

船 体 運 動 力 学

(電 子 訂 正 版)

元 良 誠 三

(社)日本船舶海洋工学会

本書(初版)は共立出版株式会社より「応用力学講座 17」として1959年8月1日に発行されたが、その後、絶版となり2007年1月に日本船舶海洋工学会に出版権が委譲された。出版元と原著者の御了解を得て原著訂正版を電子復刻し、公開するものである。

序

船体運動力学ないし航海力学というのは、航空機でいえば航空力学に相当するもので、水上または水中の船の運動性能を一般的に取扱ったものである。

従来船の運動性能の研究は、航空機に対するほど致命的な影響を持たないために、直接船の生命に関係のある船体強度や、推進性能などの研究に較べて遅れていたが、最近になって強度や推進性能の研究が高度に進んで来てようやくこの方面の研究の遅れているのが目立って来たのと、海難その他の事故が増えて、船の安全性の見地から見過すことができなくなって来たのと、さらにいままでは複雑で徹底理論的には取扱うことが不可能だと考えられていた海洋波の諸性質が、統計的にある法則にしたがうことが判って来たのと相俟って、世界的に船体の運動性能の研究が行われる機運にある。

本書で筆者が意図したことは、従来個々に発達して来た船の操縦性や動揺性能などを一つの運動学としての体系に纏めて平易な入門書にすることであり、そのため座標系や、船体運動の特色である見掛質量効果及び海洋波の諸性質にかなり重点を置いてある。もとより浅学非才の筆者にとっては身のほどを知らない大望であり、幸に先輩諸氏の御鞭達によって一応の体裁を整えることができたものの、いささか竜頭蛇尾に終わった感がありまだまだ不満足の数が多い。

今後種々御叱正を賜り、徐々に内容を充実できれば筆者にとって望外の喜びである。

昭和 32 年 1 月

東京大学工学部船舶工学科教室にて
著 者

訂 正 序

本書は昭和 32 年に初版が出版されて以来、10 年近くの年月が経過している。この間に船体運動学の分野では目覚ましい発達が行われて、本書の内容も一部古典化し、また一部旧説化しているところがある。今回訂正版の出版に際して理想的には内容を一新すべきであるが、訂正の目的が誤植や根本的な書き違いの正誤にあったので今回は内容の改新は全く行わず記述の正確さを期するに止めた。

昭和 42 年 3 月

著 者

電 子 訂 正 版 序

本書は昭和 50 年代以降絶版となっていたが、船体運動学の初等教科書として貴重な内容だと思い、Word 版の製作を思い立った。木下健先生を煩わせて出版元(共立出版)から版權を返還して頂いた上で、元良先生に御伺いしたところ「本書は船体運動の諸問題を力学的かつ運動学的に論じたものとしては、今日でも多少の価値が有るかも知れない。しかし 40 年以上前の船体運動学が急速に発展する以前に書いた、いわば骨董品を復活する意味が有るかは疑問で、本書の考えに沿って最新の内容を盛り込んだ書物を新たに書いた方が良からう」と仰られた。しかし、「これに代わる教科書を直ぐに書ける人は恐らく居ないので、大幅改訂が必要とは思いますが、先ず電子化した上で、その後のことは改めて考えさせて頂きたい」と申し上げて御了解を頂き、原本に沿って Word 版を製作した。

改めて個々の文章を読みながら電子化作業を進めると、理解し難いと思うところもいくつか見付かった。そのため、誤記・誤植の訂正や旧版の「見掛質量」を「付加質量」に変更するなどの他にも、変更した所がある。手作業のミスや誤解による書き違いだけでなく、そうした変更箇所にも不備が多いと危惧されるが、見つかる度に直せば良いと考えて公開する。

平成 17 年 3 月

電子訂正版製作発起人 土岐直二

目次

1章 緒論	6
1.1. 運動の自由度と座標系	6
1.1.1. 運動の自由度と運動の名称.....	6
1.1.2. 座標系	7
1.2. 水中または水面上の運動の特性及び見掛質量	7
1.2.1. 自由表面の影響	7
1.2.2. 付加質量効果(added mass effect).....	8
1.3. 一般運動方程式	14
2章 旋回運動及び操縦性能	17
2.1. 運動方程式	17
2.1.1. 重心の軌跡の切線及び法線方向に対する運動方程式	17
2.1.2. 船体に固定した軸に対する運動方程式	18
2.1.3. 旋回の相似則と運動の無次元表示.....	19
2.2. 船体に加わる力	20
2.2.1. 理想流体に近い流れに基づく力	21
2.2.2. 渦及び摩擦による力	26
2.3. 方向安定性(または保針性) Course stability or Course keeping qualities	27
2.3.1. 微小振動法による安定判別式.....	27
2.3.2. 船型と安定性の関係	29
2.3.3. 定常旋回運動の安定性	31
2.3.4. 特殊安定鰭	32
2.3.5. 曳航船の安定性	32
2.3.6. 方向安定性の実験方法	32
2.4. 旋回性	33
2.4.1. 操舵による船の運動の概略	33
2.4.2. 旋回性の定義	35
2.4.3. 舵	36
2.4.4. 舵力の実験式	40
2.4.5. 舵の種類	41
2.4.6. 船後における舵	43
2.4.7. 旋回運動の解析	45

2.4.8.	種々の要素の旋回運動に対する影響	49
2.4.9.	船首舵及び後進の際の旋回運動	50
2.4.10.	舵面積の決定	51
2.5.	総合操縦性能	52
2.6.	自動操縦	53
2.6.1.	自動操縦方式	54
2.6.2.	自動制御を考慮した安定判別式 ^{15, 18, 43}	55
2.6.3.	自動操縦系における時間遅れの影響	55
2.6.4.	最近の自動操縦系	56
2.7.	旋回時の横傾斜	57
2.8.	強風下の操船性	58
2.9.	二船がすれ違うとき及び制限水路の影響	59
3 章	復原性及び横揺れ	60
3.1.	横揺れの運動方程式及び重心の運動	60
3.2.	静的傾斜及び復原モーメント	61
3.3.	静水中無抵抗横揺れ, 見掛の慣性モーメント及び周期	63
3.3.1.	横揺れ周期	63
3.3.2.	付加慣性モーメントの大きさ	64
3.3.3.	大角度動揺および固有周期の増大	66
3.4.	静水中の抵抗横揺れ	68
3.4.1.	横揺れ抵抗と減減曲線との関係	68
3.4.2.	運動方程式の解	71
3.4.3.	横揺れの抵抗の物理的性質および相似則	71
3.4.4.	航走中の横揺れ抵抗	74
3.4.5.	大角度横揺れに対する抵抗	75
3.5.	波	76
3.5.1.	流体力学で取扱われる波の性質	76
3.5.2.	風と波の関係, 大洋波の性質	79
3.5.3.	大洋波の不規則性	85
3.5.4.	波が船に及ぼす力(横揺強制外力)	87
3.6.	波浪中横揺れ	90
3.6.1.	波浪中無抵抗横揺れ	90
3.6.2.	波浪中抵抗横揺れ	93

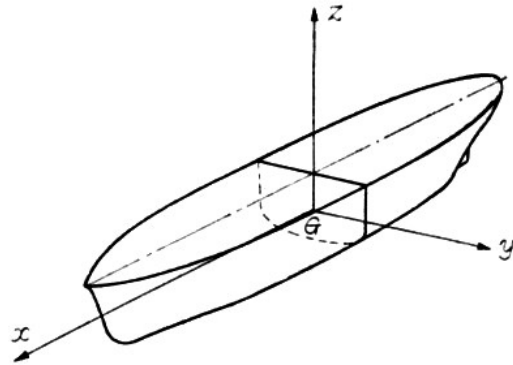
3.7.	横波以外の波による横揺れ	97
3.7.1.	出会周期(period of encounter).....	97
3.7.2.	強制モーメント.....	97
3.7.3.	復原力の時間的変動.....	98
3.8.	不規則波中の船の運動	98
3.8.1.	最大動揺角度の推定に関する従来の研究.....	98
3.8.2.	最近における統計学的研究の発展.....	99
3.9.	減揺方法	102
3.9.1.	ビルジキール bilge keel.....	102
3.9.2.	特殊ビルジキール (楕形ビルジキール).....	103
3.9.3.	安定鰭 (Stabilizing fin or fin stabilizer).....	103
3.9.4.	転輪安定機 (gyro-stabilizer).....	104
3.9.5.	安定水槽(減揺水槽) (anti-rolling tank).....	104
3.10.	横揺れに伴う横漂流	105
4 章	縦揺れ及び上下揺れ pitching and heaving	106
4.1.	静水中の縦揺れ, 減衰及び固有周期.....	106
4.2.	静水中の上下揺れ, 減衰及び固有周期.....	107
4.3.	波による強制外力.....	108
4.4.	さらに正確な強制外力の求め方.....	109
4.5.	方程式の解及び特性.....	110
4.6.	凌波性.....	111
5 章	合成運動	113
5.1.	縦揺れに伴う船の横方向の不安定.....	113
5.2.	横揺れによって誘起される船首揺れ.....	113
5.3.	Precession による船首揺れ.....	113

1章 緒論

1.1. 運動の自由度と座標系

1.1.1. 運動の自由度と運動の名称

空間を運動する物体の運動の自由度は六つで、三つの直交した方向への移行と、各軸の周りの三つの回転とで表わされる。通常三つの直交した方向としては物体の慣性主軸が取られ、座標原点として重心が取られる。



1.1 図

そこでいま船の重心 G を原点とし、三つの慣性主軸を x, y, z 軸にとる。慣性主軸の方向はまだ本当に計算または実験で求められた例がないので、便宜上 G を通り船の対称面内にある水平な線を x 軸、それに直交して水平な線を y 軸、垂直線を z 軸に取る(1.1 図)。重心は大体船体中央近くにある。

前述の 6 個の自由度に対する運動には次のような船固有の名前がつけられている。

1.1 表

	移 行		回 転	
	一方向運動	往復運動	一方向運動	往復運動
x 軸	前進 go ahead 後進 go stern	前後揺れ surging	横傾斜 heel	横揺れ rolling
y 軸	横漂流 drifting	左右揺れ swaying	縦傾斜 trim	縦揺れ pitching
z 軸	浮上 floating 沈下 sinking	上下揺れ heaving (& dipping)	旋回 turning	船首揺れ yawing

以上のように一応全部名称がついているがその自由度の大きさには非常な差がある。すなわち水上の船舶なら、 x, y 方向にはどこまでも動けるが z 方向には船の乾舷以上は動けないし、 z 軸の周りの回転すなわち旋回は幾らでもできるが x, y 軸の周りにはある限度以上回転できない。そして各運動方向に対する拘束も非常に異なっている。すなわちある規準の位置に対する復原力のあるものとないものとがあって、復原力のあるものは当然一つの振動系を形成して固有周期を持ち、復原力を持たないものは一方的な運動のみで、波とか舵からの周期的な外力が加わらない限り振動的な運動を行わない。

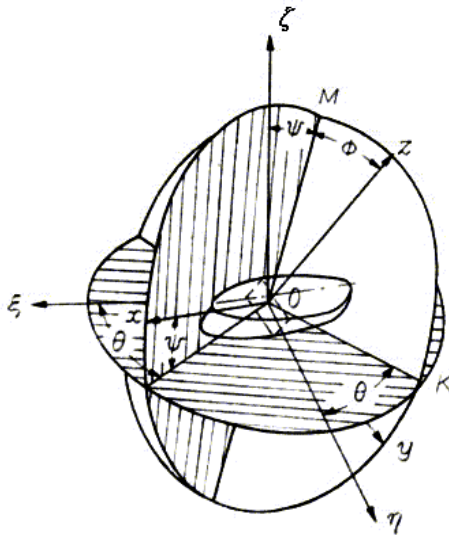
復原力を有するものと、有しないものを表で表わすと次のようになる。

1.2 表

	移 行		回 転	
x 軸	復原力 無し	周期 -	復原力 有り(中)	周期 3~15 秒
y 軸	復原力 無し	周期 -	復原力 有り(大)	周期 2~7 秒
z 軸	復原力 有り(大)	周期 2~7 秒	復原力 普通無し	周期 -

