資　　料

風波の生成と減衰及びその豫報の理論

本文は Sverdrup H. U. & Munk W. H. "Wind, Sea, and Swell, Theory of Relations for Forecasting" 〔5〕を主とし, "Techniques for Forecasting Wind Waves and Swell" 〔7〕及び Bretschneider C. L. "The Generation and Decay of Wind Waves in Deep Water" 〔9〕を参照しつつ風波及びうねりの理論に対する解説を試みたものである。

尚本文を草するに当つては海上保安庁水路部刊行の「波浪予報編」及び「風波及びうねりの予報」(水路部要報 19, 20, 21 号)を参考とした。与えられた便宜に対し茲に厚く御礼を申上げる次第である(訳者註)

§1. 緒　　論

風と波との関係は古くから幾多の人々によつて観測値を元として簡単な実験式の形で求められていたが, 波の生成に影響を及ぼすべき種々の因子を考えてない為, 当然乍ら精度はよくなかつた。

又風による波の生成に関しては, 有名な Jeffreys〔1〕の遮蔽理論があるが, 之も生ずる波の Scale を実用出来る精度で予測する迄には至らなかつた。

1942 年の秋, 北アフリカ作戦に関連して, 波の予報の必要が生じ, 米海軍水路部 (U.S. Navy, Hydrographic Office) 及び艦船部 (Bureau of Ships) が協力して風波, うねり及び磯波の研究が急速に行われ, 1943年夏になつて極めて満足すべき結果が得られた。この理論を元とした波浪の予報の精度は, 気象予報の精度以上であると云われる。

〔5〕はその理論的な根拠であり, 之迄の風波の理論に一紀元を劃すものと云えよう。〔7〕は〔5〕の結果を予報の実用に適する様, 種々の graph や nomograph 等に作つたものであり, 〔9〕は〔5〕の発表後主として California 大学で集めた data に基いて, 〔5〕の結果に多少の修正を加えたものである。

記　号　表

x……水平方向座標
z……垂直方向座標, 上向き正
t……時間
p……圧力
ρ……水の密度 ($1.025\,g/cm^3$)
ρ'……空気の密度 ($1.25\times10^{-3}\,g/cm^3$)
u……波粒子の水平速度
w……　〃　〃垂直速度
u'……実質の輸送速度
U……風速 (海面上 8m)
C……波の伝播速度
V'……群速度
V……波動によるエネルギーの移動速度
L……波長
k……$2\pi/L$
T……波週期
σ……$2\pi/T$
a……波の振巾
H……波高
h……水深
η……水面の上昇量
μ……水の粘性 (0.018 0°C にて)
τ……海面上の風の剪断力
F……吹送距離
D……減衰距離
g……重力加速度 ($980\,cm/sec^2$)
r……エネルギー分配係数 (0.580)
S……遮蔽係数 (0.013)
β……波齢 C/V
δ……峭度 H/L
E_p……単位面積当りの波の位置エネルギー
E_k……　〃　〃　運動　〃
E……　〃　〃　全エネルギー
R_N……法線圧力によつて風より波に与えられるエネルギー
R_T……切線力　〃　〃　〃
R_μ……粘性によるエネルギーの散逸
R_H……波高を変化する為費されるエネルギー
R_C……波速　〃　〃　〃
γ^2…風の抵抗係数 ($\gamma^2=2.6\times10^{-3}$ $U>5$m の範囲で)
α……$S/2\gamma^2$ (2.50)
A……$2\gamma^2\rho'/\rho$ (6.35×10^{-5})

§2. 表面波の性質

2.1 無限小波高の波

波長に較べて波高の著しく小さな波は正弦波として取扱う事が出来, その波速は

$$C^2=\frac{gL}{2\pi}\tanh\frac{2\pi}{L}\cdot h \quad\cdots\cdots(1)$$

$h>1/2L$ の時は深海波と呼び

波速は $$C^2=\frac{gL}{2\pi}\quad\cdots\cdots(2)$$

$h<1/25L$ の時は浅海波と呼び

$$C^2=gh\quad\cdots\cdots(3)$$

今茲で取扱うのは深海波であり

$$\left.\begin{aligned} C&=\frac{L}{T}=\sqrt{\frac{g}{2\pi}L}=\frac{g}{2\pi}\cdot T \\ L&=\frac{2\pi}{g}C^2=\frac{g}{2\pi}T^2 \\ T&=\sqrt{\frac{2\pi}{g}L}=\frac{2\pi}{g}\cdot C \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots\cdots (4)$$

水分子は円運動を画きその半径は　$1/2He^{2\pi z/L}$…(5)

単位面積当りのエネルギーは(Lamb. p370)〔2〕より

$$E=\frac{1}{2}\rho g a^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

このエネルギーが粘性により失われる度合は

$$R\mu=-2\mu k^3 a^2 C^2 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

で与えられる。

どの様な波でも進行方向にエネルギーの伝播が起るが深海波ではエネルギーの伝播速度を V とすると，

$$VE=\int_{\infty}^{0} pudz=\frac{1}{4}\rho g a^2 C=\frac{EC}{2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

即ち全エルギー E は波速 C の半分の速度即ち群速度で伝播すると云う事が出来る。(5.1 参照)

之に反し浅海波では全エネルギーは波の速度で伝播する。

2.2 有限波高の波

波長に較べて波高が省略出来なくなると，波形も正弦波としては解けなくなり，厳密解としては Stokes 波(Lamb. p 420) となり，又非廻転運動と云う制限を設けなければ Gerstner のトロコイド波となる。

Stokes 波は極めて Trochoid に似ているが峭度 $\delta=H/L$ が大きくなると多少形が変つて来て波頂が尖り，波底が平に広くなつて来る。

Stokes 波の最も高い (峭しい) 限度は Mitchel (Lamb. p 418) によれば 1/7 であり，観測による最も高い波は 1/8 であると云われる。

Stokes 波のもう一つの重要な性質は，実質の輸送である。即ち波の粒子は略々円軌道を画いて運動するが，その切線速度は波頂の時に大きく，波底で小さいので，一週期経つと正確には元に戻らないで，波の進行方向に幾らか進む。 (Fig.1) 今この速度を u' とすると Lamb. p 419 より

$$u'=\pi^2\delta^2 C e^{4\pi z/T} \quad \text{表面では} \quad u_0'=\pi^2\delta^2 C \quad \cdots\cdots (10)$$

この性質は観測によつても実証されるが，風から波へのエネルギーの伝達に重要な役割を果し，風より速い波の生ずる可能性のある事は，この性質を考慮する事によつて初めて説明される。

Gerstner のトロコイド波は最高の波は正確に 1/8 であり，観測と一致するけれども，実質の輸送は行われない。

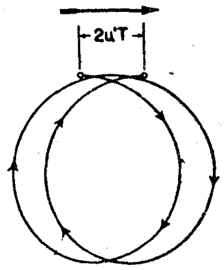


Fig. 1.

2.3 風波及びうねり

風波 (Sea) とは風の影響の下に波高を増大しつゝある波であり，うねり (Swell) とは風波が弱い風又は全く静かな海域に進行して波高を減じつつあるものを云う。風波の形成されつつある海域を発生域 (Generating area) と云い，うねりとなつて進行しつつある海域を静穏域 (Decay area) と云い，大体風速 5m/sec 以下と考える。今迄は規則的な波を考えて来たが，実際の海面はお互の波の干渉や，風速の変動等によつて極めて不規則であり特に強風が吹いている時そうである。

その中で個々の波峯を区別し，波長，波高，周期等を測るのは容易ではなく，大低の場合波長や，低い波高は小さく評価し勝ちであり，大きな波高は過大に評価し勝ちである。

波高の確実な測定は難かしく，大きな波ならば船が波の谷にある時，波頂と水平線とを見通し，その目の高さが波高となる。小さい波の場合には直接船の大きさと較べる事が出来る。船の二倍以上の波長の場合，微気圧計を用いて記録する事が出来る。

周期 T は，船からかなりの所にある明瞭な泡が続いて波頂に現われる時間々隔を記録して測定する事が出来る。波長 L は波頂間の距離と船の長さとを較べて測るが，不精確な場合が多い。

波浪の観測に関しては文献〔8〕を参照するとよい。

2.4 有義波 (Significant wave) の概念の導入

前節に述べた如く，海面状態は極めて不規則であるから或統計的な量を用いて波を記述する必要が生ずる。

海面には勿論低い波も多数存在するが，種々の見地より海面状態を代表するのは比較的高い方の波であり，又観測者も高目の波に注目し勝な事を考えれば，この量は高い波を重視するものでなくてはならない。

Sverdrup 及び Munk はこの見地より，或観測時間に出逢つた波の波高と周期を記録し，波高の高い方から全数の 1/3 迄を取つて平均し平均波高，平均周期を求めかかる波高，周期を持つ波を「有義波」 Significant wave）と称して上記の統計的な量とした。この様な量を取ると，観測の巾（時間）に殆んど無関係に一定となり（但し波高1呎以下のものは記録しない）又普通の観測者は高い方の波に注意を払う結果，算術的な平均よりも「有義波」に近いものを報告するので一層合理的である。

尚実際の記録で見ると，有義波高とその時の最大，或は算術平均の波高とは何時も大体一定の比を有する。

今之を　Table. 1 に示すと

Table. 1.

