

没水圓壩の非定常運動<sup>1)</sup>

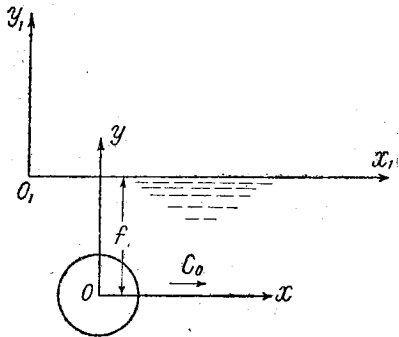
元良誠 三<sup>2)</sup>

Unsteady Motion of a Submerged Cylinder

by Seizo Motora

物體が自由表面を有しない理想流體中で運動する場合には、非定常運動に基く見掛質量は速度に無關係に一定値を採る。自由表面の造波を伴う場合には、見掛質量も速度(速長比)の函數となることが豫想されるので、一番簡単な全没圓壩の場合につき計算を行つて見た。

第1圖の如く靜止水面上に進行方向に  $x_1$  軸、垂直上方に  $y_1$  軸を採る。 $x_1$  の  $y_1$  は空間に固定せる座標である或瞬間に於ける圓壩の中心を  $(x_0, y_0)$  とする。 $y_0$  は  $-f$  である。物體の  $x$  方向の速度を  $c$  とする。 $c$  は時間と共に變るものである。



第1圖

今圓壩の中心を原點とする動座標  $(x, y)$  を採れば

$$\begin{cases} x = x_1 - x_0 \\ y = y_1 + f \end{cases}$$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dx_0}{dt} = -c$$

圓壩の周りの流れの velocity potential を自由表面の無い時の流れのものと、自由表面のある爲の部分的擾亂の項に分ける。

$$\phi = D + X_1 \dots\dots\dots (1)$$

$D$  は doublet で

$$D = ca \frac{x}{r^2} = ca^2 \int_0^\infty e^{-k(y_1+f)} \sin kx dk \dots\dots\dots (2)$$

$$X_1 = \int_0^\infty \{ \alpha_1(k, t) \cos kx + \alpha_2(k, t) \sin kx \} e^{kv_1} dk \dots\dots\dots (3)$$

自由表面の隆起は

$$\eta = \int_0^\infty \{ \beta_1(k, t) \cos kx + \beta_2(k, t) \sin kx \} dk \dots\dots\dots (4)$$

なる形で表わされるものと假定する。

自由表面の條件の一つは

$$\frac{p_0}{\rho} = \text{const} - g\eta - \frac{1}{2}q^2 - \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

他の項に比べて  $q^2$  を省略すると。

$$g\eta + \frac{\partial \phi}{\partial t} = \text{const}$$

(2), (3), (4) に代入すると

$\cos kx$  及  $\sin kx$  の term より  $x = -c$  を考へて

$$g\beta_1 + \alpha_1 - kc\alpha_2 - kc^2a^2e^{-kf} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$g\beta_2 + kca_1 + \alpha_2 + ca^2e^{-kf} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

第二の條件は

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{y=0} = \left( \frac{d\eta}{dt} \right)_{y=0}$$

$\cos kx, \sin kx$  の係數より

$$\alpha_1 = \frac{1}{k}\beta_1 - \beta_2c \dots\dots\dots (7)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{k}\beta_2 + \beta_1c + ca^2e^{-kf} \dots\dots\dots (8)$$

(7), (8) を微分して (5), (6) に代入すると

$$\begin{cases} \beta_1 - 2kc\beta_2 - k\beta_2c + (g - kc^2)k\beta_1 - 2kc^2a^2e^{-kf} = 0 \\ \dots\dots\dots (11) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \beta_2 + 2kc\beta_1 + k\beta_1c + (g - kc^2)k\beta_2 + 2kc^2a^2e^{-kf} = 0 \\ \dots\dots\dots (12) \end{cases}$$

(11)(12) を解けば  $\beta_1, \beta_2$  が求められるが速度  $c$  が時間の函數であるから一般に不可能である。

いま問題とするのは  $t \rightarrow 0$  附近の解であるから

Taylor 級數に展開して

$$\beta_1 = \beta_{10} + \beta_{10}t + \frac{\beta_{10}^2}{2}t^2 + \dots\dots\dots (13)$$

$$\beta_2 = \beta_{20} + \beta_{20}t + \frac{\beta_{20}^2}{2}t^2 + \dots\dots\dots (14)$$

