

8. 特殊係留ラインの動的特性について

東京大学大学院工学系研究科 中 嶋 俊 夫
東京大学 工学部 元 良 誠 三
東京大学 工学部 藤 野 正 隆

1. 緒 言

近年、電波中継基地や温度差発電施設の様にも種多様な目的を持つ浮遊式海洋構造物の計画が提案されて来ているが、これらの構造物は長期間に渡って同じ場所に設置しようとするものが少くない。その際、重要な問題として係留システムの問題が上げられるが、図1に示す様な複雑な係留ライン形式のものも多数出て来っており、工学的立場上からも係留ラインの研究及び開発は急がれる。一方、係留ラインの設計では、通常カタナリー理論等による静的計算を基にする事が多く、係留ラインの動的問題についての検討は余りなされないのが現状である。しかしながら、長期間係留の安全性の点から見て、係留ラインの動的解析は、静的解析と同様に重要であり、又単に実験解析によってこれを検討するにしても理論的な追求が必要となってくる。これらの問題については、古くはReid⁷⁾らの解析的方法を始め、構造物解析によく使われている有限要素法を用いた方法による計算等があるが、計算時間や応用面の点で実用的でない。そこで、小寺山⁵⁾、島田ら⁶⁾は、安藤ら³⁾⁴⁾の示した変動張力の周波数解析について簡易計算法を示し、実験とよく一致する事を報告している。しかしこれらの方法も特に複雑なケースに対しては限度があり、詳細な動的解析が必要となる場合は、より正確に係留ラインの運動方程式を解く必要が出て来る。そこで本研究においては、この様な複雑な形式の係留ライン特に中間にブイヤソンカー等の付いた特殊係留ラインの為の簡便な静的及び動的解析法と考えられる質点系モデルによる方法を紹介し、その有効性に検討を加えると共に、特殊係留ラインの2~3の例を取上げて、その動的特性について調べる。なお、本研究で用いる質点系モデルによる方法は、古くから幾つかの論文が見られるが、WaltonとPolachek¹⁾が、差分法を利用した動的解法を示している。本研究における係留ラインの動的計算では、この方法を一部修正及び拡張した方法を用いて計算を行った。

2. 質点系モデルによる係留ラインの解析

2.1 静的釣合式及び解法

今、係留ラインをN等分の要素に分割する事にする。この時、各区間の自重 W_j は両端を除く(N-1)個の分割点に集中するので、全体の係留ラインの重量を合わせる為に、 $j=2$ 及びNの集中質点の重量を $1.5W_j$ に修正する(図2, 図3を参照)。一方、各質点間は、線型のバネで結ばれているとする。質点jにおける垂直及び水平方向の釣合式は、

$$\begin{aligned}
T_j \sin \alpha_j &= T_{j-1} \sin \alpha_{j-1} + \delta_j \\
&= T_1 \sin \alpha_1 + \sum_{k=2}^j \delta_k
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
T_j \cos \alpha_j &= T_{j-1} \cos \alpha_{j-1} \\
&= T_1 \cos \alpha_1 \equiv \sqrt{T_1^2 - \delta_1^2}
\end{aligned} \tag{2}$$

$$(j = 2, 3, \dots, N)$$

ただし、 $\delta_1 \equiv T_1 \sin \alpha_1$ 、 δ_j ：質点 j の水中重量 W_j 、但しシンカーが付く場合はその水中重量 W_j^* を加える。一方、係留ラインの上端 $P(x_p, z_p)$ に於ける拘束条件式として次式が与えられる。

$$\sum_{j=1}^N \ell_j \sin \alpha_j = z_p \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^N \ell_j \cos \alpha_j = x_p \tag{4}$$

ここで、 $\ell_j = \bar{\ell} (1 + T_j / A \cdot E)$ 、 $\bar{\ell}$ ：分割された要素長さ、 A ：係留ライン断面積、 E ：ヤング率、(1)、(3)式、(2)、(4)式より、それぞれ次式が導かれる。

$$z_p / \bar{\ell} = \sum_{j=1}^N \left[\sum_{k=1}^j \delta_k \right] / T_j + (A \cdot E)^{-1} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^j \delta_k \tag{5}$$

$$x_p / \bar{\ell} = \sqrt{T_1^2 - \delta_1^2} \left[\sum_{j=1}^N 1 / T_j + N / (A \cdot E) \right] \tag{6}$$

$$T_j = \sqrt{T_1^2 - \delta_1^2 + \left[\sum_{k=1}^j \delta_k \right]^2} \tag{7}$$