	波高の比較
有義波	1.00
算術平均	0.64
10%の高い波の平均	1.29
最も高い波	1.87

従つて有義波が求められればその時の最高，平均，高い方から 10% の平均の波高が求められるわけである。

Longuet-Higgins〔10〕等によれば，周期が近接し，位相が種々異る波が合成されると，この様な比率になると云われる。

次に物理的な意味を考えて見ると，有義波は古典的な波と異つた性質を有する。即ち古典的な一連の波ではエネルギーの出入が無く，従つて系は保存的（Conservative）である。即ち Lamb. p 381 によると

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{C}{2}\frac{\partial C}{\partial x}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

この様な波系では定常的な状態で（$\partial C/\partial t=0$ で）吹送距離と共に波速が変化すると云う事が出来ないし，又全域で波速が皆等しい儘（$\partial C/\partial x=0$）その波速が時間と共に一様に変化すると云う事も有り得ない。

所が実際有義波として観測されるものでは之と様子が異り，例えば或る有限の広さの湖に弱い風が長時間吹くと，湖の各場所では波は定常的となつて時間的には変化しないが，場所毎の変化は存在して風上の方では波は短く，風下では大きい。

又強い風が一定時間吹いたとすると，湖に起る波の波長は前端部を除いて全域について同じであるが，時間と共に増大して行く。

この二つの波の差は結局有義波の各波峯は個性（Identity）を有しないと云う事にある。即ち有義波は全域に亘つて保存的な一連の波ではなく，別々の波の集合であり，従つて発生域に於ける有義波は保存的な波ではない。

§ 3.　風より波へのエネルギーの傳達

発生域では波は風より次の二つの過程によつてエネルギーを受取る。一つは風の応力の波面に垂直な成分即ち法線力によるものであり，一つは波面に平行な成分即ち切線力によるものである。

3.1　法線力によるエネルギー伝達

凹凸のある水面を風が吹くと，場所によつて圧力差を生じ，波面の風上側は圧力高く，風下側は圧力が低くなる為波は風よりエネルギーを伝達される。このエネルギーを一派長間に平均すると

$$R_N=\frac{1}{L}\int_0^L p_{zz}\,w_0\,dx\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

但し w_0 は波の法線方向の速度で

$$w_0=-kaC\cos k(x-ct)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

p_{zz} は法線圧力で　$p_{zz}=-p-\Delta p\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$

風による法線圧力差 Δp は何れ波長 L の整数倍の調和函数であるが，w_0 と同じ位相を持つもののみが仕事を為す。Jeffreys〔1〕はこの圧力を空気密度，波と風の相対速度の二乗及び波傾斜に比例すると仮定し

$$\Delta p=S\rho'(U-C)^2ka\cos k(x-ct)\cdots\cdots\cdots(15)$$

とし係数 S を遮蔽係数（Sheltering Coefficient）と称した。之は一種の Drag Coefficent である。

(15)) を用いて (13) を書き直すと

$$R_N=\pm\frac{1}{2}S\rho'(U-C)^2k^2a^2C$$

$$(C<U\ なら+,\ C>U\ なら-)\cdots\cdots\cdots(16)$$

波速が風速より大きくなると逆に波から風にエネルギーを与える事になるわけである。

Jeffreys は風がエネルギーを波に与える機構としてこれのみを考えている。Jeffreys は(16)式より波を発生すべき最少の風速を求めたが，之と実験値（110cm/sec）と較べると $S=0.27$ と取ればよく合うと云う事になりその時の波は $C=35$cm/sec 波長 8cm 周期 0.22sec 程度で観測と大体一致した。

処が之で大きな風速による波の生成を説明しようとすると，実測から推定される波の生成に必要なエネルギーは Jeffreys の理論の 1/10 程度にしかならない事が判つた。この結論は Stanton〔3〕による風洞実験によつて得られたもので波の模型の表面圧力から算出すると，平均の S の値として 0.049 を得，Jeffreys の 0.27 より遙かに小さい。（文献〔5〕では観測値と計算値の比較より $S=0.013$ と云う値を採用している。

3.2　切線力によるエネルギーの傳達

Jeffreys はこの切線力によるエネルギーの伝達を考慮しなかつたが，波齢 C/U の1に近い，即ち古い波ではむしろこの方が主となつて来る事が判つた。

前と同様一周期間に平均すると，

$$R_T=\frac{1}{L}\int_0^L \tau u_0 dx \cdots\cdots(17)$$

風速が 500cm/sec 以上の時は Rossby〔4〕によつて

$$\tau=\gamma^2\rho' U^2 \cdots\cdots(18)$$

$\gamma^{2'}$ は抵抗係数で 2.6×10^{-3} U は海面上 8～10m の所の風速である。

(γ^2 は U が 6.7m/sec を超えると急に大きくなる。即ち漣波が生じて水表面が流体力学的に粗面になるのである)

$$R_T=\gamma^2\rho' U^2\int_0^L \frac{1}{L} u_0 dx \cdots\cdots(19)$$

波高の小さな正弦波では (18) の積分は一様長で0となるが，有限波高の Stokes 波では (10) 式の如く一周期で $u_0'=\pi^2\delta^2 C$ なる実質の輸送があるから

$$R_T=\gamma^2\pi^2\rho'\delta^2 CU^2 \quad (U>500\text{cm/sec}) \cdots\cdots(20)$$

波のエネルギーは法線力によるエネルギー (16) と切線力によるエネルギー (20) との和が粘性により散逸するエネルギー $R\mu$ より大きい間は増加して行く。

即ち $\pm S\rho'(U-C)^2C+2\gamma^2\rho' U^2 C>4\mu g \cdots\cdots(21)$

この切線力によるエネルギーの伝達を考える事により波速が風速を超えても尚発達する可能性が出て来，観測の結果とも一致するのである。

風速と波速の比 $\beta=C/U$ は波の発達の段階或は波の年齢を表わす一つの尺度と見る事が出来，之を波波の齢 (Wave age) と云う。

3.3 粘性によるエネルギーの散逸

(7) 式の散逸エネルギーと，波により与えられるエネルギーとを比較すると，

$U=5$m/sec $\beta=0.1$ で $R\mu/R_T+R_N=-0.29$

$U=10$m/sec $\beta=0.1$ で $R\mu/R_T+R_N=-0.036$ ……(22)

となるから，波の生成を論ずる際には粘性は省略出来る。又静穏域に於けるうねりの伝播について考えると，(7) の粘性のみを考えたのでは，例えば8秒の周期の波は2年間に亘り，回帰線を 10 廻りしても尚波高を63%減ずるに過ぎないので勿論省略出来る。実際の波の減衰は論文〔5〕では空気抵抗によるものとして説明し，観測と大体一致する結果を得ている。尚表面流に対する Eddy-Viscosity の概念を導入する事も考えられるが，之では波が早く減衰し過ぎてうまく説明出来ない。

§ 4. 波の發達の理論

4.1 波のエネルギー方程式

a) 時間的変化（過渡現象）

時間的変化即ち発達の段階である。

今波の中に進行方向に L の間隔を取つて二つの断面を取り，エネルギーの出入りを考えると流入エネルギーは $C\cdot\frac{E}{2}+L\frac{\partial}{\partial x}(CE/2)$ であり，流出エネルギーは，$C\frac{E}{2}$ である。(5.1 参照)

一方風より与えられるエネルギーは一波長につき夫々 $\pm R_N L$, $R_T L$ であるから

$$\frac{d(E\cdot L)}{dt}=\left\{R_T\pm R_N+\frac{\partial}{\partial x}\left(C\frac{E}{2}\right)\right\}L \cdots\cdots(23)$$

$$\frac{dE}{dt}+\frac{E}{C}\frac{dC}{dt}-\frac{C}{2}\frac{\partial E}{\partial x}=R_T\pm R_N \cdots(24)$$

(23) は保存波に対する方程式であるが，之を有義波の方程式にする為 $\partial E/\partial x=0$ と置く。即ち，波は時間と共に変化するけれども，場所による変化は無いとするわけである。方程式は

$$\frac{dE}{dt}+\frac{E}{C}\frac{dc}{dt}=R_T\pm R_N \cdots\cdots(25)$$

b) 定常状態．波が発達し切つて時間的変化の無くなつた状態である。

方程式は δx の間隔に置かれた波面に直角な面よりのエネルギーの出入を考えて

$$\frac{\partial E}{\partial t}+\frac{C}{2}\frac{\partial E}{\partial x}+\frac{E}{2}\frac{\partial C}{\partial x}=R_T\pm R_N \cdots(26)$$