$\beta_{10}, \beta_{20}, \dot{\beta}_{10}, \dot{\beta}_{20}$  は初期條件により定まる定數であるから、(13)(14) は常數 4 個を含む一般解である。いま速度  $c$  を

$$c = c_0 + At + \dots\dots\dots$$

の形に展開し得るものとすれば  $t=0$  に於て  $c=c_0$ ,  $\dot{c}=A$  である。これを (11)(12) 式に代入して  $t$  に無関係の項を集めると

$$\left\{ \begin{aligned} \beta_{10} - 2kc_0\beta_{20} + (g - kc_0^2)k\beta_{10} \\ - 2kc_0^2a^2e^{-kx} - kA\beta_{20} = 0 \end{aligned} \right. \dots\dots(16)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \beta_{20} + 2kc_0\beta_{10} + (g - kc_0^2)k\beta_{20} \\ - 2Aka^2e^{-kx} + kA\beta_{10} = 0 \end{aligned} \right. \dots\dots(17)$$

∴初期条件より  $\beta_{10}, \beta_{20}, \dot{\beta}_{10}, \dot{\beta}_{20}$  が求められれば (16) (17) より  $\beta_{10}, \beta_{20}$  が求められ (7)(8) 式より  $\alpha_{10}, \alpha_{20}, \dot{\alpha}_{10}, \dot{\alpha}_{20}$  が求められる。

初期条件  $t=0$  で  $c=c_0$   $\dot{c}=A$  とする。

また 水面の隆起は  $\eta_{t=0} = \eta_{c_0}$   $\dot{\eta}_{t=0} = \dot{\eta}_{c_0}$

$\eta_{c_0}, \dot{\eta}_{c_0}$  は定速  $c_0$  で充分長く走つて来た際の水面の隆起及び垂直速度である。

Lamb, Hydro dynamics § 247 の結果を用いと動座標  $(x, a, y)$  に對し

$$\eta_{c_0} = 2a^2 \int_0^\infty \frac{ke^{-kx} \cos kx}{k - \kappa_0} dk \dots\dots(26)$$

$$\kappa_0 = \frac{g}{c_0}$$

微分すると  $\dot{\eta}_{c_0} = -2a^2 \int_0^\infty \frac{k^2 e^{-kx} \sin kx}{k - \kappa_0} dk \dot{x}$

$\dot{x} = -c_0$  なることを考慮して (4) 式と對比すると  $\sin kx, \cos kx$  の係数を夫々等しいと置いて

$$\left. \begin{aligned} \beta_{10} &= \frac{2a^2 ke^{-kx}}{k - \kappa_0} \\ \beta_{20} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(27)$$

$$\dot{\beta}_{10} = \dot{\beta}_{20} = 0 \dots\dots(28)$$

(16)(17) に代入して

$$\left. \begin{aligned} \dot{\beta}_{10} &= f_1(c_0) \text{ (加速度を含まず)} \\ \dot{\beta}_{20} &= \frac{2k(2k + \kappa_0)}{k - \kappa_0} \cdot A + f_2(c_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots(30)$$

ここに  $f_1(c_0), f_2(c_0)$  は  $c_0$  の式函数で加速度を含まない。(7)(8) 及びその微分せるものより

$\alpha_{10}, \alpha_{20}, \dot{\alpha}_{10}$  は加速度を含まず

$$\dot{\alpha}_{20} = -a^2 A e^{-kx} + \frac{8a^2 ke^{-kx}}{k - K_0} A \dots\dots(31)$$

これを (3) 式に代入すれば第一近似  $X_1$  が求められる。 $X_1$  は自由表面の Condition を満足するが圓櫓の周りでは境界条件を満足しないから第二近似として  $X_2$  なる Velocity Potential を求め圓櫓の周りの Condition を満足せしめる。即ち

$$\frac{\partial(X_1 + X_2)}{\partial r} = 0 \text{ at } r = a \dots\dots(31)$$

$$\left. \begin{aligned} y_1 + f &= a \sin \theta \\ x &= a \cos \theta \end{aligned} \right\} \text{であるから}$$

$X_1$  の内の  $e^{ky} \left( \frac{\cos}{\sin} \right) kx$  の項を

$$e^{-kx} e^{ky} \sin \theta / r \left( \frac{\cos}{\sin} \right) (ka^2 \cos \theta / r)$$