(5)~(7)式より各質点 j における張力 T_j を求める訳であるが、これにはまず、(7)式を(5)、(6)式に用いて、(5)、(6)式を繰返し計算する事により未知数 T_1 、 δ_1 を求める。 T_1 、 δ_1 が求めれば、再び(7)式より各質点間の張力 T_j が計算出来る。係留ラインがスラックな場合は、図3に示す様に原点を上上っている質点 L の1つ前の質点 ($L-1$) まで移して同様の計算を行なえばよい。一方、中間ブイが水面に浮く場合は、さらに未知数 δ_M (M ：中間ブイの位置) と(5)式で $N \rightarrow M$ とした新たな拘束条件式が加わる。各質点 j の位置 (x_j 、 z_j) は、(1)、(2)式で求めた $\sin \alpha_j$ 、 $\cos \alpha_j$ を用いて次式で計算する。

$$x_{j+1} = \sum_{k=1}^j \ell_k \cos \alpha_k \tag{8}$$

$$z_{j+1} = \sum_{k=1}^j \ell_k \sin \alpha_k \tag{9}$$

以上の方法で計算を行なう場合の分割数 N と、水平方向張力の誤差の関係を表1と図6に示す。図7、図8は、シンカー付係留ラインについて計算したもので、それぞれ、庄司²⁾によるカテナリー解及び実験値との比較を行ったものであるが、双方共良好に一致している。

2.2 係留ラインの運動方程式及び解法

図2において、質点jに水平並びに垂直方向に作用する力 F_{xj} 、 F_{zj} が働く時の質点jの運動を表す式は、質点jの質量を M_j 、法線方向、接線方向の付加質量を A_{nj} 、 A_{tj} とすると次式で与えられる。

$$\left[M_j + A_{nj} \sin^2 \bar{\alpha}_j + A_{tj} \cos^2 \bar{\alpha}_j \right] \ddot{x}_j - [A_{nj} - A_{tj}] \ddot{z}_j \sin \bar{\alpha}_j \cos \bar{\alpha}_j = F_{xj} \quad (10)$$

$$\left[M_j + A_{nj} \cos^2 \bar{\alpha}_j + A_{tj} \sin^2 \bar{\alpha}_j \right] \ddot{z}_j - [A_{nj} - A_{tj}] \ddot{x}_j \sin \bar{\alpha}_j \cos \bar{\alpha}_j = F_{zj} \quad (11)$$

$$(j = 2, 3, \dots, N)$$

又、一方、

$$F_{xj} = T_j \cos \alpha_j - T_{j-1} \cos \alpha_{j-1} - f_{xj} \quad (12)$$

$$F_{zj} = T_j \sin \alpha_j - T_{j-1} \sin \alpha_{j-1} - f_{zj} - \delta_j \quad (13)$$

さらに、 f_{xj} 、 f_{zj} は、係留ラインの受ける抗力であり近似的に次式で与えられるとする。

$$f_{xj} = -\frac{\rho}{2} D_c \bar{\ell} \left[C_{dn} \sin \bar{\alpha}_j |u_j| u_j - C_{dt} \cos \bar{\alpha}_j |v_j| v_j \right] \quad (14)$$

$$f_{zj} = \frac{\rho}{2} D_c \bar{\ell} \left[C_{dn} \cos \bar{\alpha}_j |u_j| u_j + C_{dt} \sin \bar{\alpha}_j |v_j| v_j \right] \quad (15)$$

$$(j = 2, 3, \dots, N)$$

$$u_j = -(\dot{x}_j - c_j) \sin \bar{\alpha}_j + \dot{z}_j \cos \bar{\alpha}_j \quad (\text{法線方向速度}) \quad (16)$$

$$v_j = (\dot{x}_j - c_j) \cos \bar{\alpha}_j + \dot{z}_j \sin \bar{\alpha}_j \quad (\text{接線方向速度}) \quad (17)$$

ここで、 ρ ：液体密度、 D_c ：係留ラインの等価円断面の直径、 C_{dn} 、 C_{dt} ：法線方向及び接線方向抗力係数、 C_j ：潮流速度である。(10)~(17)式をまとめて \ddot{x}_j 、 \ddot{z}_j について次式の形に書き直す。

$$\ddot{x}_j = R_j \cdot T_j - P_j \cdot T_{j-1} + U_j \quad (18)$$

$$\ddot{z}_j = S_j \cdot T_j - Q_j \cdot T_{j-1} + V_j \quad (19)$$

$$(j = 2, 3, \dots, N)$$

ここで、 R_j 、 S_j 、 P_j 、 Q_j 、 U_j 、 V_j は、(10)~(17)式より出てくるもので、詳細は紙面の都合で省略した。(18)、(19)式は $(N-1)$ 個づつ存在する。一方、未知数 (\ddot{x}_j, \ddot{z}_j) 、 (\dot{x}_j, \dot{z}_j) は、差分公式等を利用する事によって、又 $\sin \bar{\alpha}_j$ 、 $\cos \bar{\alpha}_j$ も (x_j, z_j) に書き直す事が出来、結局 (x_j, z_j) の組が $(N-1)$ 個存在する。この他に未知数は、張力 T_j が N 個存在するので、この問題が解ける為には、さらに次の N 個の拘束条件式を必要とする。

$$\{ x_j - x_{j-1} \}^2 + \{ z_j - z_{j-1} \}^2 = \ell_{j-1}^2 \left\{ = \bar{\ell}^2 \left(1 + \frac{T_{j-1}}{A \cdot E} \right)^2 \right\} \quad (20)$$