定常状態であるから $\partial E/\partial t=0$ 但し有義波であるから場所による変化は存在する。方程式は結局次の形になる。

$$\frac{dE}{dx}+\frac{E}{2}\frac{dC}{dx}=R_T\pm R_N \cdots\cdots(27)$$

(25) (27) 式の意味は次の様に解釈すると一層判り易い。風より与えられるエネルギーの内波高を増すのに費されるエネルギーを R_H, 波速を増すのに費されるエネルギーを R_C とすると，

$$R_{Hx}=\frac{C}{2}\frac{dE}{dx},\quad R_{Cx}=\frac{E}{2}\frac{dC}{dx},\quad R_{Ht}=\frac{dE}{dt},$$

$R_{Ct}=\frac{E}{C}\frac{dC}{dt}$ と置いて (28)

$$\left.\begin{array}{ll}\text{式 (27) は} & R_{Cx}+R_{Hx}=R_T\pm R_N\\ \text{(25) は} & R_{Ct}+R_{Ht}=R_T\pm R_N\end{array}\right\}\cdots\cdots(29)$$

4.2 基礎方程式

今 $\delta=H/L$ (岨度), $\beta=C/U$ (波齢) なる量を導入して

$$H=\delta L=\frac{2\pi}{g}\delta C^2=\frac{2\pi}{g}U^2\delta\beta^2 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

なる関係を (25) (27) 式に入れると，

定常状態に対し

$$\frac{d\beta}{dx}=2AgU^{-2}\beta^{-3}\frac{1\pm\alpha(1-\beta)^2}{5+2\dfrac{\beta}{\delta}\dfrac{d\delta}{d\beta}} \quad\cdots\cdots\cdots(31)$$

過渡状態に対し

$$\frac{d\beta}{dt}=AgU^{-1}\beta^{-2}\frac{1\pm\alpha(1-\beta)^2}{5+2\dfrac{\beta}{\delta}\dfrac{d\delta}{d\beta}} \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(32)$$

この基礎方程式を解くのに二通りの方法が考えられて

i)　全く別の見地から $\delta=\delta(x,t)$ の解を求めて β を求めるか

ii)　$\delta=f(\beta)$ なる関係を観測による data より求めて解くか，である。ii) は結局半実験式となる欠点はあるが実行し得る唯一の方法である。

4. 3　δ と β の関係

観測値によつて β を base として δ を plot して見ると Fig.2 の如くなる。

$$R_H=(1-\gamma)R_T\pm(1+\gamma/\alpha)R_N,$$
$$R_G=\gamma R_T\mp\gamma/\alpha R_N \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(33)$$

(33) 式と (31) (32) 式より β と δ の関係式が求められる。この式は未定係数を含むので，要所々々を Fig. 2 より押える。又この函数は Fig. 2 点線の如く $\beta\to0$ で $\delta\to0$ となるが之は極めて初期の波の峻度が小さいと云う事になつて経験と合わないので，この範囲丈別の函数を考える。又 $\beta=1.369$ より大きい所で δ は一定とする。

結局 β-δ 曲線は三つの部分から成立つわけである。

尚主要な数値を示すと Table 2 の如くなる。

Table. 2.

$\gamma=0.580$	$\beta''=0.407$
$\alpha=2.500$	$\delta''=0.099$
$\delta_0=0.0537$	$\delta_1=0.038$
$\beta'=0.350$	$\beta_m=1.369$
$\delta'=0.095$	$\delta_m=0.0219$

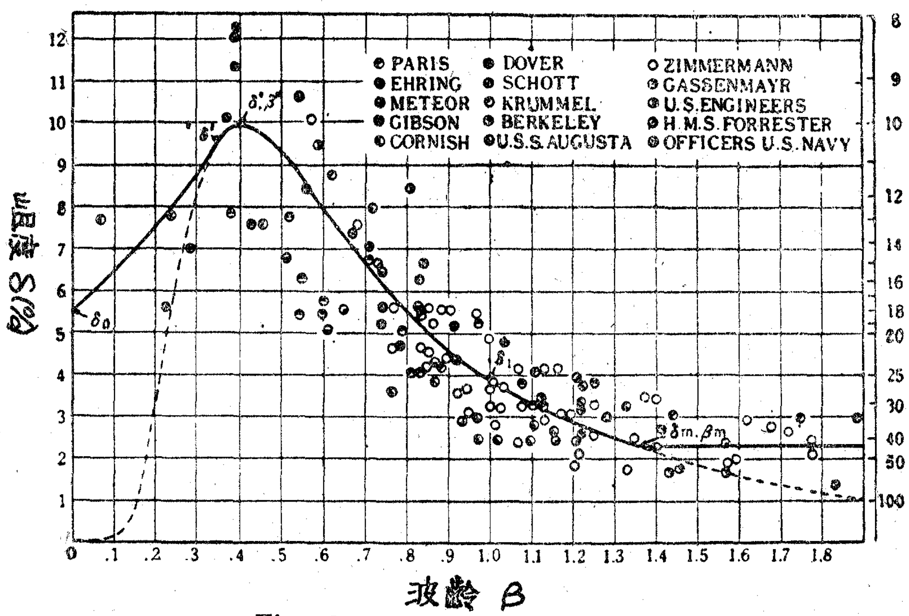


Fig. 2.　波齢と峻度との關係

Fgi, 2 の data の多くのものは，自動記録器又は映画等よりその高い方から 1/3 の数の波を平均して得られたものである。

Fig. 2 より δ と β には明らかに関係がある様に思われる。この data の中を通つて平均曲線を画く事も出来るが，もう少し理論的な方法を考えると，風が波に与えるエネルギーの内波速を増すのに費されるエネルギーと波高を増すのに費されるエネルギーとの割合が一定であると仮定する。即ち

4. 4　微分方程式の解とその表示

(31) (32) 式を Fig. 2 の β-δ 曲線を用いて積分し，積分常数は β-δ 曲線の二ケ所の継目に相当する所の解が連続なる如く定める。

(31) の解よりは，波が定常状態に達してから後の，吹送距離 F と $\beta=C/U$ 及び波高の関係が求められる。

之を無次元化した量 gF/U^2 を base とし，gH/U^2，C/U との関係を示したのが Fig. 3 で之を Fetch graph と称する。

風が十分長く吹いて最小吹送時間 t_{min} を超している場合にはこの graph より任意の場所の波高と波速が求められる。

一方 (32) の解よりは，波が発達しつある段階の時間対波高或いは波齢の関係が求められ，之を同じく無次元化して gt/U 対 gH/U^2，C/U の関係を graph にしたのが Fig. 4 で之を Duration graph と称する。

尚最小吹送時間は種々の β に対する

$$\frac{t_{min}U}{x}=\left(\frac{gt}{U}\bigg/\frac{gx}{U}\right)_\beta \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(34)$$