1.1.2. 座標系

剛体の運動を取扱う際に任意の時刻の剛体の位置を表わすのに普通 Euler 角が用いられる。ところが船では各自由度に対する拘束の大きさが違うことを考慮して、これを少し変形して 1.2 図で示すような座標系を取るのが便利である。



θ = 方位角(yawing or turning angle)

ϕ = 横揺角(rolling angle)

ψ = 縦揺角(pitching angle)

1.2 図

ここで、 θ = 方位角、 ϕ = 横揺角、 ψ = 縦揺角を示し、水平面上に取った不動座標： $o-\xi\eta\zeta$ と、船に固定した動座標： $o-xyz$ との間には次のような変換則が成立する。

1.3 表

	ξ	η	ζ
x	$\cos\theta \cdot \cos\phi$	$\sin\theta \cdot \sin\phi$	$\sin\psi$
y	$\cos\theta \cdot \sin\phi \cdot \sin\psi - \sin\theta \cdot \cos\psi$	$\sin\theta \cdot \sin\phi \cdot \sin\psi + \cos\theta \cdot \cos\phi$	$-\sin\theta \cdot \cos\psi$
z	$-\cos\theta \cdot \cos\phi \cdot \sin\psi - \sin\theta \cdot \sin\phi$	$-\sin\theta \cdot \cos\phi \cdot \sin\psi + \cos\theta \cdot \sin\phi$	$\cos\phi \cdot \cos\psi$

1.2. 水中または水面上の運動の特性及び見掛質量

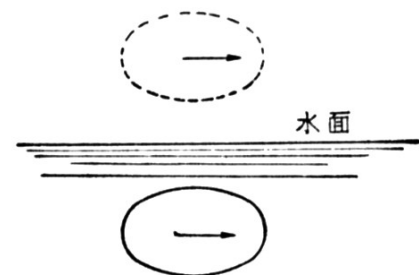
船はいうまでもなく一部または全部を水中に没して運動するために、真空中または空気中の運動とは余程違った面がある。以下その中の特に重要な事柄を二、三挙げて見よう。

1.2.1. 自由表面の影響

船は自由表面に浮いているので自由表面の影響を受けることはいうまでもないが、自由表面の影響は船の速度によって異なる。その一つは鏡像効果であり、他の一つは造波現象である。

(a) 鏡像効果

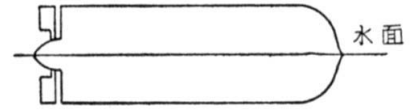
物体の運動が遅く後述の造波がほとんどないときは、自由表面を境としてこれを横切る流れはないから丁度固体壁と同じ作用をする。この影響は 1.3 図のように無限に広い水中を問題の物体が動き、それと自由表面を対称面とした所に対称形の物体があって同



1.3 図 鏡像効果

じ方向に動くと考えたときの流れに等しくなる。このように自由表面を鏡の面と見立てて、鏡に映った像の及ぼす影響と等しいことからこれを鏡像効果という。

例えば船体の周りの水流の様式とか、あるいはそれによって生じる圧力などを求めるのに、表面の波を考えなくてよい範囲では風洞実験によって求めることができるが、この場合模型は 1.4 図のように水面に対する対称な模型を二つ合わせたものを用いる。これを鏡像模型という。



1-4 図

(b) 造波現象

自由表面は圧力一定の面であるから、物体が動いてその周りに流体運動に基づく圧力変化ができると、圧力の高い所は隆起し、低い所は凹むが、その凹凸は物体の移動と共に移動し、取り残された凹凸は水面の基準面に対する復原力のために波動となって伝わる。すなわち造波現象である。起される波の波高はほぼ物体の速度の二乗に比例するから、低速の間は大して問題にならないが、高速になるにしたがって見逃すことのできない影響を物体に与えるようになる。その最も大きなのは造波抵抗で、船の起した波のエネルギーは刻々波と共に伝播して持ち去られるために船は同一の運動状態を保持するために、常にこの持ち去られるエネルギーに等しいエネルギーを供給しなければならず、結局前進に対する抵抗を受けることになる。

造波抵抗はほぼ物体の速度の 4 乗に比例するから高速な船では造波に基づく抵抗が全抵抗の主要な部分を占めるようになる。

普通問題にされるのは深い海の表面に起きる波で、深海波と呼ばれる。深い海の表面に風で起される海洋波もこの深海波である。深海波の特徴はその伝播速度が波長の平方根に比例することで、長い波ほど早く伝わる。したがって種々の波長の波が合わさってできた波があると、各素成波は異なる速度で伝わるので波形は刻々に変化してゆく。故にこのような波を分散性の波という。

深海波に対して対照的なのは長波でこれは浅い海に起きⁱⁱ、その伝播速度は深さによって変化し、波長には無関係である。深い海で起きた深海波が岸に向かって伝わり、浅くなるにしたがって長波の性質を帯びて来、ついに磯波となって砕ける。そして長波は浅い程速度が遅くなるので波はほぼ海岸に平行に押し寄せて来るようになる。船が浅い海を航行するときにはこの長波が発生し、造波現象延いては造波抵抗も深い海とは異なって来る。

風によって生成される風波、及びうねりについては第 4 章に述べる。

1.2.2. 付加質量効果(added mass effect)ⁱⁱⁱ

次に水中の運動で見逃すことのできないのは付加質量効果である。付加質量効果と

ⁱ 正確にはフルード数 $V/\sqrt{L \cdot g}$ が小さい間は

ⁱⁱ 波長に比べて水深が浅いという意味である。

ⁱⁱⁱ 見掛質量効果(virtual mass effect)ともいう。見掛上増加した分を付加質量(added mass)、物体の質量と付加質量の和を見掛質量(virtual mass)という。

は、水上または水中で物体が運動するとき、あたかも物体の質量が増加したかのような効果を生ずることで、加速、減速が空気中で行うより困難に感じられる外に種々の附随的な影響を与える。

もちろん空気中でも真空中に較べて同様の効果はあるわけだが、付加質量は物体と同体積の流体の質量と同程度になり、空気中で運動する通常の物体の質量は同体積の空気の質量に比べて圧倒的に大きいので、付加質量効果を省略しても差し支えない。しかし、船の重量は浮力と釣り合っていて船の質量は同体積の水の質量と同じであるから、付加質量効果を省略できないのである。したがって、空気中でも飛行船のように空気の浮力と釣り合っているような場合には、船と同様に質量と付加質量とは同程度の大きさとなる。

(a) 付加質量の物理的な意味と定義

通常付加質量効果は次のような場合に経験される。すなわち質量 m の物体をある力 f で加速する場合に空気中なら

$$\alpha = \frac{f}{m} \tag{1.1}$$

で与えられるような加速度を生じるはずであるが、水中では同じ力で得られる加速度が小さい。それでその原因を質量が見掛上増加したためと考えて

$$\alpha' = \frac{f}{(m+m')} \tag{1.2}$$

とすると、この m' が付加質量である。

回転についても同様で、慣性モーメントが見掛上増加する。

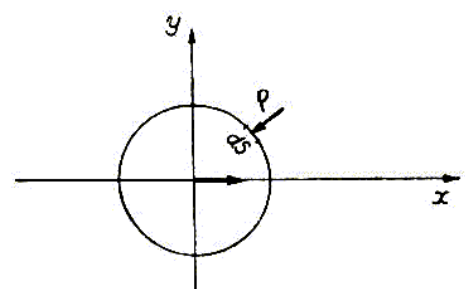
次に付加質量効果は何故生じるかを考えて見よう。よく付加質量は物体に付随して一部の水と一緒に運動しているから質量が増加するのだというように説明される。例えば円筒を軸と直交する方向に動かすと後に円筒とほぼ同じ速度でいわゆる死水がついて来る。このついて来ている水の質量が付加質量だとする考えである。しかしながら、この考えは妥当でない証拠に円筒を急に止めると、ついて来た水は円筒を追い越して先の方へ動いて行き、決して円筒と一緒に止らない。

そこで次のように考えるのが妥当であろう。すなわち物体が水中で運動すると、水中に圧力を生じる。この圧力は物体表面に直角に作用するから、その例えば x 方向の分力を取って物体表面について積分すれば、 x 方向の流体力が計算できる。すなわち

$$F_x = \int p \cdot l \cdot ds \tag{1.3}$$

ただし p =圧力、 l =方向余弦、 ds =面積素分 とする(1.5 図)。

ところで物体が速度、加速度をともに持つときは、この圧力 p は速度と加速度の函数となる。いまこれを線型化して



1.5 図

$$p = p_0 \dot{x} + p_1 \ddot{x}$$

という形で表わされるものとするれば, (1.3)式は

$$F_x = \dot{x} \int p_0 \cdot l \cdot ds + \ddot{x} \int p_1 \cdot l \cdot ds \quad (1.4)$$

となり, これを物体の運動方程式

$$m \cdot \ddot{x} + F_x = \sum \text{外力}$$

に代入すると

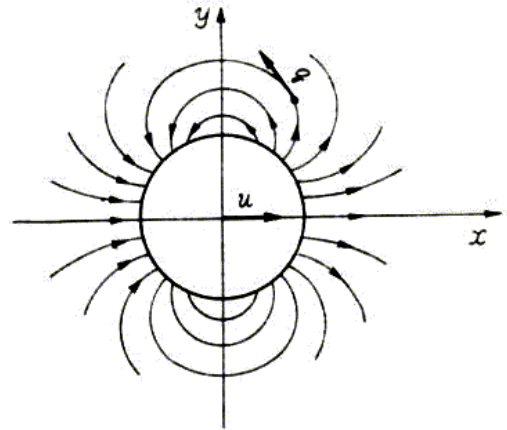
$$(m + \int p_1 \cdot l \cdot ds) \cdot \ddot{x} + \int p_0 \cdot l \cdot ds \cdot \dot{x} = \sum \text{外力} \quad (1.5)$$

となって, 質量が

$$m' = \int p_1 \cdot l \cdot ds$$

だけ増加したような効果を生じるわけである. なおこのことは物理的には次のように説明される.

いま円筒に例を取るならば円筒が軸と直交方向に理想流体の中を V なる速度で進むと, 水は 1.6 図のような流線に沿って動く. すなわち円筒の前にある水は押しつけられ流線に沿って移動して円筒の後面に流れ込むが, 円筒の通った後は, 水は静止して運動は残らない.



1.6 図

流線に沿った流速はところによって異なるけれどもすべて円筒の速度 V に比例して増減する.

さて円筒を静止より急に加速したとすると, 周りの水は図のような流線に沿って, 所定の流速分布になるべく加速される. すなわち管の中の水を押すようなものである. このため円筒表面には反力として加速度に比例した圧力を生じて見掛質量効果を生じるわけである. そして円筒が静止すれば, 周りの水も一斉に静止し, その減速も困難になるわけである.

次に以上の説明をもう少し流体力学的に取扱って見よう. いま物体が理想流体中を運動すると考えて, その 6 個の自由度に対する運動を

$$\begin{aligned} x \text{ 方向の速度: } & u, & x \text{ 軸周りの角速度: } & p \\ y \text{ 方向の速度: } & v, & y \text{ 軸周りの角速度: } & q \\ z \text{ 方向の速度: } & w, & z \text{ 軸周りの角速度: } & r \end{aligned}$$

とすると, 一般に速度ポテンシャルは¹

$$\phi = \phi_1 u + \phi_2 v + \phi_3 w + \chi_1 p + \chi_2 q + \chi_3 r \quad (1.6)$$

で表わされる. ここに $\phi_1 \sim \chi_3$ は物体の外形のみによって決まる係数である.

