bar{l}C_{ht}\right)\\ &\bar{\bar{a}}_{xyj}=\bar{\bar{a}}_{yxj}=-A_{tj}\sin\bar{\beta}_j\sin\bar{\alpha}_j\\ &\bar{\bar{a}}_{xzj}=\bar{\bar{a}}_{zxj}=-A_{tj}\sin\bar{\gamma}_j\sin\bar{\alpha}_j\\ &\bar{\bar{a}}_{yyj}=-A_{tj}\sin^2\bar{\beta}_j\\ &\bar{\bar{a}}_{zzj}=-A_{tj}\sin^2\bar{\gamma}_j\\ &\bar{\bar{a}}_{zyj}=\bar{\bar{a}}_{yzj}=-A_{tj}\sin\bar{\gamma}_j\sin\bar{\beta}_j\end{aligned}\right\}\tag{37}$$

(33) 式および (36) 式をもとにして，係留ライン要素 j の３次元運動方程式を表わすと，(8)式のようになる。

次に，係留ライン要素 j に掛かる抗力の３次元表示について定式化してゆく。Fig. 13 において，１本の軸が要素 j と重なる座標系 (ξ, ν, η) を考える時，この座標系と座標系 (x, y, z) との関係は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix}\xi\\ \nu\\ \eta\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Omega\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}x\\ y\\ z\end{bmatrix}\tag{38}$$

ここで，

$$\begin{bmatrix}\Omega\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\cos\bar{\beta}_j\cos\bar{\theta}_j & \sin\bar{\beta}_j & \sin\bar{\theta}_j\cos\bar{\beta}_j\\ -\sin\bar{\beta}_j\cos\bar{\theta}_j & \cos\bar{\beta}_j & -\sin\bar{\beta}_j\sin\bar{\theta}_j\\ -\sin\bar{\theta}_j & 0 & \cos\bar{\theta}_j\end{bmatrix}\tag{39}$$

今，要素 j の x, y, z 方向速度が，$(\dot{x}_j, \dot{y}_j, \dot{z}_j)$ である時，要素 j の流体との相対速度の ξ, ν, η 方向成分は次式で表わせる。

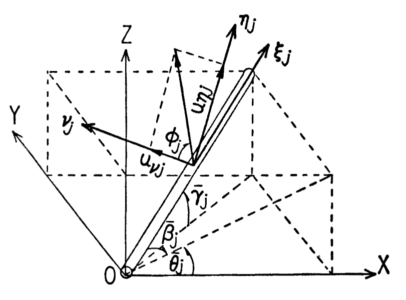


Fig. 13　Coordinate system of line segment j (III)

$$\begin{bmatrix}u_{\xi j}\\ u_{\nu j}\\ u_{\eta j}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Omega\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}\dot{x}_j-v_{xj}\\ \dot{y}_j-v_{yj}\\ \dot{z}_j-v_{zj}\end{bmatrix}\tag{40}$$

ここで，v_{xj}, v_{yj}, v_{zj} はそれぞれ，要素 j の周りの潮流速度の x, y, z 方向成分である。要素 j の接線方向速度 u_{tj} 法線方向速度 u_{nj} は次のとおりである。

$$\left.\begin{aligned}u_{tj}&=u_{\xi j}\\ u_{nj}&=\sqrt{u^2_{\nu j}+u^2_{\eta j}}\\ \phi_j&=\tan^{-1}(u_{\eta j}/u_{\nu j})\end{aligned}\right\}\tag{41}$$

接線方向速度 u_{tj} および法線方向速度 u_{nj} によって働くそれぞれの方向の抗力 f_{dtj} および f_{dnj} は，抗力係数を c_{dt}．c_{dn} として，次式で表わす。

$$\left.\begin{aligned}f_{dnj}&=-\frac{1}{2}\rho C_{dn}D_C\bar{l}|u_{nj}|u_{nj}\\ f_{dtj}&=-\frac{1}{2}\rho C_{dt}D_C\bar{l}|u_{tj}|u_{tj}\end{aligned}\right\}\tag{42}$$

法線方向抗力 f_{dnj} の ν 成分および η 成分は，次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}f_{d\nu j}&=\cos\phi_j\cdot f_{dnj}\\ f_{d\eta j}&=\sin\phi_j\cdot f_{dnj}\end{aligned}\right\}\tag{43}$$