$$(j = 2, \dots, N+1)$$

ここで、 $\{ \quad \}$ 内は、係留ラインにのびを考慮する場合を示している。但し、以下に示す計算例では、係留ラインののびは考慮していない。

(18)~(20)式の解法については、先に述べた様にWalton と Polachekがのびを考慮しない場合について示しており、一方のびを考慮する場合でも、Newmark- β 法等の時間積分法を利用して計算出来る。本計算では、(18)、(19)式に差分公式等を用いて次の時間ステップ ($t = n + 1$) における質点 j の座標 (x_j^{n+1} 、 z_j^{n+1}) を導き、(20)式に代入してこれを張力 T_{j-2}^n 、 T_{j-1}^n 、 T_j^n の線型の関数で表わせる形にして解く。具体的には、(20)式をテーラー展開して2次以上の項を省略して得られた(22)式を用いて、張力 T_j^n に充分近い値 \tilde{T}_j^n の修正項 ΔT_j^n を計算する ($T_j^n = \tilde{T}_j^n + \Delta T_j^n$)。

$$\begin{aligned} Q_j^{n+1} &= [(x_j^{n+1} - x_{j-1}^{n+1})^2 + (z_j^{n+1} - z_{j-1}^{n+1})^2 - \ell_j^2] / 2 \\ &= Q_j^{n+1}(T_{j-2}^n, T_{j-1}^n, T_j^n) \equiv 0 \end{aligned} \quad (21)$$

$$Q_j^{n+1} = \tilde{Q}_j^{n+1} + E_j \cdot \Delta T_{j-2}^n + F_j \cdot \Delta T_{j-1}^n + G_j \cdot \Delta T_j^n = 0 \quad (22)$$

ここで、 $E_j = \partial \tilde{Q}_j^{n+1} / \partial T_{j-2}^n$ 、 $F_j = \partial \tilde{Q}_j^{n+1} / \partial T_{j-1}^n$ 、 $G_j = \partial \tilde{Q}_j^{n+1} / \partial T_j^n$ で、 \tilde{Q}_j^{n+1} は、(20)式の張力に \tilde{T}_j^n 等を代入したものである。 \tilde{T}_j^n の初期値には、 T_j^{n-1} を用い、又繰返し計算を行って T_j^n を求める。

3. 水槽実験

3.1 水槽実験の概要

水槽実験は、図4に示す様な配置で係留チェーンの上端部水平運動試験を行った。係留チェーンの上端部には、図5に示す様に水平及び垂直方向の張力 (T_H 及び T_V) を測定出来る様に三分力計が取付けられ、又もう一方の端部であるアンカー点では、リングゲージによってアンカー部の張力 (T_0) を測定した。強制運動振幅 η_0 は 5 cm、又周期 T は、2.0、6.0、4.0、3.0、2.5、2.0、1.5、1.2、1.0 秒の9種類について行った。なお、水槽実験の種類は、次の4種類について行った。

- (1) ブイ、シンカーの付かないチェーンのみの実験 (全長 $L = 9$ m、タウト状態)
- (2) 発泡スチロール製球型ブイ付チェーンの実験 ($L = 18$ m、タウト状態)
- (3) 木製球型ブイ付チェーンの実験 ($L = 18$ m、スラック状態)
- (4) 鉛製シンカー付チェーンの実験 ($L = 18$ m、タウト状態)

3.2 供試体

係留チェーンの模型として、市販されているスタッドの付かない鉄製チェーン (空中重量 $W_A = 0.222$ Kg/m、水中重量 $W_W = 0.1938$ Kg/m) を用いた。又、中間ブイの模型には、直径 18 cm の発泡スチロール製の球と、直径 2.4 cm の木製の球 ($W_A = 4.1$ Kg)、又中間シンカーには、鉛製シンカー ($W_A = 2.0$ Kg) を用いた。なお、模型の縮尺としては、1/10 を想定した。

3.3 チェーンの流体力係数実験

数値計算に用いるチェーンの流体力係数を求める為に、市販されているプラスチック製のチェーンを用いて強制運動試験を行った。その結果、抗力係数は、法線方向、接線方向がそれぞれ、 C_{DN} (法

線方向抗力 $\frac{4}{3\pi}\rho \cdot D_C \cdot \bar{\ell} u^2$) $\div 2.18$ 、 C_{DT} (接線方向抗力 $\frac{4}{3\pi}\rho D_C \bar{\ell} v^2$) $\div 0.17$ 、又付加質量係数は、それぞれ C_{HN} (法線方向付加質量 $\rho D_C^2 \pi \bar{\ell} / 4$) $\div 1.98$ 、 C_{HT} (接線方向付加質量 $\rho D_C^2 \pi \bar{\ell} / 4$) $= 0.2$ であった。

4. 実験結果及び特殊係留ラインの動的特性

ブイ、シンカーの付かない普通のチェーンの動的特性についての実験値と計算値の比較を、図9に示す。ここで横軸は無次元周波数であり、縦軸は強制運動装置取付点における水平及び垂直方向の変動張力の両振幅 T_H 、 T_V を水平及び垂直初期張力 T_{H0} (2.375 Kg)、 T_{V0} (1.916 Kg) で無次元化したものである。図11は、同じ実験について各周期における波形解析を行ったものである。双方共、理論計算値は、実験値と良好な一致を示している。