一方物体の運動によって水中に生じる圧力は Bernoulli の定理によって

$$p = c - \rho gh - \frac{1}{2} \rho q^2 - \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (1.7)$$

ただし, c は場所により決まる定数, ρ は水の密度, $q^2 = u^2 + v^2 + w^2$

この内第 4 項が非定常運動により出て来る項である。

(1.7)を(1.4)に入れて積分すると、第 1 項は常数、第 2 項は静圧を積分したもの故浮力となり、第 3 項は動圧を積分したもの故圧力抵抗であるが、自由表面がなければ 0、自由表面があれば造波抵抗となる。第 4 項が加速度に比例する抵抗すなわち見掛質量効果の項で、(1.5)に代入して、この項だけ計算して見ると

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \phi_1 \dot{u} + \phi_2 \dot{v} + \phi_3 \dot{w} + \chi_1 \dot{p} + \chi_2 \dot{q} + \chi_3 \dot{r}$$

なる故

$$\begin{aligned} \text{x方向の付加質量} & m_x = \rho \iint \phi_1 \cdot l \cdot ds \\ \text{y方向の付加質量} & m_y = \rho \iint \phi_2 \cdot m \cdot ds \\ \text{z方向の付加質量} & m_z = \rho \iint \phi_3 \cdot n \cdot ds \\ \text{x軸周りの付加慣性モーメント} & J_x = \rho \iint \chi_1 \cdot (ny - mz) \cdot ds \\ \text{y軸周りの付加慣性モーメント} & J_y = \rho \iint \chi_2 \cdot (lz - nx) \cdot ds \\ \text{z軸周りの付加慣性モーメント} & J_z = \rho \iint \chi_3 \cdot (mx - ly) \cdot ds \end{aligned} \tag{1.8}$$

このように付加質量は物体の外形によって定まり、かつ方向によって、その値が異なる。この方向性のため水中の物体の運動は空中の場合と様子を異にするわけであるが、詳しくは次節に述べる。

以上は慣性力の増加を質量の増加に基くものと考えて定義した見掛質量であるが、また別の定義による見掛質量も存在する。その一つは振動におけるもので例えば一つの振動系を空気中で振動させたときの周期を T 、質量を m 、バネ常数を k とすると、 T は次の式で表わされる。

$$T = \frac{2\pi\sqrt{m}}{k} \tag{1.9}$$

いまこの振動系を水中で振動させると振動の周期は必ず長くなる。バネは同じものであるから k は変わらないとすると、結局質量が増加したと考えるより仕方ない。そこでこの増加した質量を m'' として

$$T' = \frac{2\pi\sqrt{m+m''}}{k} \tag{1.10}$$

と置くと、この m'' が振動の周期の増加より定義された付加質量である。その値は前の慣性によって定義された付加質量 m' に近いけれども必ずしも等しくなく、特に粘性の大きな流体の中ではかなり異なる値を取るから混同してはならない²。

いまのように一つの物体がバネで支えられているような場合には m'' は一義的に決まるが、板の水中での振動などでは、振動のモードによって付加質量が変化するので m' とは全く異なったものとなる。

この外同様の考えで見掛質量というものは質量を含む物理量、例えば運動エネルギー、運動量などの真空中の値と流体中の値の差から定義し得るものである。³

	真空中	水中
慣性力	$m \cdot \ddot{x} = f$	$(m + m') \cdot \ddot{x}' = f$
振動周期	$T = \frac{2\pi\sqrt{m}}{k}$	$T' = \frac{2\pi\sqrt{m + m''}}{k}$
運動エネルギー	$\frac{1}{2}m \cdot \dot{x}^2$	$\frac{1}{2}(m + m''') \cdot \dot{x}^2$
運動量	$m \cdot \dot{x}$	$(m + m''') \cdot \dot{x}$

(1.11)

これらの各種の付加質量 m' , m'' , m''' , m'''' などは実在の粘性流体中では等しくないから、異なる定義の付加質量を他の定義のものに無修正で適用することはできない。しかしながら理想流体中ではすべて同じ値を取る。なお、Lamb¹は運動エネルギーの増加より見掛質量を求めているが、理想流体に対するものであるから(1.8)と同じ結果になる。

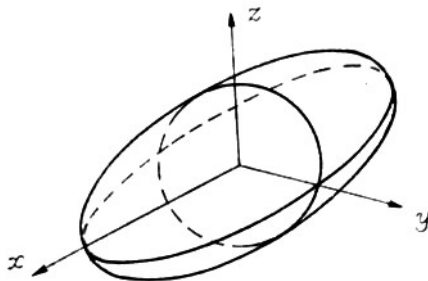
(b) 付加質量の値及び方向性

種々の形の物体の慣性力に対する付加質量の値を挙げると

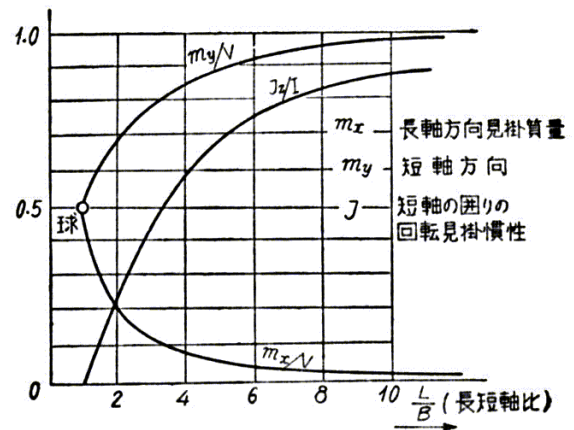
i) 球 $m' = \frac{1}{2}\rho V = \frac{1}{2}m$ ($V =$ 球の容積)

ii) 円筒(軸と直交方向) $m' = \rho V = m$ (1.12)

iii) 回転楕円体 1.7図のように長軸を x , 短軸を y, z とし, x 軸方向の付加質量を m_x , y 方向の付加質量を m_y , z の周りの慣性モーメントを J_z とすれば, 1.8図のようになる。



1.7 図



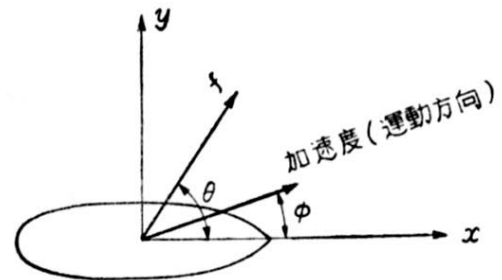
1.8 図 ellipsoid の付加質量

すなわち長短軸の長さの比によって付加質量が変わり、長軸 L と短軸 B の比が 1, すなわち球のときはどちらの方向にも $\frac{1}{2}\rho V$ であるが、細長くなるにつれて長手方向の付加質量は減じ、短手方向の付加質量は増加していく。また付加慣性モーメント J は球のときは 0 で、細長くなるにしたがって増加する。図中 J/I の I は回転楕円体を水で置き換えたときの重心に対する慣性モーメントである。

iv) 船 大体細長い回転楕円体と同じであるが、肥った船、角張った船は大きい。なお Lewis⁴は等角写像を利用して種々の形の物体(二次元)の付加質量を求める方

法を考案しているが、さらに自由表面の影響を考慮する必要がある^{5,6}。

次に方向性の影響として次のような現象が起る。すなわち空気中ならば物体にある方向の力を作用させると加速度の方向は力と同一方向になる。ところが水中では見掛質量が方向によって変わるので加速度の方向が力の方向と一致しない。1.9 図のように力 f を x 軸に対して θ なる角度をなす方向に作用させれば、加速度の方向 ϕ は



1.9 図

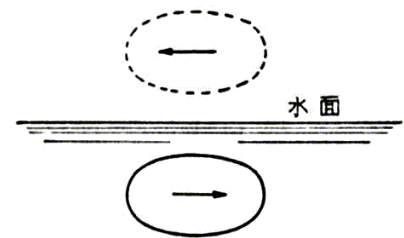
$$\tan \phi = \frac{m + m_x}{m + m_y} \cdot \tan \theta$$

となって球の如く $m_x = m_y$ でないかぎり ϕ と θ は等しくなく、船ならば $m_y > m_x$ であるから ϕ は θ より小さく、加速度は細長い方向へ偏る。

細長い船の模型の重心に紐をつけて斜めに引張ると、このことがよく判る。

(c) 付加質量に対する粘性及び自由表面の影響

粘性及び自由表面の影響は文献^{3,7,8}に求められているが、粘性に関しては慣性力に対する付加質量は大して影響されないことが判っている。面白いのは自由表面の影響で通常自由表面の影響は鏡像効果となるのに対し、付加質量、すなわち加速度を持つ流れに対しては逆鏡像効果となることである。逆鏡像効果とは自由表面に対して物体と対照な位置にある仮想の物体が反対の方向に同一加速度を持つ場合の物体周りの、流れの様をいう(1.10 図)。



1.10 図

(d) 付加質量の中心と見掛の重心

付加質量は結局方向性のある質量と同じ性質を持っているので、これを慣性楕円体として代表させることができる。その中心は付加質量の中心とよばれ、真空中の剛体の運動と同じく物体の運動を付加質量の中心の移行と、各慣性主軸(付加質量の)の周りの回転に分けて考えることができる。しかし物体が質量を持つ場合にはその重心と付加質量の中心とは必ずしも一致しない。そして両者一致しない場合には重心を座標の原点に取っても、あるいは付加質量の中心を座標の原点に取っても物体の運動はもはや原点の移行と、回転とに分離することはできない。

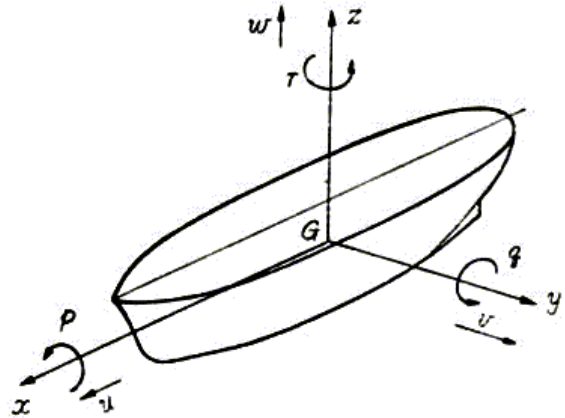
それでは両者を一緒にしたいわば合成の重心というものは存在するであろうか。いま簡単のため質量の慣性主軸と、付加質量の慣性主軸とは方向が一致するものと考え、この慣性主軸に平行に任意の 0 -xyz 座標系を取る。そして重心の座標を (x_G, y_G, z_G) 、付加質量の中心を (x_C, y_C, z_C) とすると

$$\begin{aligned}\frac{\xi - x_G}{\xi - x_C} &= \frac{m_x}{m} \\ \frac{\eta - y_G}{\eta - y_C} &= \frac{m_y}{m} \\ \frac{\zeta - z_G}{\zeta - z_C} &= \frac{m_z}{m}\end{aligned}\tag{1.13}$$

で与えられる点(ξ, η, ζ)はこの合成重心となる。このような点を見掛の重心とよぶ。

1.3. 一般運動方程式

以上述べたように水中における物体の運動には見掛質量現象を伴うので運動方程式は空気中のときに較べて複雑になる。1.11 図において船の重心 G を通り慣性主軸の方向に x, y, z 軸を取り, おおのこの軸方向, 及びその周りの速度, 角速度をそれぞれ u, v, w, p, q, r とする。また船の質量を m, x, y, z 軸の周りの慣性モーメントを I_x, I_y, I_z とする。いま簡単のために付加質量の中心は重心 G と一致するものとしⁱ, またその慣性主軸は船自体の慣性主軸に一致するものとするⁱⁱ。