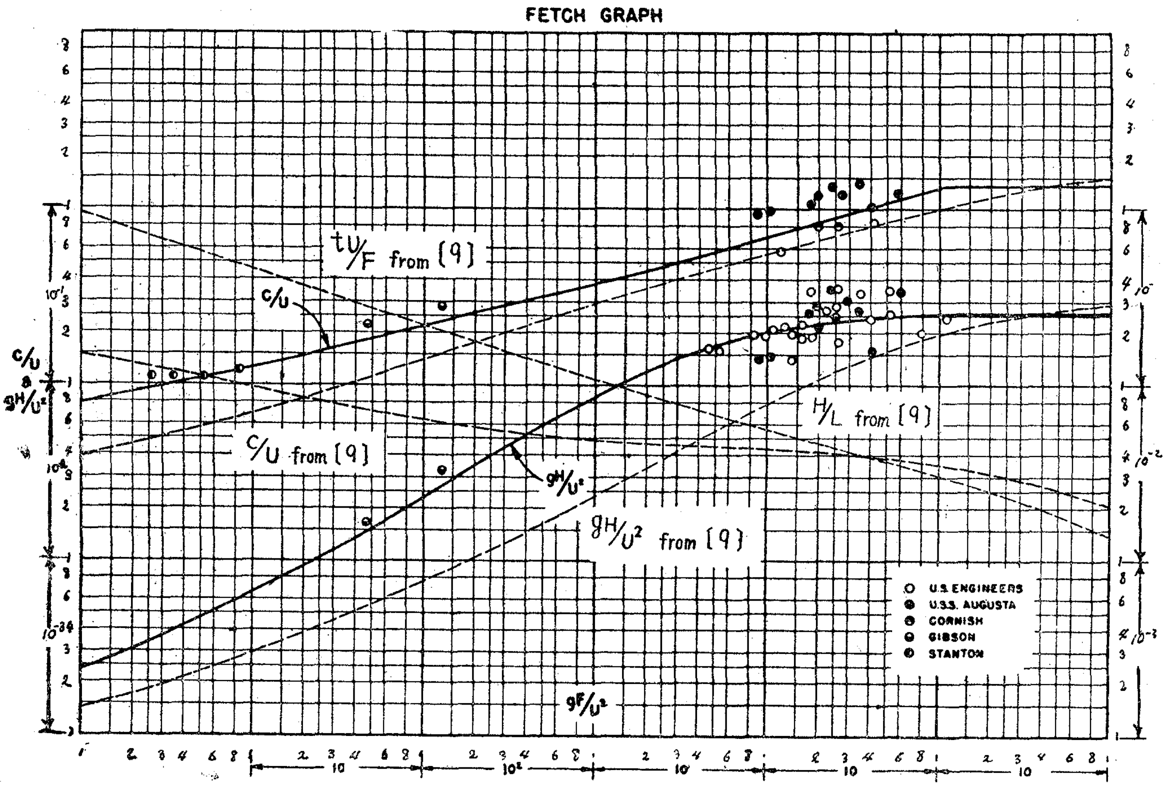


Fig. 3.

から求められ，同じく Fig. 4 の中に示してある。

時間が t_{min} に達する迄の波の発達は Fig. 4 より求められ，t_{min}を超えたら Fig. 3 より求められるわけである。この関係をもう少し説明すると Fig. 5 に於いて 20m/sec の定常風が突然吹き初めたとすると，時間 0 では全域に恒つて波高は 0 である。5 時間経つと約 50km

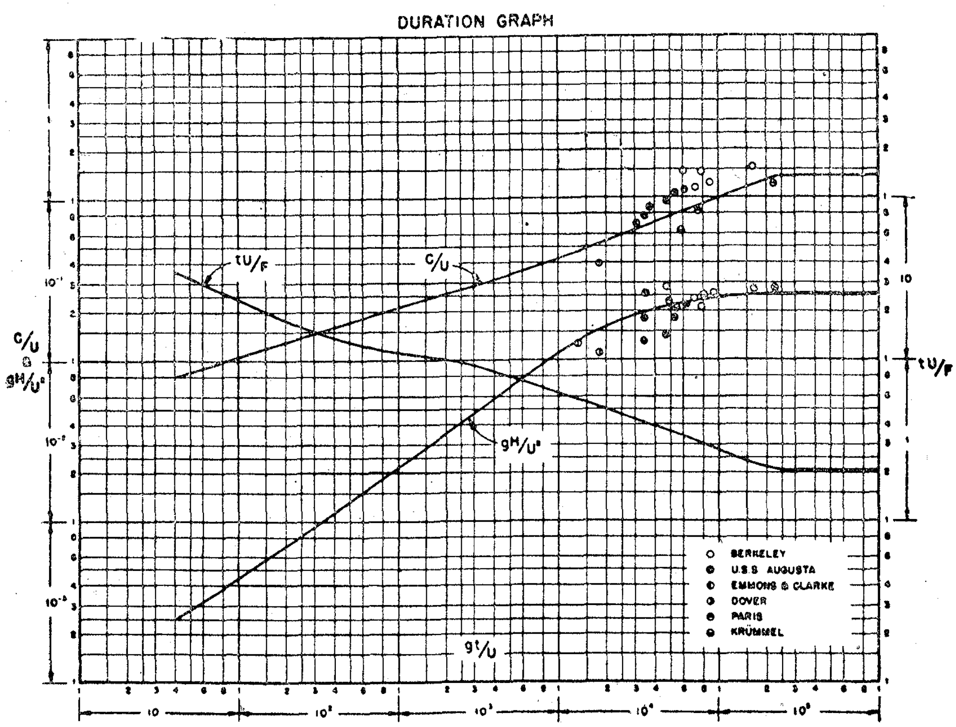
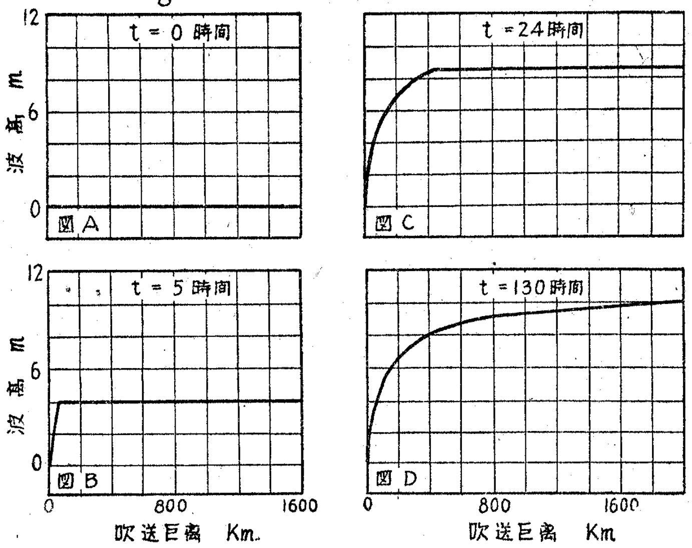


Fig. 4.

Fig. 5. 吹送巨離及吹送時間と波高の関係



の所迄波高が変化し，それより遠くでは波高一定となる。即ち50km 迄は t_{min} に達しているわけで以後幾ら風が吹いても波は発達しない。

24時間になると t_{min} に達する地点 P はかなり遠くなり，130 時間経つと 2000km の Fetch 全域に亘つて波の発達は止る。尙 t_{min} に達する限界点 P は波速 C の群速度 $C/2$ で右手に移動して行く。

一方一地点に着目すると Fig. 6 の如く時間と共に波高は急激に増加してゆくが，Fetch の小さい地点程早く t_{min} に達して波高一定となる。

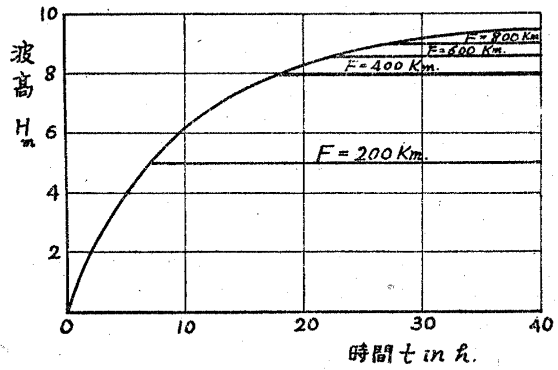


Fig. 6. 波高 H の時間的變化

尙散逸エネルギーを考慮すれば Fig. 6 点線の如く，定常状態に移る際に連続的に移る筈である。

経過時間に対する波齢及び岨度の変化を Fig. 7 に示す。初期に生じた波は岨しいから，Fetch の前の方には比較的岨しい波が存在し，風下になるに従つてなだらかな波になる。

Fig. 3, Fig. 4を使い易くする為，文献〔7〕では之を図表にしてある。Fig. 8～10 は水路部で metric に換算したもので，Fig. 8 は Fetch と風速が与えられた時の t_{min} を求める図表であり，Fig. 9 は Fig. 4 に相当し，吹送時間と風速より波高，周期が求められ，Fig. 10 は Fig. 3 に相当するもので吹送時間が Fig. 8 で与えられる t_{min} を超える場合に用いられ，吹送距離と風速より波高と周期が求められる。

以上に求められたものは有義波である事は勿論である。文献〔9〕では Sverdrup-Munk の理論の発表のあつた後主として California 大学で集められた Data に基いて多少の修正を試みたもので，その一つは Fetch graph の修正である。

Fig. 3 点線は〔9〕による修正結果を示す。実際は之の根拠となるべき Data が plot してあるわけである。

C/U と gH/U^2 を別々に修正した為 $\delta=H/L$ に不規則性を生じない様同時に plot しつつ修正してある。(この結果 Fig. 2 の β-δ 曲線にどの様な変化があつたかは言及してない。

又 t_{min} を求めるのに，Fig. 5 の P 点が $C/2$ で移動する事から

$$t_{min}=\int_0^t dt=\int_0^F dF/C_g$$

$$(C_g=C/2=\text{群速度}) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(35)$$

より t_{min}を求め併せて Fig. 3 に plot してある。

もう一つの結論は波の減衰に関するもので次節に述べる。

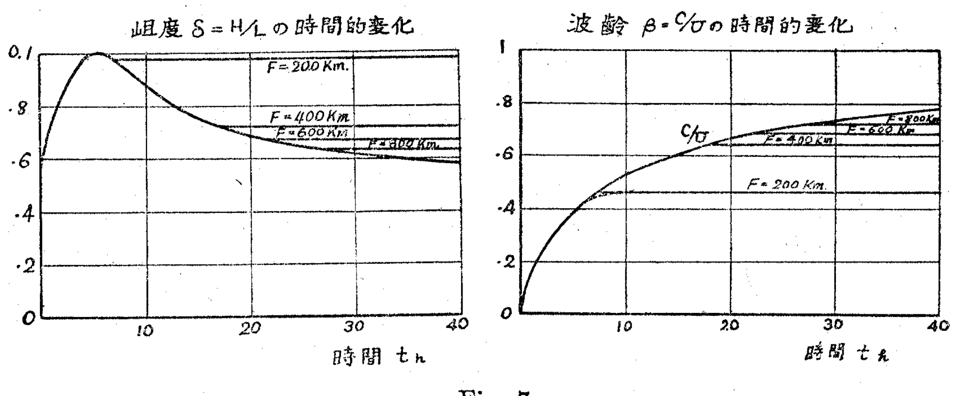


Fig. 7.