で置換えれば

$$\begin{aligned} X_2 &= \int_0^\infty \left\{ a_1 \cos k \left( \frac{a^2 x}{r^2} \right) + a_2 \sin k \left( \frac{a^2 x}{r^2} \right) \right\} e^{-kx + ka^2 \frac{y_1 + f}{r^2}} dk \\ &\equiv \int_0^\infty \left\{ a_1 \cos kX + a_2 \sin kX \right\} e^{-kx + kr} dk \dots\dots(32) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{圓櫓の周りの壓力は } p &= c - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} &= \frac{\partial D}{\partial t} + \frac{\partial X_1}{\partial t} + \frac{\partial X_2}{\partial t} \end{aligned} \right\} \dots\dots(33)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_1}{\partial t} &= \int_0^\infty \left\{ \dot{\alpha}_1 \cos kx + \dot{\alpha}_2 \sin kx \right\} e^{ky} dk + \frac{\partial X_1}{\partial x} \dot{x} \dots\dots(34) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial X_2}{\partial t} &= \int_0^\infty \left\{ \dot{\alpha}_1 \cos kX + \dot{\alpha}_2 \sin kX \right\} e^{-k(x-y)} dk + \frac{\partial X_2}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial y} \dot{x} + \frac{\partial X_2}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial x} \dot{x} \dots\dots(35) \end{aligned}$$

(34)(35) に (27)~(31) を代入すると

$$\left( \frac{\partial X_1}{\partial t} \right)_{t=0} = \int_0^\infty \left\{ -a^2 A e^{-k(x-y_1)} + \frac{8a^2 ke^{-k(x-y_1)}}{k - K_0} A \right\} \sin kx dk + F_1(c_0) \dots\dots(36)$$

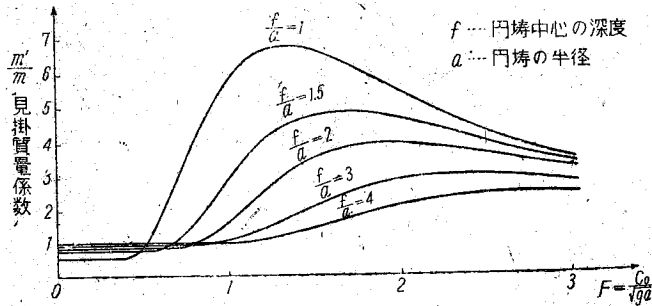
$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial X_2}{\partial t} \right)_{t=0} &= \int_0^\infty \left\{ -a^2 A e^{-k(x-y_1)} + \frac{8a^2 ke^{-k(x-y_1)}}{k - K_0} A \right\} \sin kx dk + F_2(c_0) \dots\dots(32) \end{aligned}$$

壓力積分  $-P_x = \rho \int_0^{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial t} a \cos \theta d\theta$  に代入すると

$$\begin{aligned} -P_x &= \rho \int_0^{2\pi} \frac{\partial D}{\partial t} a \cos \theta d\theta - 2\rho a \int_0^{2\pi} \cos \theta \int_0^\infty Aa^2 e^{-k(x-y_1)} \sin kx dk d\theta + 16\rho Aa^3 \\ &\quad \int_0^{2\pi} \cos \theta \int_0^\infty \frac{ke^{-k(x-y_1)}}{k - K_0} \sin kx dk d\theta \\ &\quad + \rho \int_0^{2\pi} (F_1(c_0) + F_2(c_0)) a \cos \theta d\theta \dots\dots(38) \end{aligned}$$

第一項は自由表面無き時の力で

$$\pi \rho a^2 A \dots\dots(39)$$



第 2 圖

となり。

第二項は  $c_0$  を含まず即ち  $c_0=0$  の時にも残るから静止時に於いて急に加速せる場合の自由表面の影響であつて

$$-\frac{\pi \rho a^2 \left(\frac{a}{f}\right)^2}{2} \dots \dots \dots (40)$$

即ち深き：半径の二乗に逆比例して表面の影響は無くなるわけで、またその影響は見掛上の質量を減ずる。第三項は加速度  $A$  に比例し、 $c_0$  を含む故に速度の影響であつて、

$$I = \int \frac{e^{-\xi(f-y_1)} + i \pi \xi}{\xi - K_0} d\xi$$

なる複素積分に置換して Contour integration を行うと

$$32\pi a^2 A e^{-2K_0 f} \sinh K_0 a = 32\pi a^2 e^{-2\left(\frac{f}{a}\right)\frac{ag}{c_0^2}} \sin h \frac{ag}{c_0^2} \dots \dots \dots (41)$$