次に、特殊係留ラインの例として、球型の中間ブイ付チェーンについて動的特性を調べたが、これを図10に示す。図中でB1が発泡スチロール製球ブイ、又B2が木製球ブイについての実験点である。前者については、計算は実験と良く一致しているが、後者については、周波数の高い領域で食い違いが見られる。これは、理論計算では、ブイとチェーンの接点は一点と見なしているの、誤差が出て来ると思われる。図12は、発泡スチロール製ブイ付チェーンの張力の波形解析である。これによると、波形の周期による変化は、ブイの付かない普通のチェーンのものに比べて少いが、水平方向と垂直方向の変動張力の位相が周期によって著しく異なり、普通のチェーンの特性と異なる事が分る。

最後に、シンカー付係留チェーンにおけるショックロードについて調べたものを図13に示す。ショックロードは、係留ラインの張力によりシンカーが海底より持ち上る際に作用するのであるが、シンカー付チェーンの重要な問題の一つとして知られている。これを実験によって再現してみたのが、上図で、水平方向、垂直方向共同じ波形で同じ位相になっている。下図は、この状態を理論計算によって水平及び垂直方向の張力変動を計算しプロットしたものである。本計算による張力変動の波形は、実験を良く説明しており、ショックロードの波形の特徴がこの図でよく分る。

5. 結 言

従来、あまり研究がなされていない特殊係留ラインに関して、2~3の例について実験解析と、質点系モデルを用いた理論数値シミュレーションからその動的特性の検討を行った。以下まとめると、

- (1) 特殊係留ラインの静的特性を簡便に把握できる質点系モデルを用いた新しい係留ラインの静的計算法を示した。本方法による計算は、カタナリー解と良好に一致する。
- (2) 質点系モデルによる動的計算の為に接線方向、法線方向の流体力を考慮した2次元係留ライン運動方程式を示した。
- (3) 上述の運動方程式を、Waltonらの方法を修正した方法を用いて、中間にブイやシンカーが付いた場合と付かない場合の係留ラインの動的特性について計算を行った結果、実験と良好に一致した。特に変動張力の波形解析から、本方法は良く現象を表現しており、計算時間の点からも優れた計算法であると思われる。

- (4) ブイの付かない普通の係留ラインについては、水平方向と垂直方向の変動張力の位相差が周期によって余り変化しないが、中間ブイ付チェーンの場合は、著しく変化することが分った。
- (5) 中間シンカー付係留ラインに関して、ショックロードの波形解析によりその特徴を調べた。

参 考 文 献

- 1) Walton, J.S., Polachek, H.; Calculation of Transient Motions of Submerged Cables, Mathematics of Computation, Vol.XIV (1960)
- 2) 庄司邦昭; 係留浮体の運動と係留索の張力に関する研究、東京大学博士論文、(1974)
- 3) 安藤定雄、山川賢次; 係留索鎖の運動および張力(その1)、船舶技術研究所研究発表会講演集、第22回、(12, 1973)
- 4) 安藤定雄; 係留索鎖の運動および張力(その2)、船舶技術研究所研究発表会講演集、第24回、(1974)
- 5) 小寺山亘; 係留浮体の運動と係留鎖張力について、西部造船会々報、第53号、(1977)
- 6) 島田潔、小林正典、日根野元裕; 係留ラインの張力に対する動的影響について、西部造船会々報、第60号、(1980)
- 7) Reid, R.O.; Dynamics of Deep-Sea Mooring Lines, Texas A & M Univ. Dept. of Oceanography, (1968)
- 8) Pieroni, C.A., Traut, R.T., Libby, D.O.; The Development of Riser Cable Systems for OTEC Plants, The Proceeding of the 6th OTEC Conference, Vol.1 (1979)