吹送距離 D 及び風速 U が與えられた最時大波高に達するに要する時間（最小吹送時間 t 秒）
（吹送距離の短い場合）

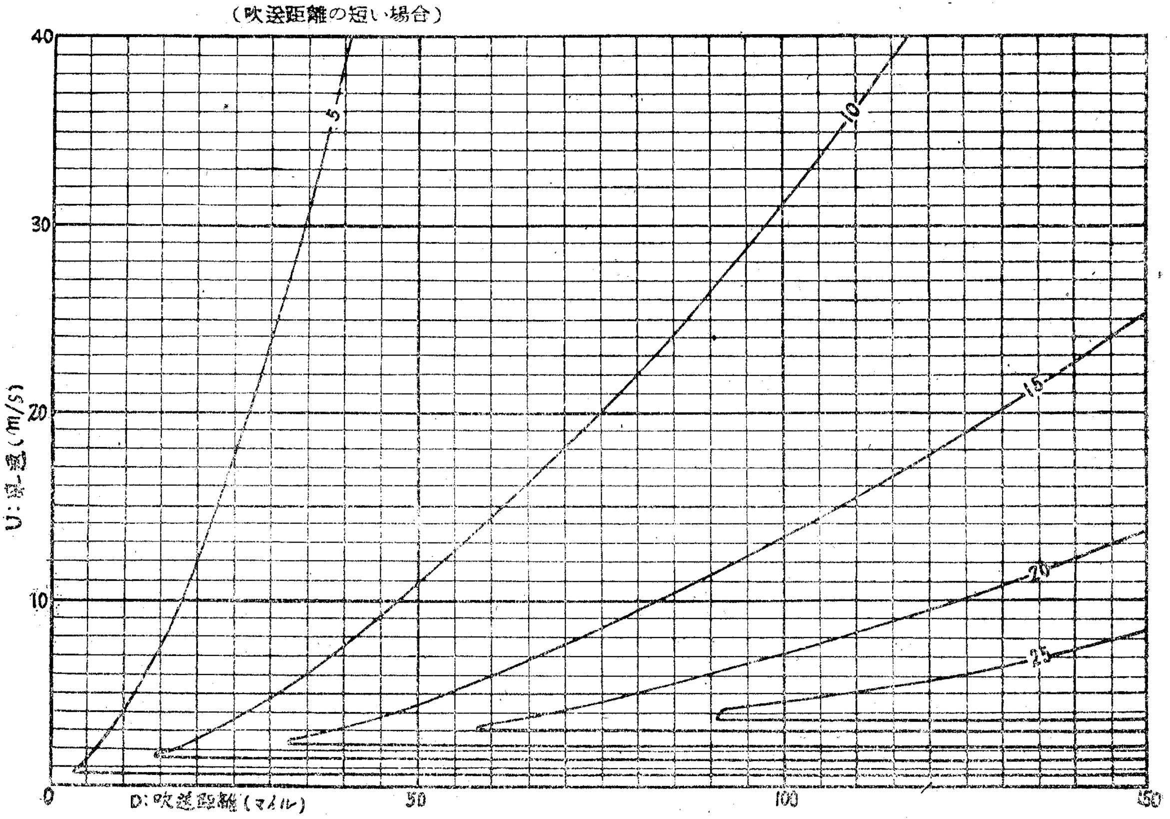


Fig. 8.

風波の發達、吹送時間及び風速と波高及び周期との關係（吹送時間が短い場合）
―― 波高（m）　- - - - 周期（秒）

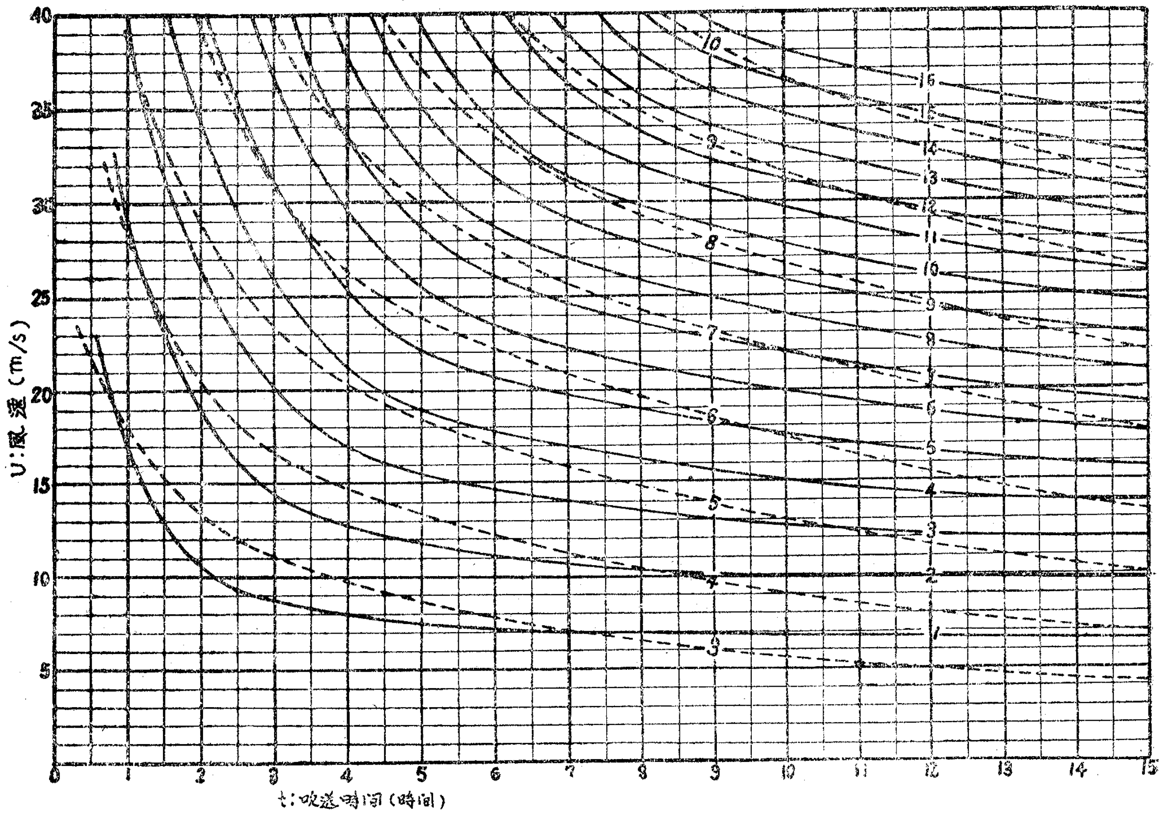


Fig. 9.