1.11 図

付加質量を x, y, z 軸方向にそれぞれ m_x, m_y, m_z とし, 各軸の周りの付加慣性モーメントを J_x, J_y, J_z とすれば, 運動方程式は次のようになる^{1, 3}。(ただし簡単のため船は x, z 面及び y, z 面に対し対称であるとする。)

$$\begin{aligned}(m + m_x) \cdot \frac{\partial u}{\partial t} &= (m + m_y) \cdot r \cdot v - (m + m_z) \cdot q \cdot w + X \\ (m + m_y) \cdot \frac{\partial v}{\partial t} &= (m + m_z) \cdot p \cdot w - (m + m_x) \cdot r \cdot u + Y \\ (m + m_z) \cdot \frac{\partial w}{\partial t} &= (m + m_x) \cdot q \cdot u - (m + m_y) \cdot p \cdot v + Z \\ (I_x + J_x) \cdot \frac{\partial p}{\partial t} &= (m_y - m_z) \cdot w \cdot v + (I_y - I_z + J_y - J_z) \cdot q \cdot r + L \\ (I_y + J_y) \cdot \frac{\partial q}{\partial t} &= (m_z - m_x) \cdot u \cdot w + (I_z - I_x + J_z - J_x) \cdot r \cdot p + M \\ (I_z + J_z) \cdot \frac{\partial r}{\partial t} &= (m_x - m_y) \cdot v \cdot u + (I_x - I_y + J_x - J_y) \cdot p \cdot q + N\end{aligned}\tag{1.14}$$

式中, X, Y, Z はそれぞれ x, y, z 方向の外力の成分, L, M, N はそれぞれ x, y, z 軸周りの外力のモーメントである。

ⁱ 実際は x, y 方向はほぼ一致し, z 方向は見掛質量の中心の方が下の方にある。

ⁱⁱ この仮定は大体正しい。

(1・14)式は 6 つの自由度に対するあらゆる運動をする場合の一般運動方程式であるが、実際は 1・1 に述べたように 6 つの自由度に対する拘束の程度が非常に異なっており、通常二つ以上の回転が合わさった運動は取扱わないので方程式は余ほど簡略化される。

次に(1・14)式の各項の意味を少し考えて見よう。第 1~3 式の左辺は慣性力の項で船自体の質量だけでなく各方向の付加質量が加わっている。右辺第 1, 第 2 項は遠心力の項であるが、注目すべきはこの項に含まれる付加質量はいま考えている軸に対するものでなく、他の二軸のものであることである、このことから遠心力は必ずしも回転中心と重心とを結ぶ線上にないことが判る。

例えばいま船をある点 C を中心として水平に回転せしめたとする。1・12 図において、切線方向の速度を V とすると

$$u = V \cdot \sin \theta, \quad v = V \cdot \cos \theta$$

また遠心力は(1・14)式より

x 方向

$$(m + m_y) \cdot r \cdot v = (m + m_y) \cdot r \cdot V \cdot \cos \theta = (m + m_y) \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos \theta$$

y 方向

$$-(m + m_x) \cdot r \cdot u = -(m + m_x) \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \sin \theta$$

したがって、遠心力の方向 ϕ は

$$\tan \phi = \frac{m + m_x}{m + m_y} \cdot \tan \theta$$

すなわち球のように $m_y = m_x$ のとき以外は、 ϕ は θ に等しくない、そして $m_y \cong 10 \cdot m_x$ であるから ϕ は θ より余ほど小さく遠心力は船体中心線の方に偏る。

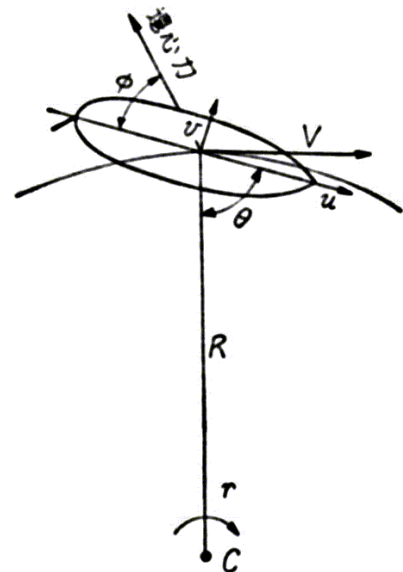
次に第 4~6 式の左辺は回転の慣性力で、やはり付加慣性モーメントが加わる。右辺第 1 項は不安定モーメントと称されるもので、いま船の例について考えて見ると、船が水平面内で x 軸方向に u, y 軸方向に v で斜行しているとすると、その合速度は V, その方向

は $\alpha = \tan^{-1} \frac{v}{u}$ であるから(1・14)式第 3 式より、 $p=q=0$

から

$$(I_z + J_z) \cdot \frac{dr}{dt} = (m_x - m_y) \cdot u \cdot v = \frac{1}{2} (m_x - m_y) \cdot V^2 \cdot \sin 2\alpha \quad (1.15)$$

しかるに船のような細長い物体では $m_y > m_x$ であるから右辺のモーメントは負(1・13 図の矢印とは逆方向)となり、船はますます α を増大する方向のモーメントを受ける。このことから細長い物体が長軸方向に動くときは方向的に不安定な性質を有し、その原因となる第 1 項のモーメントを不安定モーメントという。紙やうちわのように平たいものを長さ方向に動か

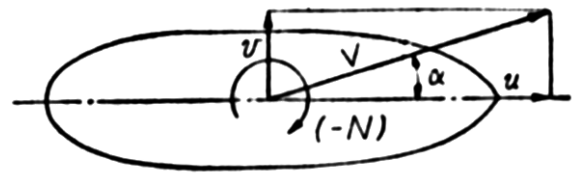


1・12 図

すとはすぐひらりと横向きになるのはこのモーメントのためである。

第3~6式の第2項は2つ以上の軸の周りの回転が同時に起きたときのみ現われる項で gyroscopic moment または 摂動モーメント (precessional moment) とよばれる。独楽がその回転軸の向きを変えない性質を持つのはこのモーメントのためであるが、水中ではさらにこれにも付加質量の影響が加わって来るのである。

最初に仮定したように船自体の重心と付加質量の中心が一致しない場合には 1.3 で述べたように座標の原点を見掛の重心に取り、新しい重心について慣性モーメント及び付加慣性モーメントを計算して(1.14)式を用いなければならない。



1.13 図

2章 旋回運動及び操縦性能

水面を運動する船の z 軸の周りの回転運動を旋回運動という。通常簡単のため x, y 方向の移行と z 軸の周りの回転のみを考え、その他の運動は二次的な影響しか持たないので省略する。

船の操縦性能は旋回を伴う船の運動性能であるが、大別して二つの重要な性質がある。一つはある定まった航路を保ちつつ直進する性質で保針性または方向安定性とよばれ、他の一つは積極的に舵を取ったときの旋回性である。前者は方向を変化しない性質であり、後者はよく曲がる性質であるから当然両者は相容れない面が多い。この相反する性能をなるべく多く満足させるように船型や舵を設計することが、操縦性の研究の究極の目的であろう。

2.1. 運動方程式

旋回運動に対する運動方程式の表現は極めて多種多様で統一されていない。というのは初めの内、航空力学の影響を受けて重心の軌道に対する切線方向及び法線方向に対する座標について運動方程式を立てる方式が取られて来たが、その内空気中と違って見掛質量の影響が無視できず、その影響を正しく入れるためには船体に固定した座標に関する運動方程式を立てるのが便利であることが判って来たためである。

なお、最近航空力学でも機体に固定した軸に対して運動方程式をたてるやり方が取られ初めている。[5]

2.1.1. 重心の軌跡の切線及び法線方向に対する運動方程式

2・1 図において水面上に固定した座標を $\xi_0\eta$ とし、任意の時刻における船体の重心(正確には見掛の重心)を $G(\xi, \eta)$ とする。重心の軌道の切線と 0ξ 軸の間の角度を ϕ 、船の偏角を α 、切線方向の速度を V とすると、航空力学と同じ取扱いをして

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \dot{V} &= T \cdot \cos \alpha - D \\ m_2 \cdot V \cdot \dot{\phi} &= L - T \cdot \sin \alpha \\ (I+J) \cdot (\ddot{\phi} + \ddot{\alpha}) &= N \end{aligned} \quad (2.1)$$

ただし T は船の Propeller の推力、 L は船体の揚力、 D は船体の抗力である。文献^{9, 10, 11, 12, 13} などではこの表現を用いている。ところが付加質量の影響を厳密に入れた(1・14)式より座標変換して見ると¹⁴、次のようになる。

$$\begin{aligned} (m + m_x \cdot \cos^2 \alpha + m_y \cdot \sin^2 \alpha) \cdot \dot{V} &= (m_x - m_y) \left(\frac{\dot{\phi}}{2} + \dot{\alpha} \right) \cdot V \cdot \sin \alpha + T \cdot \cos \alpha - D \\ (m + m_x \cdot \cos^2 \alpha + m_y \cdot \sin^2 \alpha) \cdot V \cdot \dot{\phi} &= \\ &= (m_x - m_y) \left(V \cdot \dot{\alpha} \cdot \cos 2\alpha + \frac{\dot{V}}{2} \sin 2\alpha \right) + L - T \cdot \sin \alpha \\ (I+J) \cdot (\ddot{\phi} + \ddot{\alpha}) &= N \end{aligned} \quad (2.2)$$

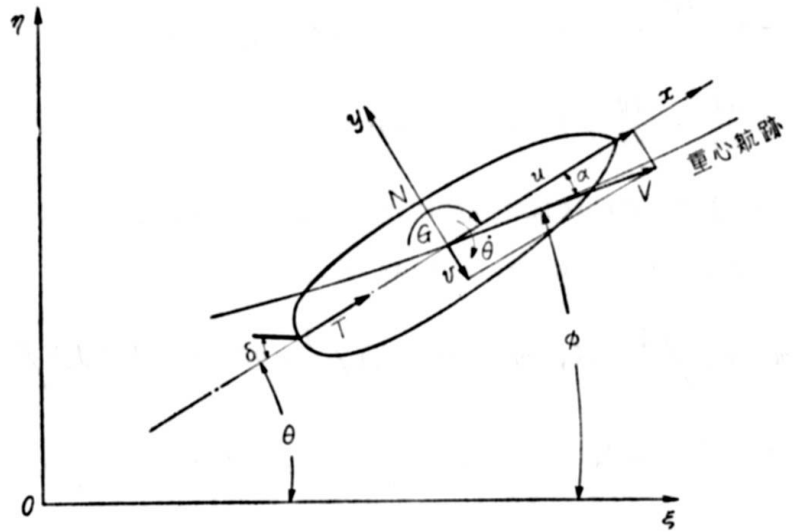
(2・1)式と較べて見ると、付加質量効果によって、 m_1 と m_2 がともに(2・2)式では $m + m_x \cdot \cos \alpha + m_y \cdot \sin \alpha$ となって α の函数となる他、 $m_x = m_y$ でないかぎり(すなわち船体のような細長いものなら必ず)出て来る右辺第1項の非定常力が余計に加わって来る事がわかる。した

がって、付加質量効果を考慮していない(2.1)式は非定常運動には用いられない。

定常運動すなわち一定の円を画いて定常旋回をする場合などには α が一定であり $\dot{\phi}, \dot{\alpha}, \dot{V}$ が0であるから(2.1)式は(2.2)式と一致する。

このように(2.1)式は非定常運動のときには正しくないが、力の成分とし

て揚力抗力、など航空力学の資料が活用できる点で捨て難い面もある。



2.1 図

2.1.2. 船体に固定した軸に対する運動方程式

2.1 図において船体中心線を x 軸、それと直角に y 軸を取り、 $o\xi$ 軸と Gx 軸のなす角、すなわち船の方位角を θ とすれば、(1.14)式より

$$\begin{aligned} (m+m_x) \cdot \dot{u} &= (m+m_y) \cdot v \cdot \dot{\theta} + X(u, v, \dot{\theta}, \delta) + T \\ (m+m_y) \cdot \dot{v} &= -(m+m_x) \cdot u \cdot \dot{\theta} + Y(u, v, \dot{\theta}, \delta) \\ (I_x + J_x) \cdot \ddot{\theta} &= N(u, v, \dot{\theta}, \delta) \end{aligned} \quad (2.3)$$