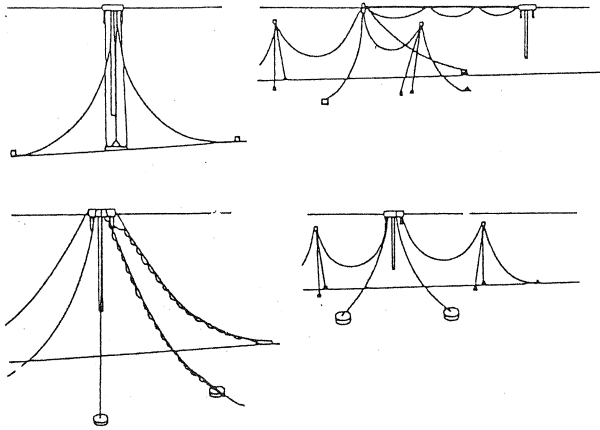


図1 係留ラインシステム例
(参考文献 8)より

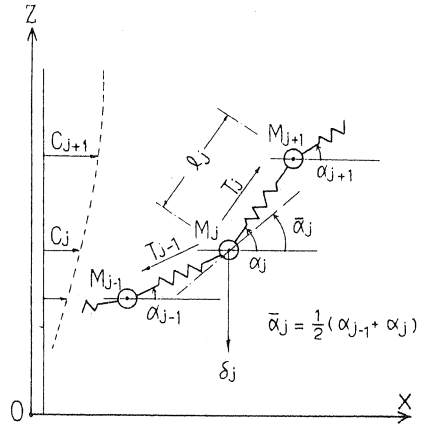


図2 質点系モデル

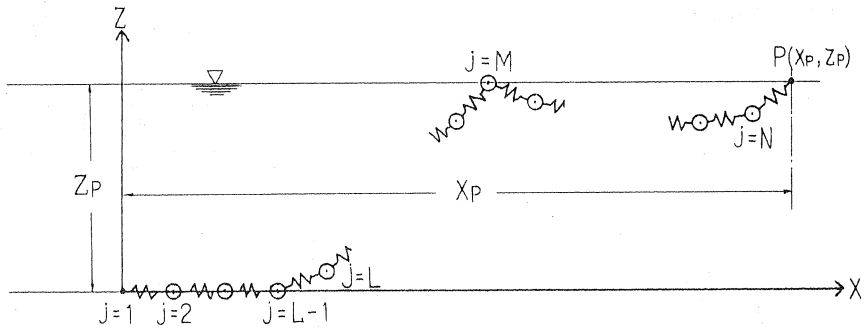


図3 係留鎖張力の基礎式解説図

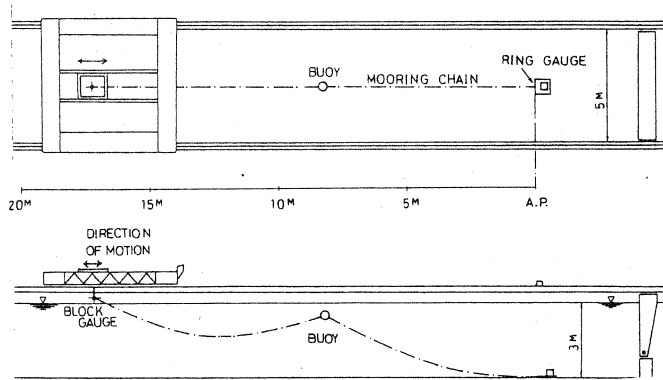


図4 実験係留状態

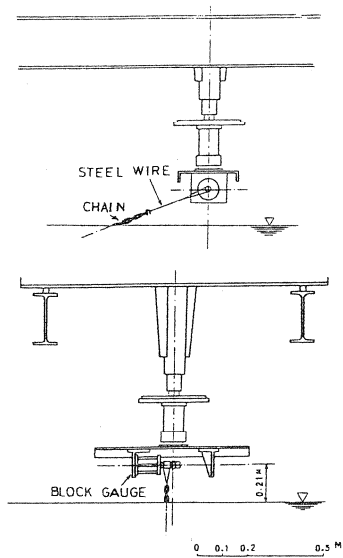


図5 強制運動装置

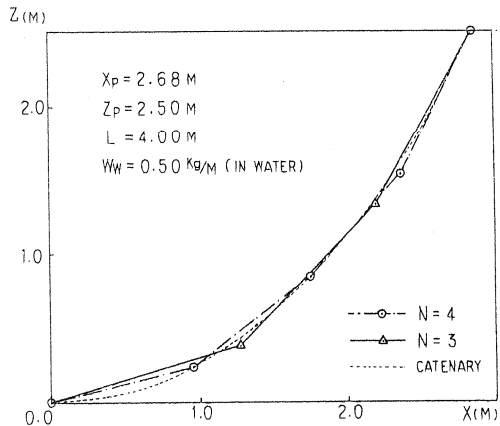


図6 計算モデル分割比較

表1 計算モデル分割誤差

N	HORI. TENSION (kg)	ERROR (%)
3	1.3544412	38.92
4	1.2345761	26.62
10	1.0324197	5.89
20	0.9904390	1.58
100	0.9756426	0.00066
EXACT	0.9750000	0.00