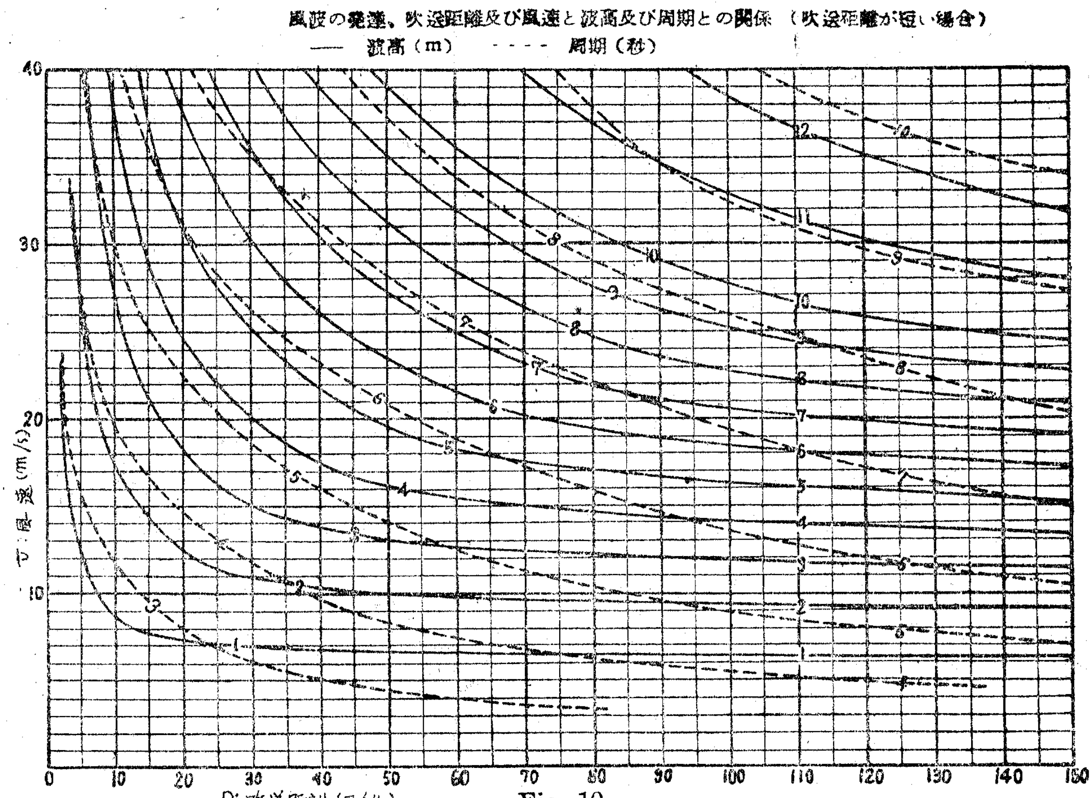


Fig. 10

§ 5. 波の減衰の理論

5.1 群速度とエネルギーの流れ

(8) 式で述べた如く $EV'=\frac{1}{2}EV$ であるから，波の全エネルギーが群速度 $V/2$ で伝播するとも考えられるが，実際は波のエネルギーの半分が波速で伝播すると解釈する方が合理的である。

即ち波のエネルギーの半分が運動のエネルギーで，半分が位置のエネルギーであるが，この内運動エネルギーは波粒子の円運動のエネルギーで移動せず，位置のエネルギーのみ波形の移動に伴つて波速で伝わつて行くわけである。

今発生域で生じた波が次々に静穏域に進入して伝播する場合のエネルギーの分布を考えて見る。

Model case として，一つの造波器があつて，波を次々に作つて行く場合を考えて見よう。

波が一つ出来た時にこの機械が波に $E/2$ のエネルギーを考えたとすると，次の一かきの間に $E/4$ が最初の波と共に前進し，$E/4$ は残るから，手前の波のエネルギーは $3E/4$ となる。これを繰返して6番目の波が出る迄を計算すると Table. 3 の如くなる。

一番造波器に近い波のエネルギーは $E(2^n-1)/2^n$ で殆んど E となり，中央の波は丁度 $E/2$ 先頭の波は $E/2^n$ となり極めて低くなる。

n 個の波が出来た時の m 番目の波のエネルギーを ${}^nE_m$ とし，${}^nR_m={}^nE_m\cdot E$ とすると

$$ {}^nR_m=\frac{n!}{2^n}\sum_{r=0}^{r=n-m}\frac{1}{r!(n-r)!}=\frac{n!}{2^n}\sum_{r=0}^{r=n-m}{}^nC_r \quad (36)$$

一方保存波系に対し

$$\frac{dL}{dt}=\frac{\partial L}{\partial t}+\frac{\partial L}{\partial x}V'=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(37)$$

Table. 3　Distribution of Wave Heights in a Short Train of Waves

Series number n	Wave number, m 1	2	3	4	5	6	7	Total energy of group
1	1/2E	—	—	—	—	—	—	1/2E
2	3/4	1/4E	—	—	—	—	—	2/2
3	7/8	4/8	1/8E	—	—	—	—	3/2
4	15/16	11/16	5/16	1/16E	—	—	—	4/2
5	31/32	26/32	16/32	6/32	1/32E	—	—	5/2
6	63/64	57/64	42/64	22/64	7/64	1/64E	—	6/2

(Lamb. p 381, V'…群速度) が成立たなければならない。(37) 式に於いて, $t=nT$, $x=mL$ とする事により次の階差方程式に導く事が出来る。

$$^{n+1}R_m-\frac{1}{2}{}^{n}R_m-\frac{1}{2}{}^{n}R_{m-1}=0 \quad\cdots\cdots(38)$$

(36) が (38) を満足する事を証明するわけであるが今は n が 10^4 のorderの所を問題としているので $^{n}R_m$ を計算する事は容易でない。

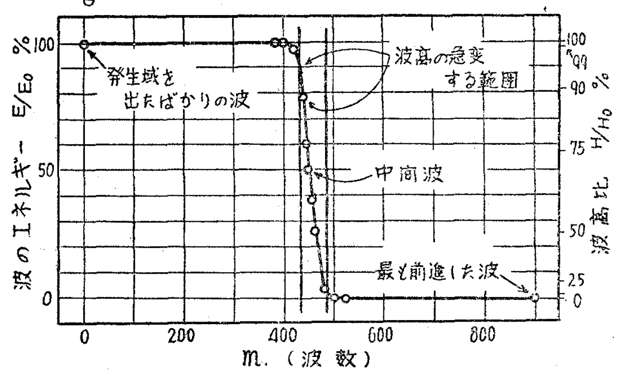
其処で $^{n}C_r$ の分布が Gauss の正則分布の形に酷似する事を用いて確立積分の形で近似すると

$$^{n}R_m\doteqdot\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^u e^{-\frac{u^2}{2}}du$$

$$\left(u=\frac{2m-n-1}{\sqrt{n}}\right) \quad\cdots\cdots(39)$$

之を $n=900$ の時について計算して直接 (38) 式に入れると, 中間波 450.5 では正確に満足し, それ以外では多少誤差があるが近似としては十分である。
今 m を base として $^{n}R_m$ を図示すると Fig. 11 の如くなる。

Fig. 11. 静穏域に伝わる波のエネルギー分布　N=900



波系のエネルギーの分布は先頭から約半分迄殆んど0に近く, 485〜435 の間高々 50 波長面で急激に増加して以後殆んど一様になる。中間波のエネルギーは手前の波の丁度1/2であり波高にして 70.7% である。

このエネルギー分布 (従つて波高) の急変する Zone は群速度即ち波速の 1/2 で進行する。

従つて観測者から見れば初めの 900〜485 位迄は殆んど波が認められず, 485 から 50 位の間に急激に波高が増加して以後同じ高さの波が伝播して来る様に見られるから, 事実上, 或る所で生じた擾乱は静穏域に群速度を以て伝播してゆくと考えられる。

5. 2　うねりの傳播

波が発生域を離れて静穏域に進むと, 波はもはや風によつてエネルギーを供給されず, むしろ $U<C$ となつて空気抵抗を受ける。即ち (16) 式により

$$R_N=-\frac{1}{2}S\rho' k^2a^2C^3=-\frac{1}{8}S\rho' g^2H^2C^{-1} \quad\cdots(40)$$

又切線力によるエネルギーの供給は, 風が無いか, 或は極めて小さいので省略出来る。

4. 3 で行つた仮定, 即ち風の与えるエネルギーは一部は波速 (周期) を増すのに使われ, 残りは波高を増すのに使われるとし (33) 式より

$$R_H=-(-\gamma/\alpha)R_N \quad R_C=\gamma/\alpha R_N \quad\cdots\cdots(41)$$

(41) 式より, うねりは空気抵抗の為, 波高を減じ, 逆に波速乃至周期は増加する事が判る。

(41) 式に必要な数値と, 関係式を入れて解くと, 波の減衰の様子が判る。

i) 波周期と減衰距離 (Decay distance)

$$\frac{T_D}{T_F}=\sqrt{1+1\sigma\pi^2\mathrm{A}r\left(\frac{D}{gT_F{}^2}\right)} \quad\cdots\cdots(42)$$

T_D…求めんとする地点に於ける周期秒

T_F…発生域の端に於ける周期秒

ii) 伝播時間

$$\frac{t_D}{T_F}=\frac{1}{2\pi Ar}\left(\frac{T_D}{T_F}-1\right) \quad\cdots\cdots(43)$$