この形の運動方程式をそのまま用いているのは、文献^{1, 15, 16}などである。

さらに Davidson^{17, 18}らのように、

$$u = V \cdot \cos \alpha, \quad v = V \cdot \sin \alpha$$

によって変数を u, v, θ から V, α, θ に変えてこれらの式を変形し、さらに無次元化するために

$$ds = \frac{V}{L} \cdot dt$$

で定義される s なる独立変数を時間の代わりに使って

$$\begin{aligned} m_1 \cdot \frac{dV}{ds} \cdot \frac{\cos \alpha}{V} - m_1 \cdot \frac{d\alpha}{ds} \cdot \sin \alpha + m_2 \cdot \frac{d\theta}{ds} \cdot \sin \alpha &= C_p \\ -m_2 \cdot \frac{dV}{ds} \cdot \frac{\sin \alpha}{V} - m_2 \cdot \frac{d\alpha}{ds} \cdot \cos \alpha + m_1 \cdot \frac{d\theta}{ds} \cdot \cos \alpha &= C_L \\ \frac{n \cdot \frac{dV}{ds} \cdot \frac{d\theta}{ds}}{V} + n \cdot \frac{d\theta}{ds} &= C_M \end{aligned} \quad (2.4)$$

の形にしたものもある。 $\frac{d\theta}{ds}$ は、物理的には船の長さをその瞬時の旋回半径で割ったもの

で、Davidson による space angular velocity と名づけられている。式中、

$$\begin{aligned}
m_1 &= \frac{m + m_x}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot L}, & m_2 &= \frac{m + m_y}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot L}, & n &= \frac{I_x + J_x}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot L^2}, \\
C_p &= \frac{X}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}, & C_L &= \frac{Y}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}, & C_M &= \frac{N}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

ただし, A :長さの二乗の次元を持つ量で, $L \cdot d$ や水面下船体側面積などを用いられる.

で全て無次元化されている.

この方程式の利点は, 変数が全て無次元化されていて, 船の大きさに無関係に計算が進められる点にある.

2.1.3. 旋回の相似則と運動の無次元表示

次に(2.3)式をそのまま無次元化して見よう. フルードの相似則が旋回運動に当て嵌められると考え, 2.2 図のように相似な二つの船が相似な運動をする場合を考える. 両船の長さを L, l , 速度を U, u とすれば, フルード数は等しいから, $\frac{U}{\sqrt{g \cdot L}} = \frac{u}{\sqrt{g \cdot l}}$ である.

そこで, $U' = \frac{U}{\sqrt{g \cdot L}}, u' = \frac{u}{\sqrt{g \cdot l}}$ と置く.'をつ

けたのは無次元量を表わす. 次に旋回が

進んで両船が相似の位置 P および p に来た時の角度 θ は両船とも等しい. すなわち, 角度は元々無次元的なものである.

次にここまで到達するに要した時間を考えてみよう. A 船の出発点から P までの航跡の長さを S , B 船のそれを s とすると, S/s は両船の長さの比 L/l に等しい. しかるにこれを進む速度の比は $\sqrt{gL/gl}$ であるから, 時間の比は $\sqrt{\frac{L/g}{l/g}}$ となる. すなわち時間を無次元化する

と

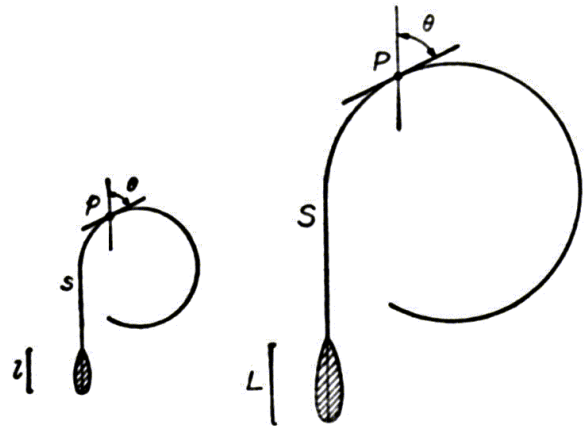
$$t' = t \cdot \sqrt{g/L}$$

となり, これより

$$\int u' \cdot dt' = \frac{x}{L} = x', \quad \int v' \cdot dt' = \frac{y}{L} = y'$$

角速度は $\dot{\theta}' = \frac{d\dot{\theta}}{dt'} = \dot{\theta} \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$, 角加速度は $\ddot{\theta}' = \ddot{\theta} \cdot \frac{L}{g}$. 加速度は

$$\dot{u}' = \frac{du'}{dt} = \frac{\dot{u}}{\sqrt{gL}} \cdot \sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{\dot{u}}{g}$$



2-2 図

これらを総合して次の無次元表示を得る.

$$\begin{aligned} x' &= \frac{x}{L}, & u' &= \frac{u}{\sqrt{gL}}, & \dot{u}' &= \frac{\dot{u}}{g} \\ y' &= \frac{y}{L}, & v' &= \frac{v}{\sqrt{gL}}, & \dot{v}' &= \frac{\dot{v}}{g} \\ \theta' &= \theta, & \dot{\theta}' &= \dot{\theta} \sqrt{\frac{L}{g}}, & \ddot{\theta}' &= \ddot{\theta} \cdot \frac{L}{g} \end{aligned} \quad (2.6)$$

これを用いて(2.3)を書き直すと

$$\begin{aligned} k_x \cdot \dot{u}' &= k_y \cdot v' \cdot \theta' + f_x \\ k_y \cdot \dot{v}' &= -k_x \cdot u' \cdot \theta' + f_y \\ K^2 \cdot \ddot{\theta}' &= n \end{aligned} \quad (2.7)$$

ただし

$$\begin{aligned} k_x &= \frac{m + m_x}{m}, & k_y &= \frac{m + m_y}{m}, & K^2 &= \frac{I_x + J_x}{m \cdot L^2} \\ f_x &= \frac{X}{m \cdot g} = \frac{X}{W}, & f_y &= \frac{Y}{m \cdot g} = \frac{Y}{W}, & n &= \frac{N}{W \cdot L} \end{aligned} \quad (2.8)$$

(2.7)式を解いて, $u', v', \dot{\theta}'$ を求めれば

$$\begin{aligned} \theta' &= \theta = \int_0^{t'} \dot{\theta}' \cdot dt' \\ \xi' &= \frac{\xi}{L} = \int_0^{t'} (u' \cdot \cos \theta + v' \cdot \sin \theta) \cdot dt' \\ \eta' &= \frac{\eta}{L} = \int_0^{t'} (u' \cdot \sin \theta - v' \cdot \cos \theta) \cdot dt' \end{aligned} \quad (2.9)$$

の形で巡回軌跡を船の長さで割ったものが出て来る. 模型と実船あるいは小船と大船では相似の位置に達するまでの時間が違い, 大船ほど長さの平方根に比例して時間が掛かることは注意しなければならない.

2.2. 船体に加わる力

任意の運動をする船体に加わる外力は重心に作用する一つの力 F と, 重心の周りのモーメントで代表させることができる. これらは $u, v, \dot{\theta}$ の関数であり, 変数を変えれば, $V, \alpha, \dot{\theta}$ の関数でもある(2.3 図). F を軌道に対する接線方向および法線方向に分解すれば

F_L =揚力 lift

F_D =抗力 drag (後ろ向きを正とする)

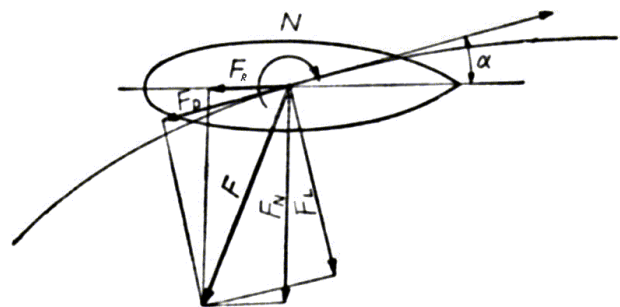
であり, また船体中心線方向とその法線方向に分解すれば

F_R =抵抗 resistance

F_N =垂直力 normal force

となる. N は巡回モーメントと呼ばれる.

(2.3)式の表現から考えると, 力を X, Y



2.3 図

に分解して考えるのが適当であるが、一方水の流れを粘性の支配力の大きい境界層内の流れと、その外部の比較的理想的な流れⁱに分けて考えて見ると、後者の船体に及ぼす圧力は殆ど揚力だけとなり、前者の粘性による摩擦や渦による力は主として抗力となることを考えると、むしろ揚力と抗力に分けて考えた方が便利である。以後の説明で両方の考え方が混じるのはそのためと考えて頂きたい。

なお、 F_L , F_D と F_N , F_R の間には

$$\begin{aligned} F_R &= F_L \cdot \sin \alpha - F_D \cdot \cos \alpha \\ F_N &= F_L \cdot \cos \alpha + F_D \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (2.10)$$

なる関係があり、 α の小さいときは $F_N \cong F_L$, $F_T \cong -F_D$ となる。通常これらの力およびモーメントは無次元化して次のように表される。

揚力係数(lift coefficient)	$C_L = \frac{F_L}{1/2 \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}$
抗力係数(drag coefficient)	$C_D = \frac{F_D}{1/2 \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}$
垂直力係数(normal force coefficient)	$C_N = \frac{F_N}{1/2 \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}$
抵抗係数(resistance coefficient)	$C_R = \frac{F_T}{1/2 \cdot \rho \cdot A \cdot V^2}$
モーメント係数(moment coefficient)	$C_M = \frac{N}{1/2 \cdot \rho \cdot A \cdot L \cdot V^2}$

(2.11)

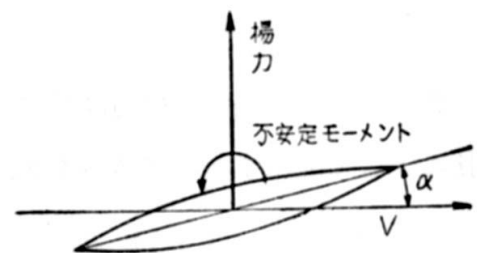
ただし A =船の水面下の側面積(翼面積), L =船の長さ

前に述べたようにこれらの力を理想流体に近い流れの合圧力と、粘性に基づく部分とに分けて考えて見る。前者は比較的理論的に取扱いやすく、後者はいまのところ理論的に求めるのは難しい。

2.2.1. 理想流体に近い流れに基づく力

a) 揚力

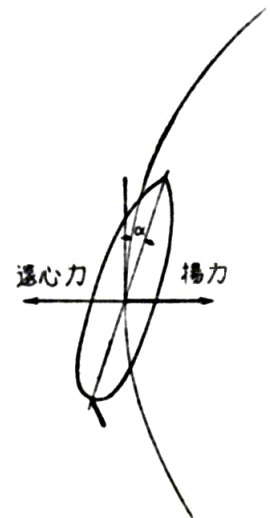
一般に細長い物体が、その長手方向と進行方向が α だけの仰角(attack angle)を持って理想流体の中を進むとき、進行方向と直角方向に揚力を生ずる。実際は粘性のため抗力があって、合力は少し進行方向逆向きに偏るけれども、よく設計された翼型ほど直角に近い(2.4 図)。



2.4 図

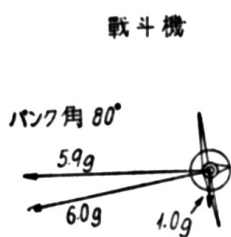
ⁱ 理想流体であれば揚力も生じないから「比較的理想的な流れ」と書いてあるのだから、その意味は「下流側の端で Kutta の条件を満たすような循環を付加した上で、理想流体として取扱える流れ」ということである。