Froude number  $F = \frac{c_0}{\sqrt{ag}}$  とすると (41) は

$$32\pi a^2 e^{-2\left(\frac{f}{a}\right)\frac{1}{F^2}} \sin h \left(\frac{1}{F^2}\right) \dots \dots \dots (42)$$

即ち速度の影響は Froude number の函数である。

第四項は速度のみに關する定常抵抗で Lamb. 其他により求められ

$$R(c_0) = 4\pi^2 g \rho a K_0^2 e^{-K_0 f} \dots \dots \dots (43)$$

結局

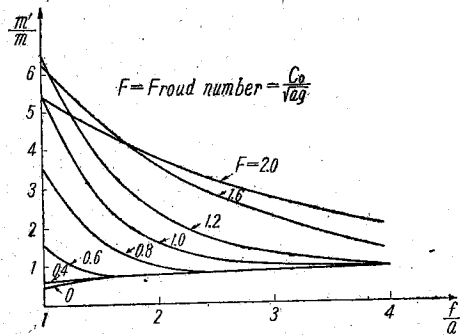
$$-P_x = \rho \pi a^3 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{f}\right)^2 + 32 e^{-\left(\frac{f}{a}\right)\frac{ag}{c_0^2}} \sin h \frac{ag}{c_0^2} \right\} A + R(c_0)$$

従つて見掛上質量が

$$m' = \rho \pi a^2 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{a}{f}\right)^2 + 32 e^{-\left(\frac{f}{a}\right)\frac{ag}{c_0^2}} \sin h \frac{ag}{c_0^2} \right\}$$

丈増加したことになる

$m'$  と  $m (= \rho \pi a^2)$  との比を Froude number を base として示すと第 2 圖の如くなり、又深度  $f/a$  を base として示すと第 3 圖の如くなる。



第 3 圖

註: 1) 昭和 23 年 12 月 18 日日本應用力學會第 9 回講演會にて講演。昭和 23 年 12 月 4 日原稿受理  
2) 正會員。東京大學第 2 工學部

<b>ABSTRACT.</b>
------------------

**A Study on the Manoeuvrability of Vessels.** by Yasuyoshi Nakajima.

The course stability or the manoeuvring ability of a vessel subjected to permanent disturbances (waves, winds, etc.) is one of the most important problems for seaman.

The author studied this subject and obtained an analytical method. He calculated the wind effect on the manoeuvrability of some train ferries as an example and shows that the results agree with actual experiences.

**Unsteady Motion of a Submerged Cylinder.** by Seizo Motora.

It has been well known that, when a solid is moving in an infinitely spread fluid, the whole effect of the fluid may be represented by an additional or virtual mass, and its magnitude does not vary with the speed of the solid.

In this paper the author calculated the effect of the free surface under an expectation that the additional mass of this case must vary with the speed or the Froude number of the solid.

**On the Yawing of the Ship among Waves.** by Seizo Motora.

The author calculated in this paper the lateral force and turning moment acting on a ship among waves, and then calculated a forced yawing of a ship among waves.

**Wave-Making Resistance for the Rolling of a Flat Plate** by Tosio Hsida.

In order to estimate the wave-making resistance for the rolling of ship, the wave-making resistance for a flat plate on the free surface of water is here calculated as a limiting case and compared with that for the vertical flat plate which has been treated by T.H. Havelock.

**On Buckling of a Composite Beam.** by Fumiki Kito

A beam composed of two plates mutually fixed at their both ends receives a transverse load, and acts as a cantilever. One of the plates being under compressive stress, the state of stable equilibrium is only possible if the load is under certain critical value. This critical value of transverse load has been obtained in a simple formula.

**On the Corrugated Adjustable**

**Washer.** by Yosio Nagamori and Katuo Yano.

A corrugated washer can be used as an adjustable washer in the free wheel of the bicycle (instead of the usual ring plates). A study is made with an application of the theory of the orthogonal aeotropic plate. From experiments the following result was obtained: the corrugated washer which has 20 waves, wave height 0.7mm and thickness 0.4mm, can adjust a 0.12 mm clearance continuously.

**On the Loss of Heat through the Flange Surface of Thermpipes.** by Shinya Takatsu

In this paper the author considered the fact that, in the case of steady flow, if the thermo-pipe is equipped with an uncovered flange, the loss of heat through the flange surface is considerable, and reached the conclusion that a rather large proportion of heat transfer is carried out through conduction.