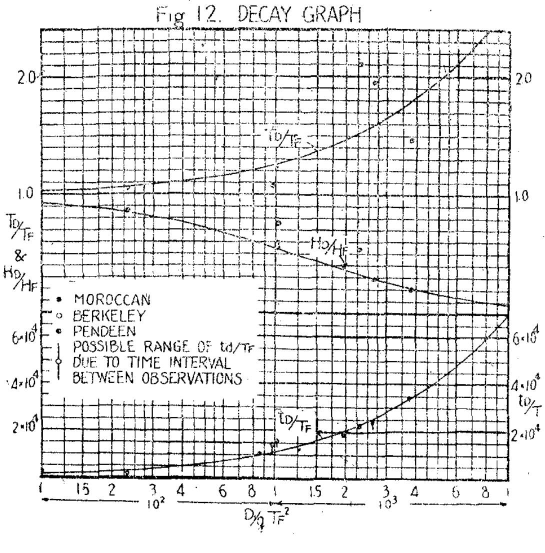
之は 5. 1 で述べた如く, Energy front, 即ち波速の半分の速度で進む, 中間波の到達時間で, もつと低い前駆波はその半分の時間で既に到達しているわけである。今波高 10m の波について考えると, 400km の所で波高 270cm となり, 中間波の到着時間は 90h である。そして波高が 27cm から 242cm に急変する時間は$2^1/_4$時間程である。

iii) 波高

$$\frac{H_D}{H_F}=\left(\frac{T_D}{T_F}\right)^{-\frac{\gamma+\alpha}{2\gamma}} \quad\cdots\cdots(44)$$

以上を減衰距離 D を base として表わしたのが Fig. 12 で Decay graph と称する。

Fig. 12. DECAY GRAPH



うねりの周期の増加（減衰距離 D、吹送距離の端における周期 T_F 及び減衰距離と吹送距離の端における波高との比 H_D/H_F の関係）　—— 発生域の端における周期 T_F（秒）

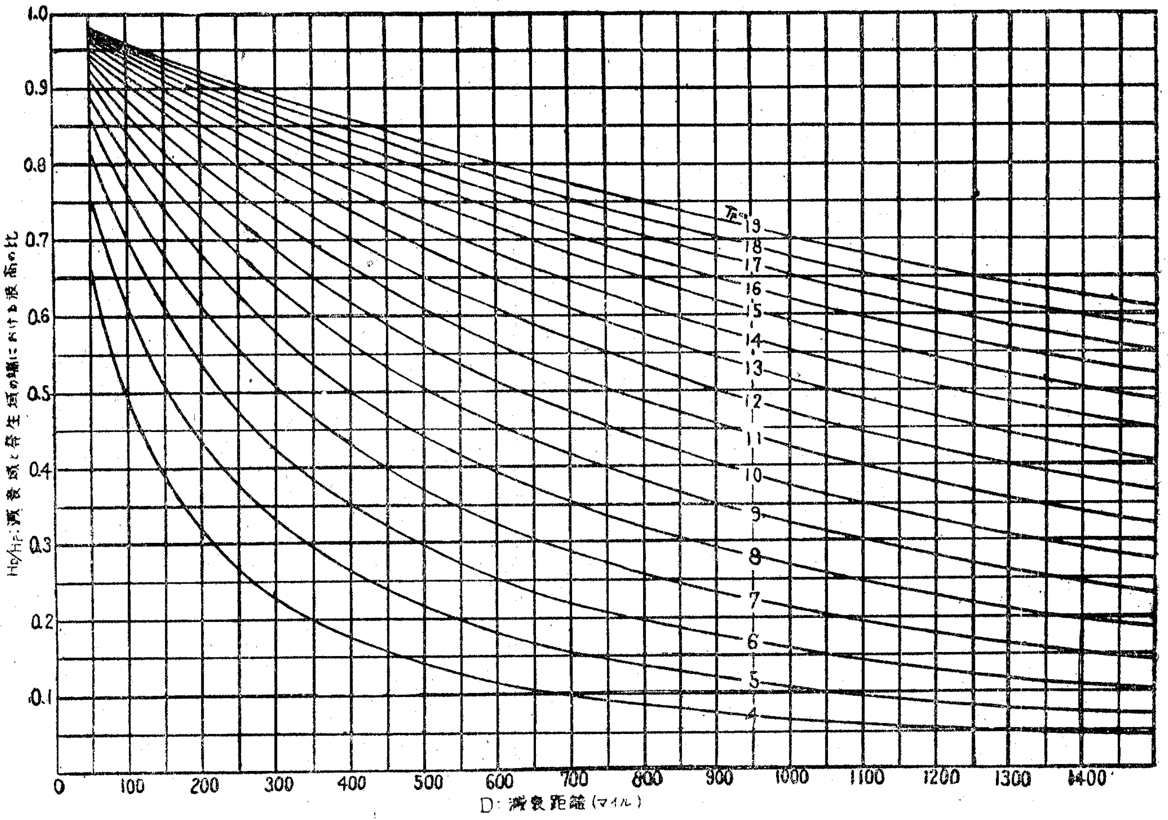


Fig. 13

減衰距離 D 及び発生域の端における周期 T_F と減衰域の端における（うねりの）周期 T_D 及び傳達時間 t_D との關係　── 傳達時間, ---- 周期（秒）