航空機が翼に働く揚力で飛行していることはよく知られているが、船が斜航する場合にも一つの翼の作用をして大きな揚力を生じていることは案外気づかれない。船が旋回するときの遠心力に釣合って円運動を持続するための求心力は主としてこの揚力である。すなわち旋回中の船は 2.5 図(a)のように旋回円の内に船首を突込み、航跡に対して仰角(船では偏角 drifting angle という)を持っているため内側向きの揚力が発生して円運動を持続するわけで、舵は船尾を外側に押し出して仰角 α を作る役目をしているにすぎない。



2.5 図 (a)

なお飛行機は上舵を取り、バンク角をつけて翼の揚力の横向き成分で遠心力に抗しているが、船との比較を 2.5 図(b)に示す。



(a)

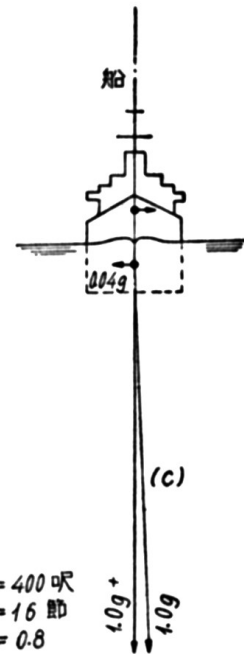


(b)

注 力は加速度に比例

$L = 40$ 呎
 $V = 400$ 哩/時
 $\sqrt{L} = 55$ (V 節)
 $D = 3600$ 呎
 $D/L = 90$

$L = 100$ 呎
 $V = 200$ 哩/時
 $\sqrt{L} = 17.4$ (V 節)
 $D = 5400$ 呎
 $D/L = 54$



(c)

$L = 400$ 呎
 $V = 16$ 節
 $\sqrt{L} = 0.8$
 $D = 1200$ 呎
 $D/L = 3$

2.5 図 (b)

さてそれでは船体の揚力係数はどれくらいであろうか。一般に翼型の揚力係数はアスペクト比によって変化する。アスペクト比ⁱというのは翼の長さⁱと幅の比で、アスペクト比の大きな(すなわち流れに直交する方向に細長い)翼ほど迎角が小さい場合(失速を起こさない範囲)の揚力係数は大きくなる。アスペクト比のときは、 C_L は $\sin\alpha$ に比例し、アスペクト比が小さくなるにしたがって C_L は小さくなって、アスペクト比 0 の極限では理論的には $\sin^2\alpha$ に比例する(2.6 図)。ところが船を翼と見做したとき翼幅に相当する船の長さⁱと翼の長さⁱに相当する喫水の比は 15~30 であるから、水面に対する鏡像効果を考えてもアスペクト比は

ⁱ 翼を矩形と見て、流れに直交する方向の寸法を「長さ」、流れ方向の寸法を「幅」と書く。

1/7.5~1/15 くらいで極めて小さい。したがって揚力係数は普通の翼に比べて格段に小さいが、面積が大きいので揚力自体は非常に大きい。

船の C_L は、大ざっぱには次の式で見当をつけることができる³。

$$C_L = C_{L\infty} \times d/L$$

ただし、 $C_{L\infty}$ は船の水線面と同じ断面形を持つアスペクト比の翼の C_L 、 d/L は船の喫水と長さの比 (1/15~1/30)

さらに Prandtle の翼型理論を用いた井上¹⁹ の計算結果によれば

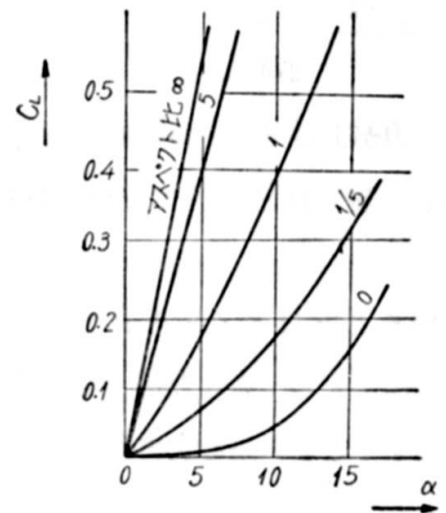
$$C_N = \frac{2a_0}{1 + \frac{2a_0}{\pi \cdot k} \cdot \cos \alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + C_{N0}$$

ただし、 $a_0 \cong \pi \cdot (1 - q \cdot \frac{B}{L})$ 、 q =常数、 k =アスペクト比、 C_{N0} =アスペクト比 0 の時の

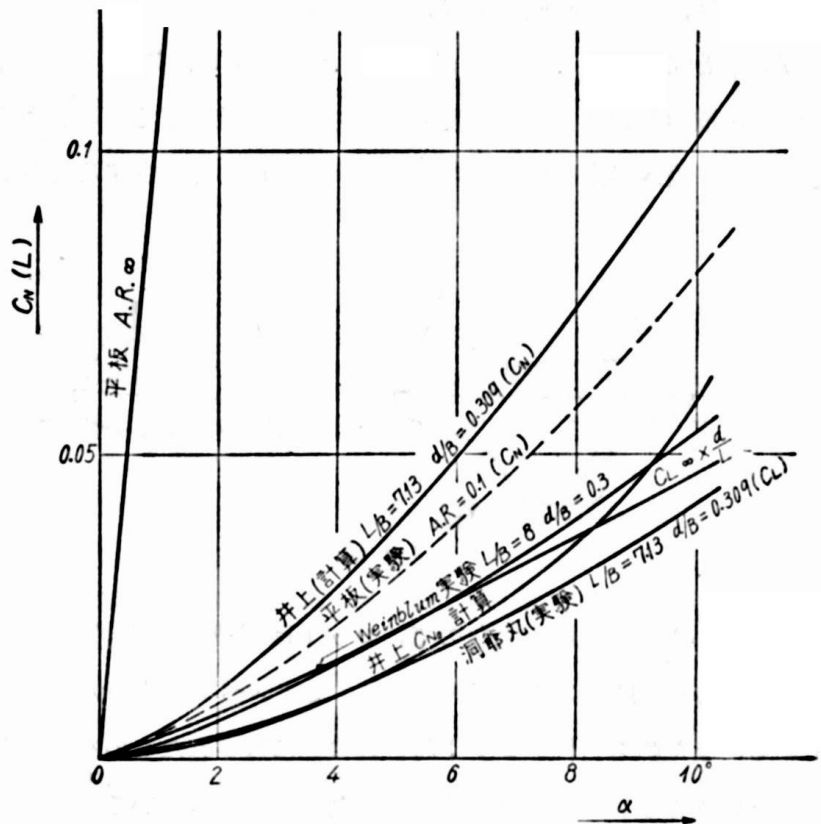
C_N (2.7 図に示す)

2.7 図には、Weinblum の実験値¹⁰、洞爺丸の実験値(荒木、中島¹¹ の風洞実験による)、及び洞爺丸の要目に合わせて計算した(2.12)式、(2.13)式の結果を示してある。

図中の A.R.(アスペクト比)の平板に較べて船の揚力係数が如何に小さいかが判る。しかしながら前述のように面積が大きいので、例えば洞爺丸が 12 ノットで仰角 5° の斜航をすると、2.7 図の C_L より揚力は 14.5t くらいになる。

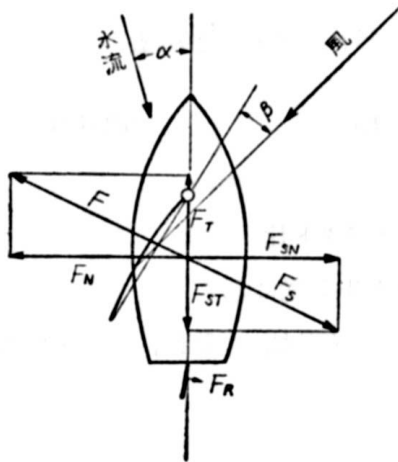


2.6 図



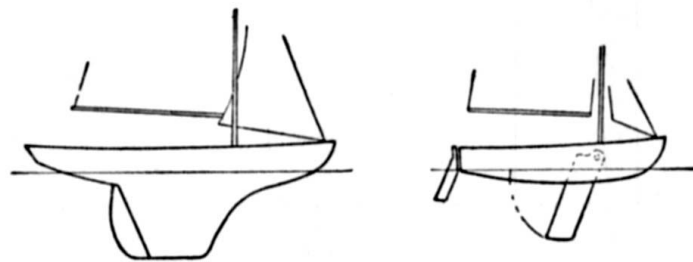
2.7 図 船の揚力(垂直力)係数

揚力は船の操縦性能に極めて大きな影響を持っている。例えばヨットも揚力を利用して走っているのであって、2.8 図で船首寄りの風が右舷から吹いている場合に、帆を張って風に対して仰角 β を持たせると、帆には F なる合力を生ずる。この合力 F の主成分は揚力であるからほぼ風向きと直交する方向に向く。この F の船体中心線方向の分力 F_T が推力となって船を進める。一方、船体中心線に直角な方向の成分 F_N は船を横に押し流そうとするので、船は風下側に横滑りして前進速度と相俟って α なる仰角で水流を受け、そのため船体に F_S なる合圧力を生じるが、これもまた主成分は揚力である。 F_S の横成分 F_{SN} が F の横成分 F_N と釣合って横滑りを止め、 F_S の船体中心線方向の分力 F_{ST} が推力 F_T と釣合うような姿勢と速力で船は航行する。



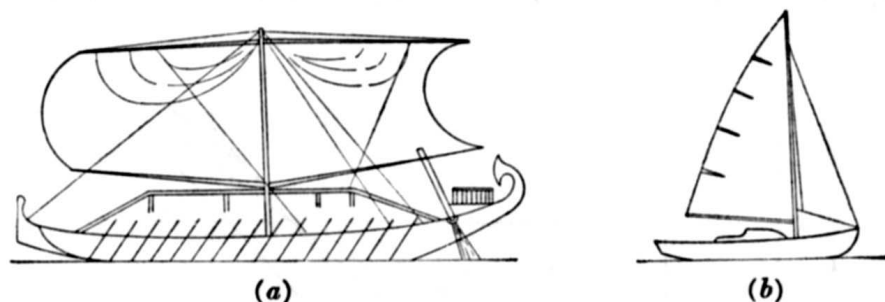
2-8 図

これより見て、帆の性能もさることながら、船体が余り横滑りしないで大揚力を発生することが必要である。このためアスペクト比の小さい船体は不利なので、ヨットには2.9 図の左のようにフィンキール(fin keel)をつけるか、あるいは右のようにセンターボードと称するアスペクト比の大きな板を下ろして横流れを防いでいる。



2-9 図

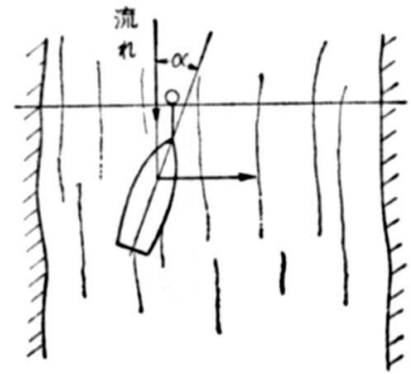
また、帆も古代エジプト時代の絵画に残されたものを見ると 2.10 図(a)のように背の低いアスペクト比の小さなものを使っているが、追々と経験からアスペクト比の大きなものに進化していった、現在のヨット 2.10 図(b)のように極めて背の高い幅の狭いものになってきたわけで、フィンキールと相俟って帆船が風上に航行することを可能にしたのである。



2-10 図

また別の面で船体の揚力を利用したものに渡し舟がある。これは 2.11 図のように川の流

れを横切るように針金を張り、小舟の船首につけた滑車をそれに引っかけたものである。舳に船頭が座っていて針金を軽くたぐって船体を少し斜めにする、仰角 α によって揚力を生じ船は横に進む。船頭はときどき舳を引っ張って姿勢を直してやりさえすればよいので、ほとんど力を要しない。著者が奥多摩で見たのは船頭は60才くらいの老婆であった。