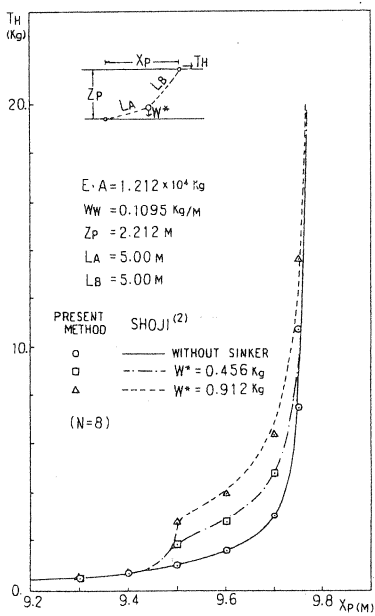


図7 シンカー付係留鎖張力

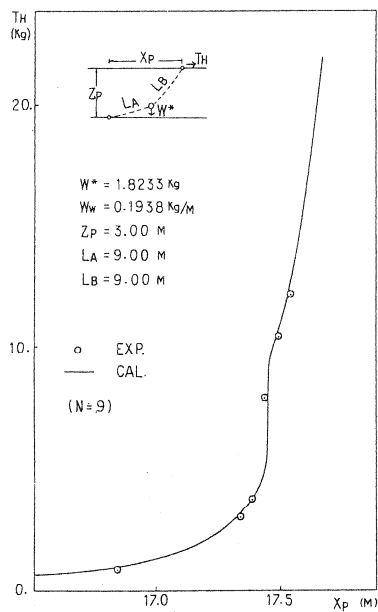


図8 シンカー付係留鎖張力

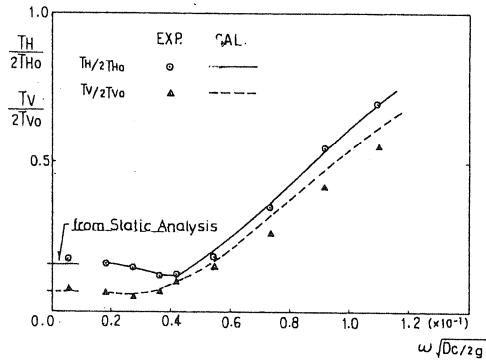


図9 係留鎖の変動張力 (N = 9)

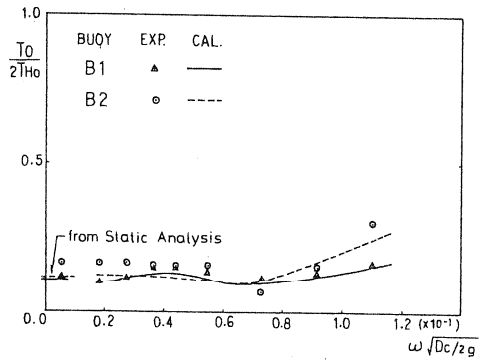
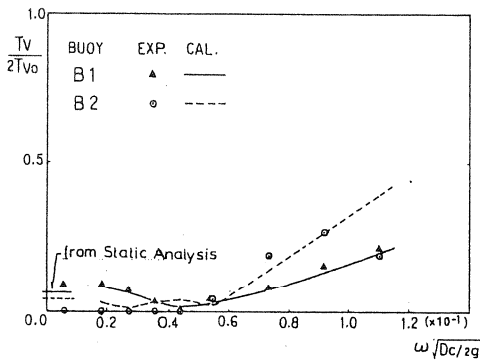
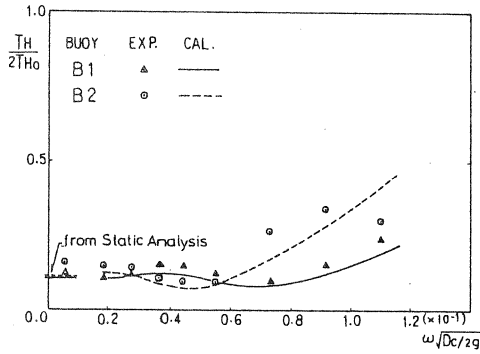
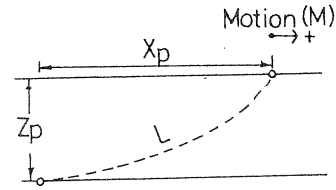


図10 中間ブイ付係留鎖の変動張力 (N = 16)



$X_p = 8.42 \text{ m}$	$T_{H0} = 2.375 \text{ kG}$
$Z_p = 3.0 \text{ m}$	$T_{V0} = 1.916 \text{ kG}$
$L = 9.0 \text{ m}$	$D_c = 5.99 \text{ mm}$
$W_w = 0.1938 \text{ kg/m}$	$r_o = 5.0 \text{ cm}$