さて，係留ライン要素 j に加わる抗力の x, y, z 方向成分は，次式で求めることができる。

$$\begin{bmatrix}f_{dxj}\\ f_{dyj}\\ f_{dzj}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\Omega\end{bmatrix}^{-1}\times\begin{bmatrix}f_{d\xi j}\\ f_{d\nu j}\\ f_{d\eta j}\end{bmatrix}\tag{44}$$

これが (11) 式に他ならない（ここで，$f_{d\xi j}\equiv f_{dtj}$)。

最後に，係留ライン要素 j の３次元運動方程式（8）式を，加速度 $\ddot{x}_j, \ddot{y}_j, \ddot{z}_j$ について書き直すと次のようになる。

$$\left.\begin{aligned}\ddot{x}_j&=M_{1j}F_{xj}+M_{2j}F_{yj}+M_{3j}F_{zj}\\ \ddot{y}_j&=N_{1j}F_{xj}+N_{2j}F_{yj}+N_{3j}F_{zj}\\ \ddot{z}_j&=L_{1j}F_{xj}+L_{2j}F_{yj}+L_{3j}F_{zj}\end{aligned}\right\}\tag{45}$$

ここで，

$$\left.\begin{aligned}M_{1j}&=\frac{1}{\lambda}(J_{2j}K_{3j}-K_{2j}J_{3j}),\\ M_{2j}&=\frac{1}{\lambda}(K_{2j}I_{3j}-I_{2j}K_{3j}),\\ M_{3j}&=\frac{1}{\lambda}(I_{2j}J_{3j}-J_{2j}I_{3j}),\\ N_{1j}&=\frac{1}{\lambda}(K_{1j}J_{3j}-J_{1j}K_{3j}),\\ N_{2j}&=\frac{1}{\lambda}(I_{1j}K_{3j}-K_{1j}I_{3j}),\\ N_{3j}&=\frac{1}{\lambda}(J_{1j}I_{3j}-I_{1j}J_{3j}),\\ L_{1j}&=\frac{1}{\lambda}(J_{1j}K_{2j}-K_{1j}J_{2j}),\\ L_{2j}&=\frac{1}{\lambda}(K_{1j}I_{2j}-I_{1j}K_{2j}),\\ L_{3j}&=\frac{1}{\lambda}(I_{1j}J_{2j}-J_{1j}I_{2j})\\ \lambda&=I_{1j}(J_{2j}K_{3j}-K_{2j}J_{3j})\\ &\quad-J_{1j}(I_{2j}K_{3j}-K_{2j}I_{3j})\\ &\quad+K_{1j}(I_{2j}J_{3j}-J_{2j}I_{3j})\end{aligned}\right\}\tag{46}$$

(45) 式は，張力の関数で次式のように表現することができる。

$$\left.\begin{aligned}\ddot{x}_j&=[R_j\cdot T_j-P_j\cdot T_{j-1}+U_j]/\Delta t^2\\ \ddot{y}_j&=[O_j\cdot T_j-H_j\cdot T_{j-1}+V_j]/\Delta t^2\\ \ddot{z}_j&=[S_j\cdot T_j-Q_j\cdot T_{j-1}+W_j]/\Delta t^2\end{aligned}\right\}\tag{47}$$

ここで，

$$\left.\begin{array}{l}R_j=[M_{1j}\sin\alpha_j+M_{2j}\sin\beta_j+M_{3j}\sin\gamma_j]\cdot\Delta t^2\\P_j=[M_{1j}\sin\alpha_{j-1}+M_{2j}\sin\beta_{j-1}+M_{3j}\sin\gamma_{j-1}]\cdot\Delta t^2\\O_j=[N_{1j}\sin\alpha_j+N_{2j}\sin\beta_j+N_{3j}\sin\gamma_j]\cdot\Delta t^2\\H_j=[N_{1j}\sin\alpha_{j-1}+N_{2j}\sin\beta_{j-1}+N_{3j}\sin\gamma_{j-1}]\cdot\Delta t^2\\S_j=[L_{1j}\sin\alpha_j+L_{2j}\sin\beta_j+L_{3j}\sin\gamma_j]\cdot\Delta t^2\\Q_j=[L_{1j}\sin\alpha_{j-1}+L_{2j}\sin\beta_{j-1}+L_{3j}\sin\gamma_{j-1}]\cdot\Delta t^2\\U_j=[M_{1j}f_{dxj}+M_{2j}f_{dyj}+M_{3j}(f_{dzj}-\delta_j)]\cdot\Delta t^2\\V_j=[N_{1j}f_{dxj}+N_{2j}f_{dyj}+N_{3j}(f_{dzj}-\delta_j)]\cdot\Delta t^2\\W_j=[L_{1j}f_{dxj}+L_{2j}f_{dyj}+L_{3j}(f_{dzj}-\delta_j)]\cdot\Delta t^2\end{array}\right\}\quad(48)$$