2.11 図

b) モーメント

細長い物体が長手方向に対して仰角 α を持って斜行するときには、この α をますます増大させる方向のモーメントが働き、このモーメントを不安定モーメントと呼ぶことはすでに§1.3 で述べたが、このモーメントの大きさは通常、揚力が物体の前端より長さの $1/4 \sim 1/6$ の位置に働いてできるモーメントの大きさに等しい。

モーメントの大きさは(1.15)式より

$$N = (m_x - m_y) \cdot u \cdot v = \frac{1}{2} (m_x - m_y) \cdot V^2 \cdot \sin 2\alpha \quad (2.14)$$

となり、普通の比率の船なら $m_y = 1.1 \cdot m$, $m_x = 0.1 \cdot m$ 程度であるから

$$N \cong -\frac{1}{2} m \cdot V^2 \cdot \sin 2\alpha \quad (2.15)$$

程度となる(負号は不安定モーメントを意味する)。さらに詳しくは(2.11)式で定義されるモーメント係数 C_m が井上¹⁹により

$$C_m = \frac{\pi}{2} \cdot J \cdot C \cdot k \cdot (1 - e) \cdot \sin 2\alpha \quad (2.16)$$

ただし、 J は常数で 0.8 くらい、 C は、 $e = m_x/m_y$, k はアスペクト比なる形で与えられている。

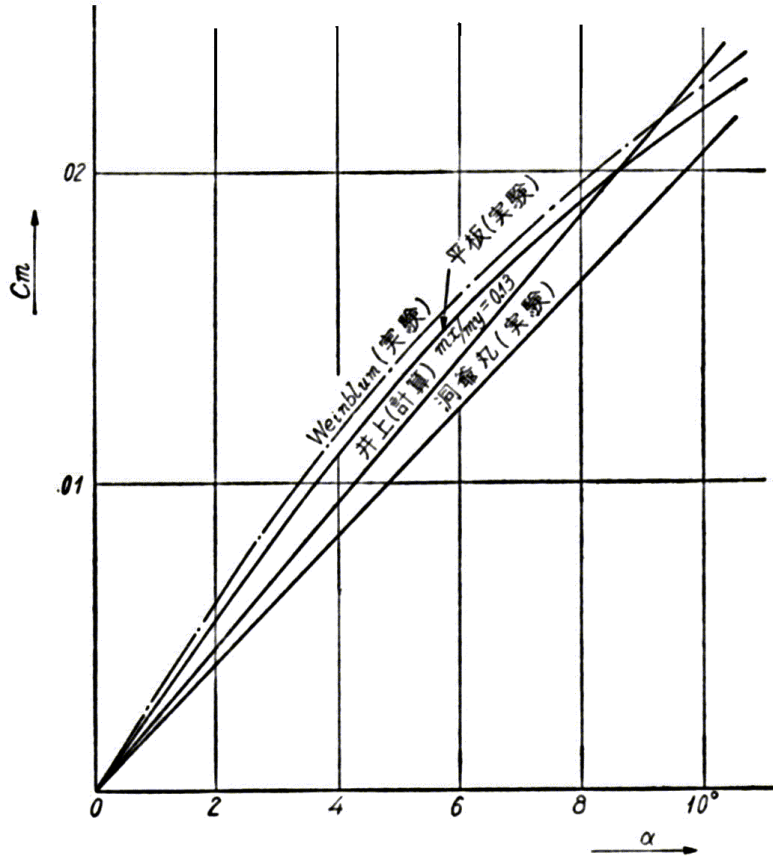
2.12 図に Weinblum の実験結果¹⁰、洞爺丸の実験結果¹¹と、(2.16)式による計算結果を示してある。

船が旋回を始めると船首が重心軌跡の内に入って偏角を生ずる結果、揚力とともに不安定モーメントを生ずる。この不安定モーメントが舵のモーメントを助けて船を回転させるわけである。(2.13 図)

(c) 揚力及び不安定モーメントに対する回転の影響

いままでは一定の偏角で斜航する場合を考えて来たが、これに z 軸の周りの回転が加わったらどうなるかを考えて見よう。

元々揚力は物体の周りの循環流によって生じ、その循環(circulation)の大きさは Kutta-Joukowski の仮定にしたがえば物体後端での流速が有限になるように定まるわけであるから、回転が加わると循環が増加して揚力は増加するはずである。簡単な計算¹⁵によると



2-12 図 船のモーメント係数



2-13 図

$$C_{L0} = C_{L0} \cdot \left(1 + \frac{L}{R}\right) \quad (R \text{ は瞬時の回転半径}) \quad (2.17)$$

これに反し不安定モーメントは循環に関係がないので、回転の影響は余りない。井上¹⁹によれば、角速度 ω の影響は次の如くなる。

$$C_N = \frac{2\pi}{1 + \frac{2 \cdot \cos \alpha}{k}} \cdot \cos \alpha \cdot \{\sin \alpha + g(k) \cdot \omega\} + k \cdot C_{N0}(\alpha) + h_N \cdot \omega \cdot \sin \alpha \quad (2.18)$$

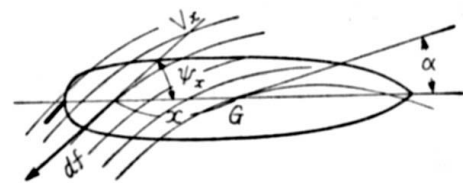
$$C_m = h(k) \cdot \omega - C_m(\alpha) + h_m \cdot \omega \cdot \sin \alpha$$

ただし、 $g(k)$, h_N , $h(k)$, h_m

2.2.2. 渦及び摩擦による力

これらは理想流体に近い流れでは取扱えず、また船体各部における水流の方向及び速度が一様でないので、推定が難しい。Hovgardはその有名な論文¹²で次のように取扱っている。

2.14 図において、重心 G より x 後方の船体中心線における水流方向(仰角)を ψ_x とし流速を V_x とするとき、 x のところにある長さ dx の微小部分は V_x^2 に比例した力を ψ_x の方向に受けると仮定するのである。すなわち、



2-14 図

$$df = k_x \cdot V_x^2 \cdot dx \quad (2.19)$$

k_x は場所によって変わる係数で、前後の底の尖った部分は渦を発生しやすいので、 k_x が大きいと推定される。(2.19)式の力の各成分を船体全部にわたって積分すれば、渦及び摩擦による X, Y, N を求めることができる。すなわち、

$$\begin{aligned} X &= \int k_x \cdot V_x^2 \cdot \cos \psi_x \cdot dx \\ Y &= \int k_x \cdot V_x^2 \cdot \sin \psi_x \cdot dx \\ N &= \int k_x \cdot V_x^2 \cdot \sin \psi_x \cdot x \cdot dx \end{aligned} \quad (2.20)$$

一方、船の速度成分を $u, v, \dot{\theta}$ とすれば

$$\begin{aligned} \tan \psi_x &= \frac{v + x \cdot \dot{\theta}}{u} \cong \psi_x \\ V_x^2 &= u^2 + (v + x \cdot \dot{\theta})^2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

(2.20), (2.21)より、 k_x が判れば X, Y, N が $u, v, \dot{\theta}$ の関数として求められる。

2.3. 方向安定性(または保針性) Course stability or Course keeping qualities

船が舵を中央にして直進中に外から何らかの力を受けて航路からそれ始めたとき、外力が消失してからも方向の変化が止まらないものを方向不安定、それに反し徐々に一定方向に落ち着くものを方向安定といい、方向安定性(または保針性)と呼ばれるものは操縦性能上の重要な性質の一つである。

方向安定な船は針路を保つのが容易であるのに反し、方向不安定な船は針路を保つために絶えず操舵する必要がある、操舵手が疲れるばかりでなく経済的にも損である。船乗りはこの性質を船の据わりといい、据わりのよい船とは方向安定性のよいものをいう。

2.3.1. 微小振動法による安定判別式

任意の速度 $u, v, \dot{\theta}$ に対する運動方程式(2.3)式を用いて、方向安定性の問題を考えてみる。いま船が $u_0, v_0, \dot{\theta}_0$ なる定速度で定常運動をしているとき、外力によって運動が乱されて速度が $u_0 + \Delta u, v_0 + \Delta v, \dot{\theta}_0 + \Delta \dot{\theta}$ になったとする。この場合 $\Delta u, \Delta v, \Delta \dot{\theta}$ は極めて小さいと考えるわけである。この場合外力 X, Y, N は

$$X(u, v, \dot{\theta}) = X_0 + \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)_0 \cdot \Delta u + \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right)_0 \cdot \Delta v + \left(\frac{\partial X}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \cdot \Delta \dot{\theta} \quad \dots$$

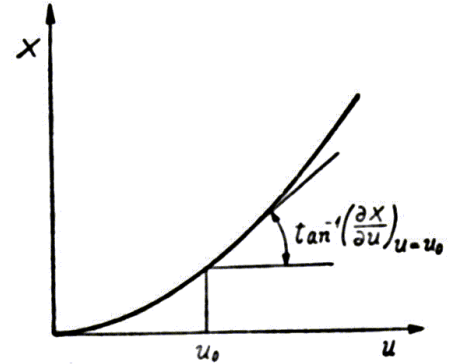
のように展開できるから、 $u_0 + \Delta u, v_0 + \Delta v, \dot{\theta}_0 + \Delta \dot{\theta}$ に対する(2.3)式から $u_0, v_0, \dot{\theta}_0$ に対する(2.3)式を差し引き、 $\Delta u, \Delta v, \Delta \dot{\theta}$ に対する線形一次の項だけを取ると、方程式を次式のように線形化することができる。

$$\begin{aligned} (m + m_x) \cdot \Delta \dot{u} &= \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)_0 \cdot \Delta u + \left\{ (m + m_y) \cdot \dot{\theta}_0 + \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right)_0 \right\} \cdot \Delta v \\ &+ \left\{ (m + m_y) \cdot v_0 + \left(\frac{\partial X}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \right\} \cdot \Delta \dot{\theta} + (m + m_y) \cdot v_0 \cdot \dot{\theta}_0 + X_0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(m+m_y) \cdot \Delta \dot{v} &= \left\{ -(m+m_x) \cdot \dot{\theta}_0 + \left(\frac{\partial Y}{\partial u} \right)_0 \right\} \cdot \Delta u + \left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)_0 \cdot \Delta v \\
&+ \left\{ -(m+m_x) \cdot u_0 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \right\} \cdot \Delta \dot{\theta} - (m+m_x) \cdot u_0 \cdot \dot{\theta}_0 + Y_0 \\
(I_x + J_x) \cdot \Delta \ddot{\theta} &= \left(\frac{\partial N}{\partial u} \right)_0 \cdot \Delta u + \left(\frac{\partial N}{\partial v} \right)_0 \cdot \Delta v + \left(\frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \cdot \Delta \dot{\theta} + N_0
\end{aligned} \tag{2.22}$$

式中の偏微分係数, 例えば $\left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)_0$ は $u, v, \dot{\theta}$ の内, $v = v_0, \dot{\theta} = \dot{\theta}_0$ として u のみを変化させたとき $u = u_0$ のところの X の勾配に相当する(2.15 図).

このように, 微小な乱れを運動に与えて以後その乱れが増大するか減少するかによって運動の安定不安定を論ずる方法を微小振動法といい, $\Delta u, \Delta v, \Delta \dot{\theta}$ の変化がごく小さいと仮定して線形化した運動方程式を用いる.