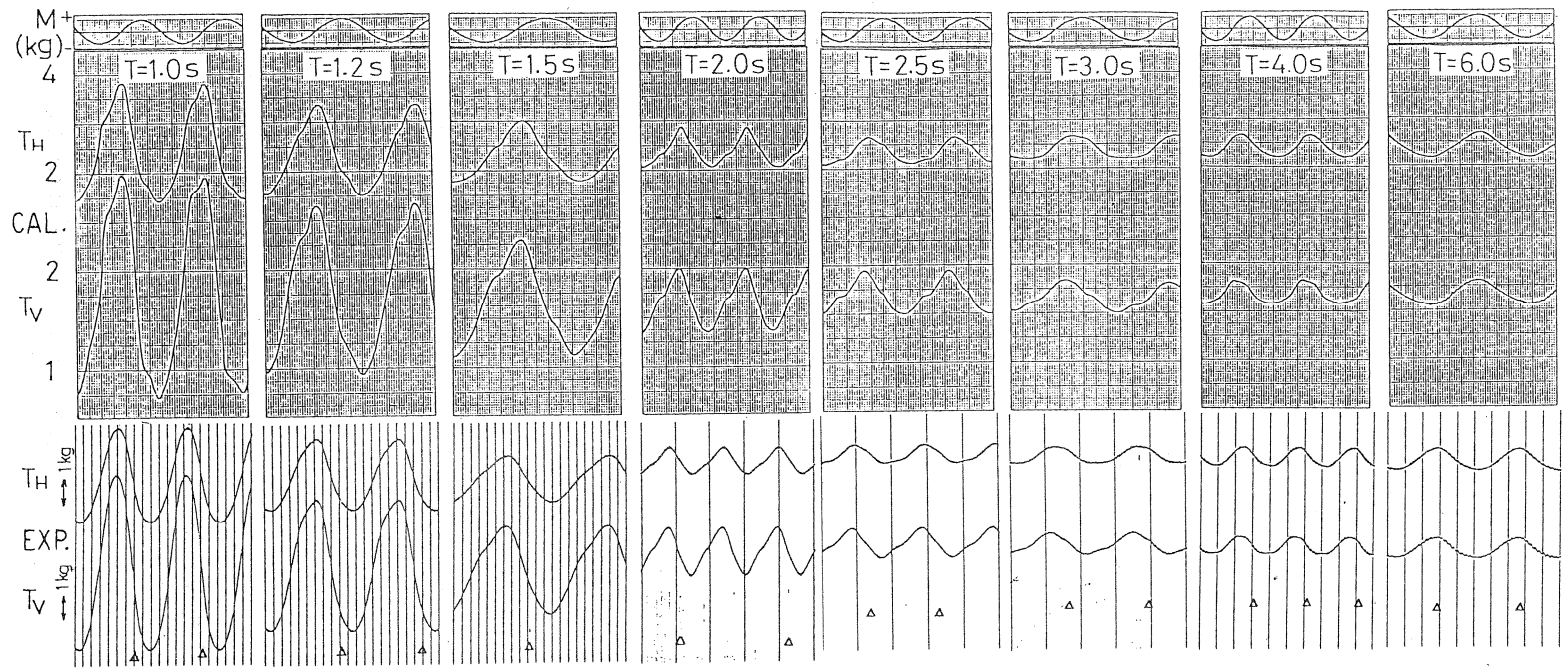


図 11 通常の係留チェーンの変動張力波形解析における計算値と実験値の比較 (N = 9)
 (△印は Motion (M) の + 側極大を示す)

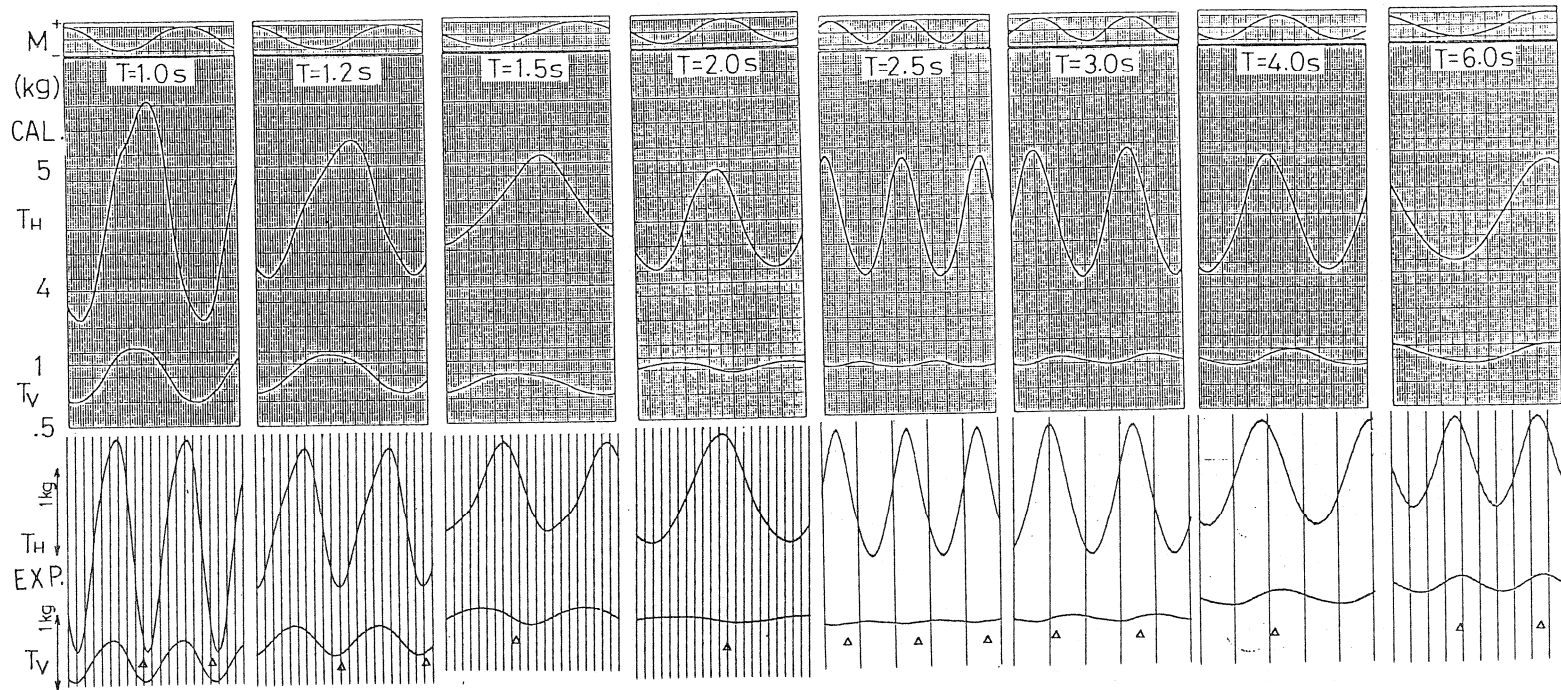
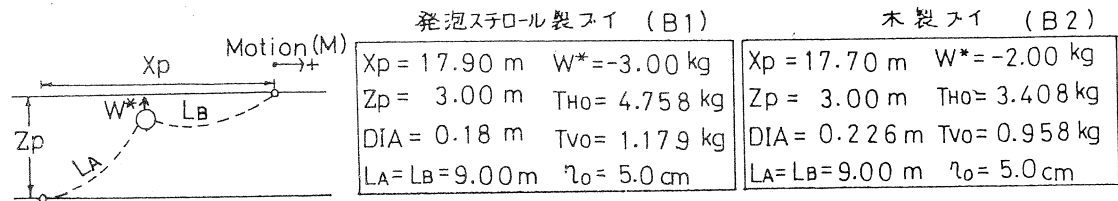