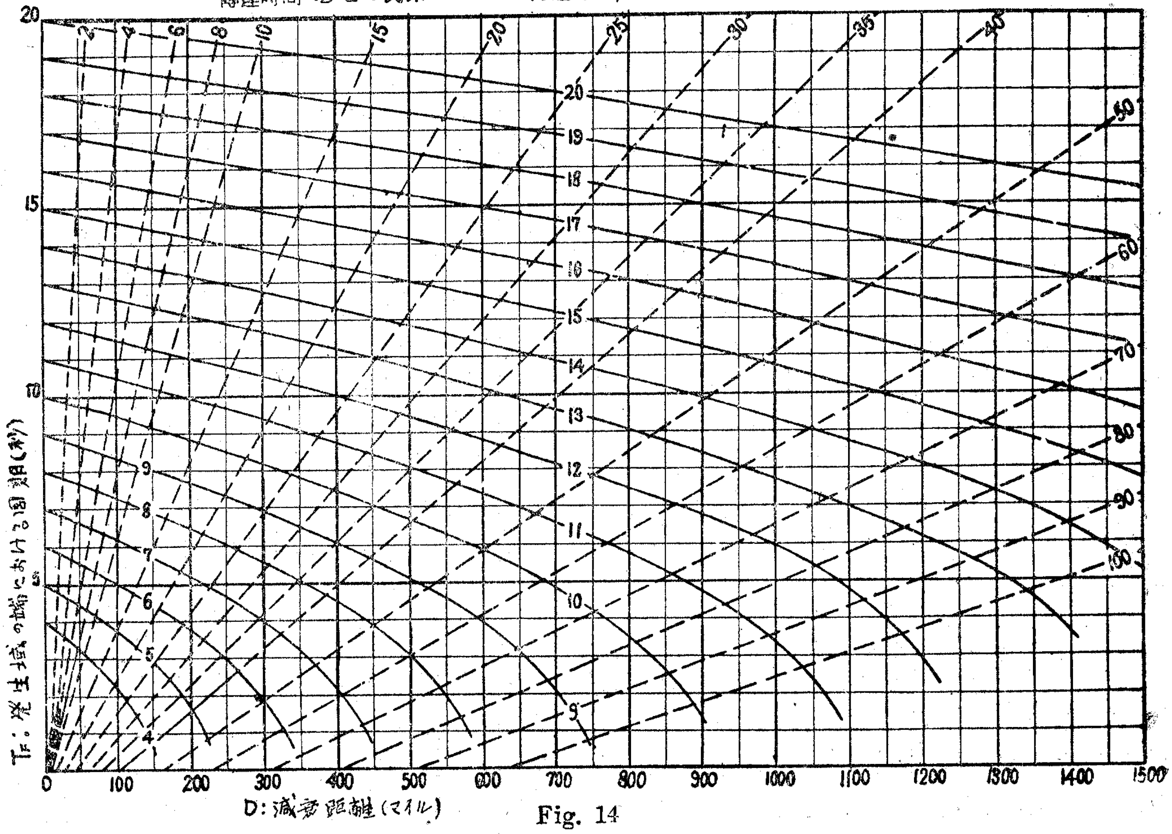


Fig. 14

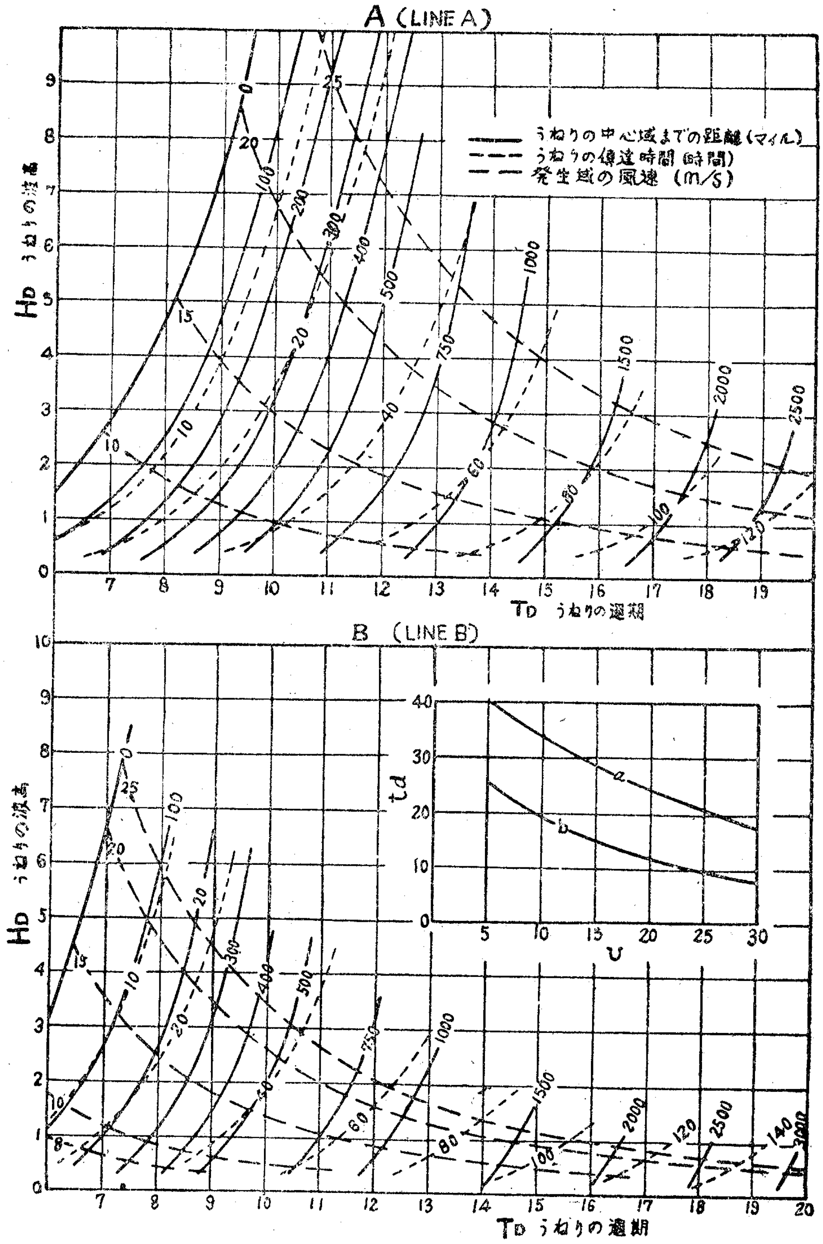


Fig. 15

倘之を使い易くする為図表にしたのが **Fig. 13, 14** である。**Fig. 13** は減衰距離と，発生域端に於ける周期 T_F を与えてうねりの波高 H_D/H_F を求めるもの，**Fig. 14** は減衰距離と発生域端に於ける波の周期 T_F を与えて減衰距離の端に於けるうねりの周期及び到達時間を与えるものである。

iv) うねりの波高と周期の測定より発生域に於ける風速及びそれ迄の距離の推定

発生域に於ける風速と吹送時間の関係を仮定すればうねりの波高と周期だけから発生域の風速，それ迄の距離，到達時間等を推定する事が出来る。

Fig. 15 はその関係を示したもので，風速と吹送時間の関係をB図右肩に示す様に二種類考えて，a に対応するものをA図に，b に対応するものをB図に示してある。例としてうねりを観測して周期 16 秒，波高 1m であったとすると

A図より $D=1700\text{mile}$, $U=15\text{m/sec}$ $t_D=87\text{h}$, $t_a=28\text{h}$
B図より $D=1800\text{mile}$, $U=25\text{m/sec}$ $t_D=103\text{h}$, $t_a=10\text{h}$

となる。D 及び t_D はかなりの精度で求められ，風速は暴風の規模を考えて推定する事が出来る。

文献〔9〕では波の減衰に関して，多数の **Data** より上記の結果を多少修正すべき事を示している。

例えば上の結果では，減衰に於けるうねりの週期の変化は発生域後端の波高には無関係であるが，本論文では関係のある事，一般に波の減衰には D/F なる因子が導入さるべきであるとしている。

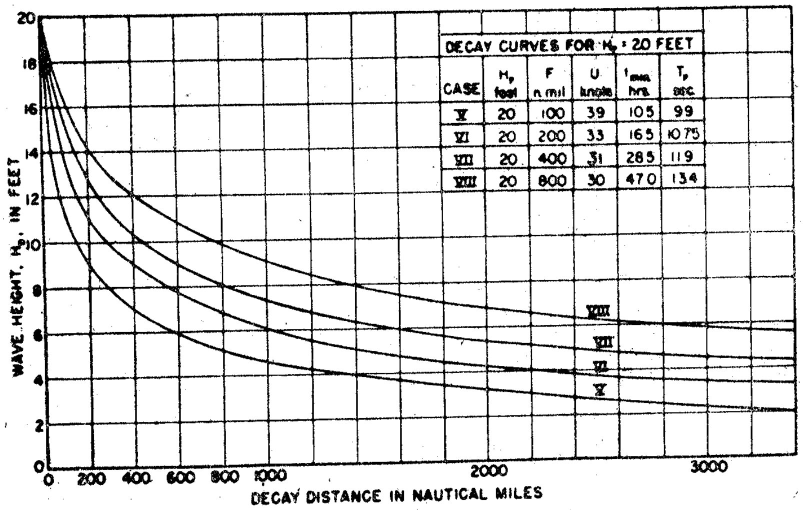


Fig. 16 --Relationships between H_F = 20 ft, F = 100, 200, 400, and 800 nautical miles, decay, and wave height at end of decay

$T_F=10$sec の波について $F=100$, 200, 400, 800 浬に変えて減衰の仕方を計算すると Fig. 16 の様になる。Fの短いつまり強い風によつて短い時間に出た波程早く週期が増加し，又初期の峋しい波程早く波高が低くなつて行くのが認められる。（元良誠三）

参考文献

［1］Jeffreys Harold "On the formation of water waves by wind." Roy. Soc. Proc. A. V. 107 p 189, 1925.

［2］Lamb H. "Hydrodynamics" 6th ed. London.

［3］Stanton. Sir Thomas. "The growth of waves on water due to the action of the wind." Roy. Soc. Proc. A. V. 137, 1937.

［4］Rossby C. G. "On the frictional force between air and water and on the occurrence of a laminer boundary layer next to the surface of the sea." Phys. Oceanog. & Meteorol. V. 4 No. 3 1936.

［5］Sverdrup H. U. and W. H. Munk, "Wind, sea, and swell; theory of relations for forecasting." H. O. Pub. 601 1947.

［6］Barber N. F. and Ursell F. "The generation and propagation of ocean waves and swell." Phil. Trans. Ser. A. V. 240 1948.

［7］〃 "Techniques for forecasting wind waves and Swell,. H. O. Pub. No. 604.

［8］〃 "Sea and swell observations". H. O. Pub. 606-e.

［9］Bretschneider C. L. "The generation and decay of wind waves in deep water." Trans. A. Geophysical U. V. 33 June 1952.

［10］Longuet-Higgins, M. S.; J. Mar. Res. 11 p 245 (1952)

脆性破壊の機構

The Mechanics of Notch Brittle Fracture, by A. A. Wells, Welding Research, April 1953, p. 34r～56r.

Griffith の古典理論によれば，E をヤング係数，Tを表面張力，l を材料中に存在する亀裂長さ（方向は荷重に直角とする）とするときは，その材料が塑性変形を伴わず破断するときの引張強さ σ は（1）式によつてあらわされる。

$$\sigma=\sqrt{\frac{4ET}{\pi l}} \qquad \cdots\cdots(1)$$

Griffith は（1）式を用いて，ガラスの破断強度を説明する有名な実験を行つている。ここで問題となるのは T の値であるが，幸なことに T は温度が変化しても余り変らないものであることが理論的に証明されているので，溶融状態での測定値を用いて考察を進めたのである。

ところで鋼材の切欠脆性に対しても（1）式を適用しその脆性破壊強度を略算して見ると，従来測定されている鋼の表面張力の 10.000 倍見当の値を（1）式に用いないと現象が説明できない。Irwinはこの矛盾を説明するため，鋼材の脆性破壊表面に沿つては薄い塑性変形層が生じ，ここで大きなエネルギが吸収されるため，表面張力が見掛け上非常に大きくなると説明している。

本論文は鋼材の脆性破壊面の表面張力を実験的に測定した結果を報告したものであるが，同時に亀裂の発生についても考察を加えている。

1. 脆性破壊の發生

Inglis や Neuber 等により体系づけられた切欠応力論に