付録 B

質点系モデルによる係留ラインの計算においては，集中化した質点が底に接することによって，ちょうどシンカーが底にあたる時に生ずるようなショックロード（文献[5)11)]参照）が発生する。このような計算上の不都合を消すために，質点が底に近づく際に，質点の重量を減らしてゆくような修正を行う。問題を簡単化するために，係留ラインが立ち上っている付近の係留ラインの曲線を2次曲線で近似する。

$$Z=(aX+b)X \quad (49)$$

ただし，a および b は任意の定数，X および Z は変数とする。

Fig. 14 において，Δl_{I-1} を係留ラインが底を這っている長さと考えると Δl_{I-1} は次式で表わせる。ここで Δl_{I-1} が正の時は slack 状態，負または0の時は taut 状態を表わす。

$$\Delta l_{I-1}=-b/a \quad (50)$$

一方，2次曲線 Z が3つの質点（$j=I-1$, I および $I+1$）を通る関数と定義すると，a および b は次式で表わせる。

$$\left.\begin{array}{l}a=(X_{I+1}\cdot z_I-X_I\cdot z_{I+1})/\{X_I\cdot X_{I+1}(X_I-X_{I+1})\}\\b=(X_I^2\cdot z_{I+1}-X_{I+1}^2\cdot z_I)/\{X_I\cdot X_{I+1}(X_I-X_{I+1})\}\\\text{ここで,}\\X_I=\sqrt{(x_I-x_{I-1})^2+(y_I-y_{I-1})^2}\\X_{I+1}=\sqrt{(x_{I+1}-x_{I-1})^2+(y_{I+1}-y_{I-1})^2}\end{array}\right\}\quad(51)$$

また，質点（I）および（$I+1$）の水中重量 δ_I および δ_{I+1} は，次式で計算する。

（1） $0\leqq\Delta l_{I-1}<l_{I-1}$

$$\left.\begin{array}{l}\delta_I=1.5\,W_c(1.-\Delta l_{I-1}/l_{I-1})\\\delta_{I+1}=W_c(1.+0.5\,\Delta l_{I-1}/l_{I-1})\end{array}\right\}\quad(52)$$

（2） $\Delta l_{I-1}<0$

$$\left.\begin{array}{l}\delta_I=1.5\,W_c\\\delta_{I+1}=W_c\end{array}\right\}\quad(53)$$

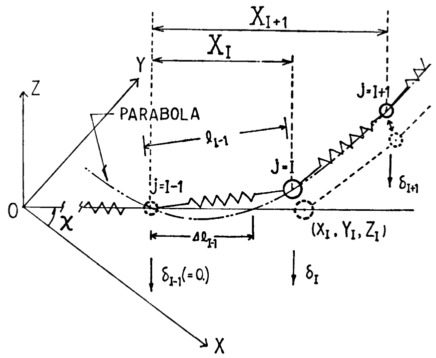


Fig. 14 Correction of weight for the lumped mass close to the bottom

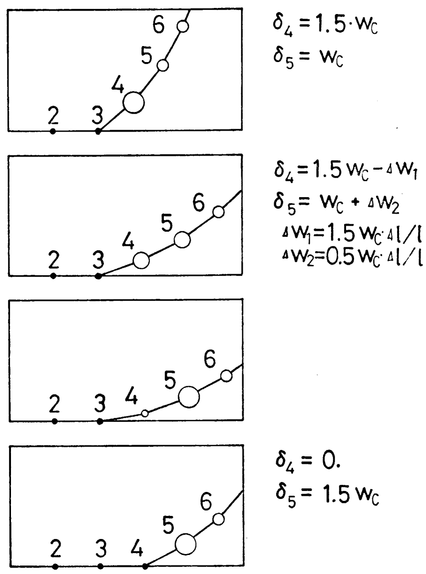


Fig. 15 Illustration of the lumped mass close to the bottom

ここで，W_c は係留ライン重量を分割数 N で割った値である。

Fig. 15 は，本法による各質点の重量の変化を図式化したものである。