図 12 球型フイ付 (B 1) チェーンの変動張力波形解析における計算値と実験値の比較 (N = 16)
 (△印はMotion (M) の+側極大を示す)

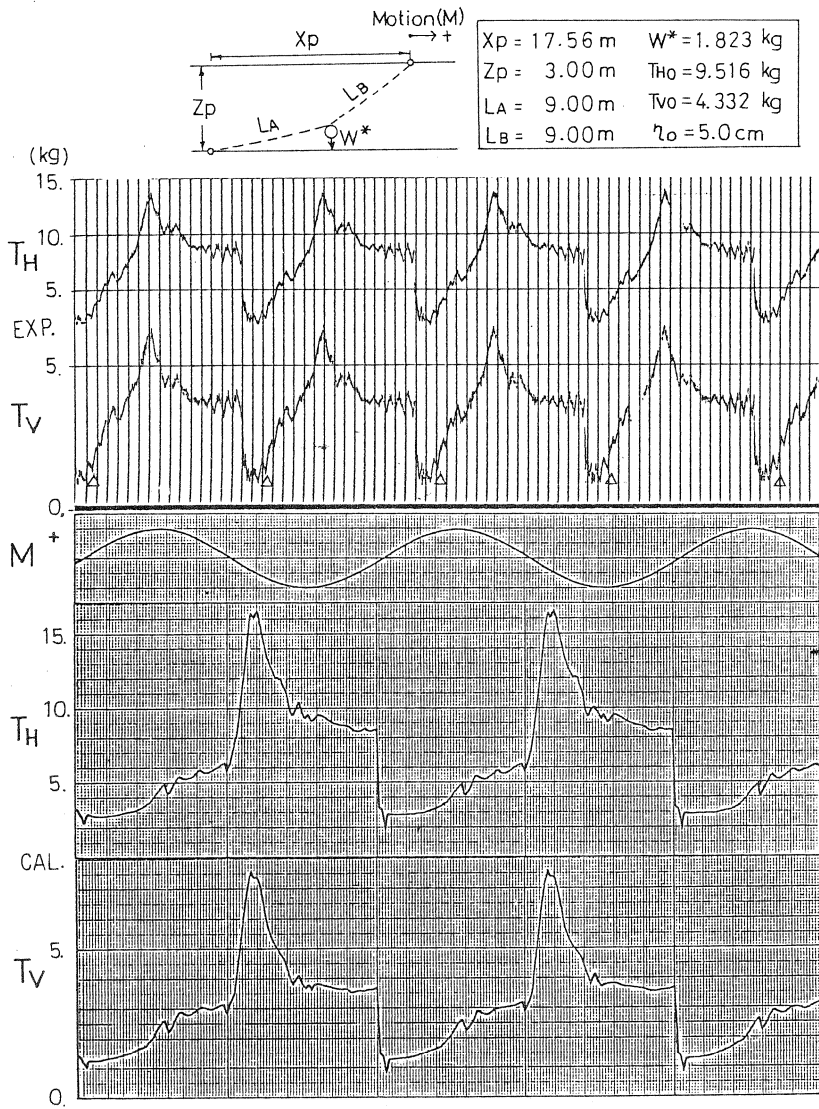


図13 シンカー付チェーンのショックロード状態における
 実験値と計算値の比較 ($N = 16$, $T = 2.0$ 秒)
 (\triangle 印はMotion (M) の+側極大を示す)