2-15 図

いま簡単な場合として直進している船の方向安定性を考えて見よう. この場合は $u = u_0$ (一定), $v_0 = \dot{\theta}_0 = 0$, $Y_0 = N_0 = 0$ なる故, (2.22) 式は

$$\begin{aligned}
(m+m_y) \cdot \Delta \dot{v} &= \left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)_0 \cdot \Delta v + \left\{ -(m+m_x) \cdot u_0 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \right\} \cdot \Delta \dot{\theta} \\
(I_x + J_x) \cdot \Delta \ddot{\theta} &= \left(\frac{\partial N}{\partial v} \right)_0 \cdot \Delta v + \left(\frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \cdot \Delta \dot{\theta}
\end{aligned} \tag{2.23}$$

係数を書き換えて

$$\begin{aligned}
\Delta \dot{v} &= k_1 \cdot \Delta v + k_2 \cdot \Delta \dot{\theta} \\
\Delta \ddot{\theta} &= f_1 \cdot \Delta v + f_2 \cdot \Delta \dot{\theta}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$$\begin{aligned}
\text{ただし, } k_1 &= \frac{\left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)_0}{m+m_y}, \quad k_2 = \frac{-(m+m_x) \cdot u_0 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{\theta}} \right)_0}{m+m_y} \\
f_1 &= \frac{\left(\frac{\partial N}{\partial v} \right)_0}{I_x + J_x}, \quad f_2 = \frac{\left(\frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}} \right)_0}{I_x + J_x}
\end{aligned} \tag{2.25}$$

と置くと, これは一階二元連立微分方程式であるから直ちに解けて, 解は

$$\begin{aligned}
\Delta v &= c_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + c_2 \cdot e^{\lambda_2 t}, \quad \Delta \dot{\theta} = a \cdot c_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + b \cdot c_2 \cdot e^{\lambda_2 t} \\
\lambda_1, \lambda_2 &= \frac{-q_1 \pm \sqrt{q_1^2 - 4q_2}}{2} \\
q_1 &= -(k_1 + f_2), \quad q_2 = k_1 \cdot f_2 - k_2 \cdot f_1
\end{aligned} \tag{2.26}$$

となる. したがって運動の安定, 不安定は e の指数, λ_1, λ_2 の正負によって定まる. そして結

局それは, q_1, q_2 の正負及び大きさによって, 次のような種々の場合に分かれる.

(1) $q_2 < 0$ ならば, $q_1^2 - 4q_2 > 0$.

したがって $\sqrt{q_1^2 - 4q_2}$ は

実数. $\left| \sqrt{q_1^2 - 4q_2} \right| > q_1$

故, λ_1, λ_2 は共に正.

非周期的不安定

(2) $q_2 > 0$ でかつ $q_1^2 - 4q_2 > 0$.

$\left| \sqrt{q_1^2 - 4q_2} \right| < q_1$ 故, $\lambda_1,$

λ_2 は共に負. 非周

期的安定

(3) $q_2 > 0$ でかつ $q_1^2 - 4q_2 < 0$.

λ_1, λ_2 は共に複素数となり, $q_1 > 0$ なら 周期的安定

(4) $q_2 > 0$ でかつ $q_1^2 - 4q_2 < 0$. λ_1, λ_2 は共に複素数となり, $q_1 < 0$ なら 周期的不安定

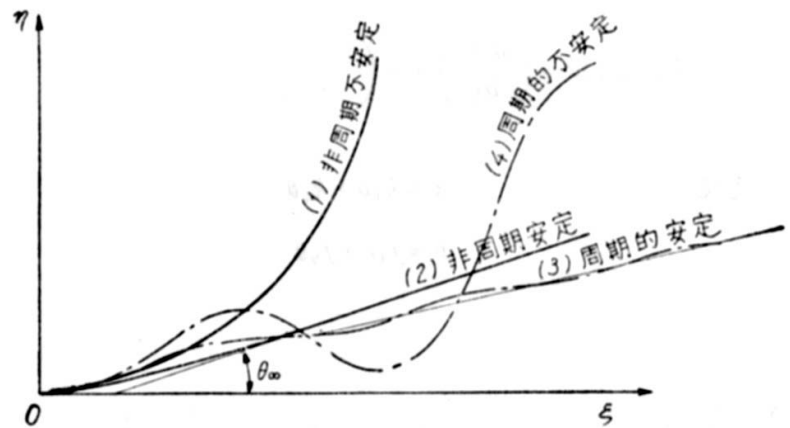
このような場合の航路を模型的に図示すると, 2.16 図の如くなる. 実際の船では(1),(2)が多く, (3)は極めて稀であり, 後に述べるように(4)は有り得ない.

なおここで注意しなければならないのは, 如何に方向安定な船でもいったん航路から外れると自然に元の航路に戻る力はなく, 元の航路と或る角度をなす新しい航路に落ち着くことであるⁱ. この最後に落ち着く航路は, 最初の外力が同じなら, 安定性の高い船ほど元の航路に近い.

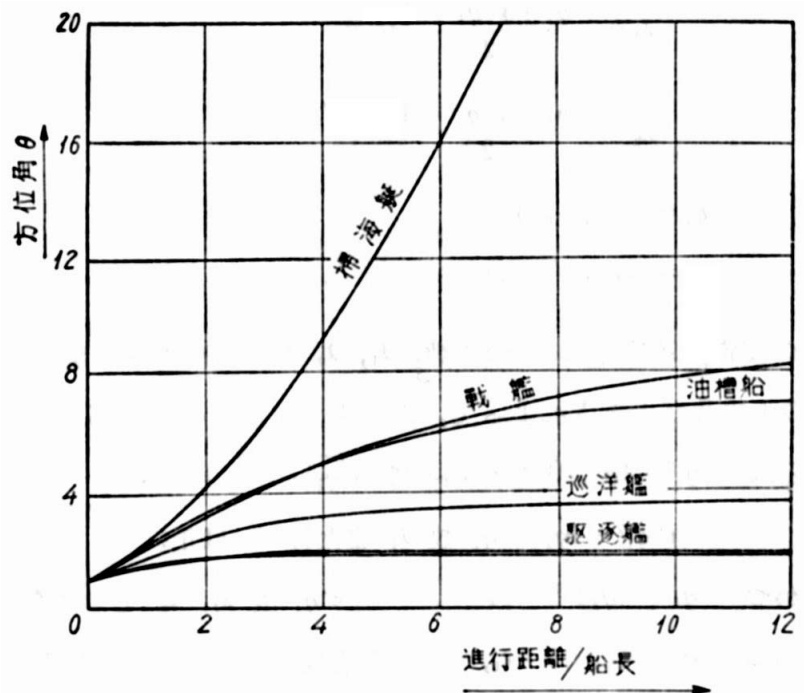
2.17 図は Davidson¹⁷ が種々の船について初期偏角 1° を与えたときの安定度を計算したものである.

2.3.2. 船型と安定性の関係

方向安定性は結局(2.26)式の q_1, q_2 の値によって左右される. ところで,



2.16 図



2.17 図 初期偏角 1° を与えたときの船の航路

ⁱ 「外乱によって生じた速度成分がゼロに落ち着くか, 発散するか」で安定・不安定を論じているのだから, 当然である.

$$q_2 = \frac{1}{(m+m_x)(I_z+J_z)} \left\{ \left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)_0 \left(\frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 + (m+m_x)u_0 \left(\frac{\partial N}{\partial v} \right)_0 - \left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \left(\frac{\partial N}{\partial v} \right)_0 \right\} \quad (2.27)$$

$$q_1 = -\frac{\left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)_0}{m+m_y} - \frac{\left(\frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}} \right)_0}{I_z+J_z}$$

であり、一方

$$\frac{\partial Y}{\partial v} < 0, \quad \frac{\partial Y}{\partial \dot{\theta}} \cong 0, \quad \frac{\partial N}{\partial v} < 0, \quad \frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}} < 0$$

であるから、 q_1 は必ず正である。このことから周期的不安定な船は存在しないことが判る。そして q_1 にくらべて q_2 が大きくなるほど運動は安定となり、かつ周期的になって来る。そこで船型を変えたら、これらの係数にどのような変化を来たすかを考えて見よう。

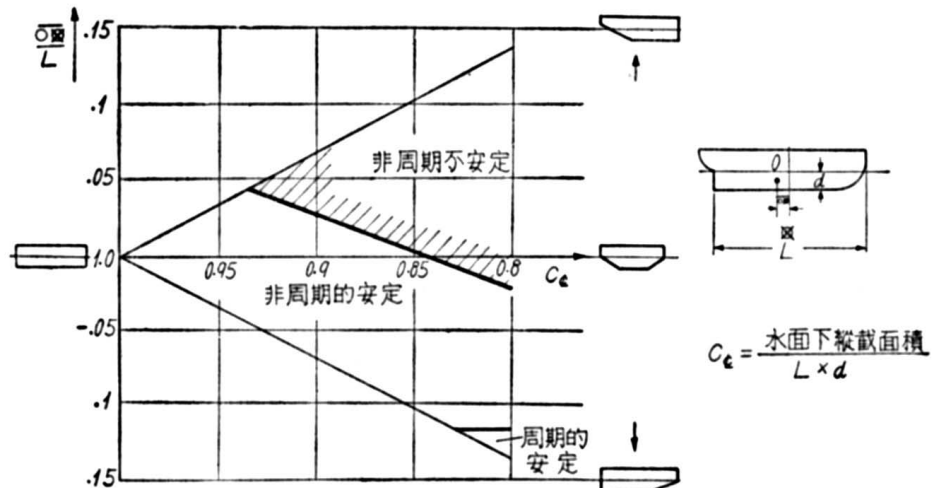
いま $q_2 < 0$ で非周期不安定な船があるとしよう。これを安定化するのに二つの方法がある。一つは回転抵抗 $\frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}}$ を増すことで、このときは $q_2 > 0$ となっても、それに伴って q_1 も増加するから $q_1^2 > 4 \cdot q_2$ が保たれ、非周期安定となる。これは船首尾に dead wood を付加するか、或いは船首尾の船底を尖らせるといった対策を採った場合に相当する。

これに対して、 $\frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}}$ はそのままにしておいて圧力中心を後ろに下げる、すなわち船尾に dead wood を付けると、 $\frac{\partial N}{\partial v}$ が増加し q_1 不変のまま q_2 が大きくなるので、これで $q_2 > 0$ となれば周期的安定になる。しかしこのような船は波に叩かれるとふらふらするわけである。

このように(2.26)及び(2.27)式より船型の変化が方向安定性にどのような変化をもたらすかが推定できる。2.18 図は船首尾の形状によって安定性がどのように変化するかを示したものであり¹⁵、上述の関係をよく表している。

図の横軸は面積係数: C_e 、すなわち船の水面下側面積と(船の長さ×喫水)の比であって、左端が矩形で右にいくほど前後が削られていることを示す。また縦軸は水面下側面積の中心と船体中央との距離: $\frac{O \times}{L}$ の船長に対する割合で、上にいくほど船尾が削られて中心が前に偏って不安定傾向が増し、下にいくと逆に船首が削られて中心が後ろに偏って安定傾向になるのである。

また $O \times$ を一定として考えると、前後が削られて



2.18 図 水面下 profile の形状による安定性の変化

側面積が小さくなるほど不安定傾向が増し、面積係数: C_{CL} を一定として考えると、 $\text{O}\boxtimes$ が小さくなる(面積中心が船尾側による)にしたがって安定傾向が増し、 C_{CL} が小さく(回転抵抗が小さく)かつ $\text{O}\boxtimes$ が小さい(面積中心が船尾側にある)船では周期的安定になる。

この外、経験的に次のことが知られている。

- (a) 肥った船ほど安定が悪い。 $\partial N / \partial \theta$ が小さいためと解釈される。
- (b) 船首側に切り欠きがある船は安定で、船尾側に切り欠きがある船は不安定。
- (c) 速度が増すほど安定な船は安定度を増し、不安定な船は不安定度を増すが、高速では或る速度で急に安定度が増したり、減じたりする。これは船首波と船尾波の干渉のため水圧中心が前後に移動するためだと考えられる。

2.19 図は速度による安定性の変化の模型試験結果で、使用模型は漁船である²⁰。

2.3.3. 定常旋回運動の安定性

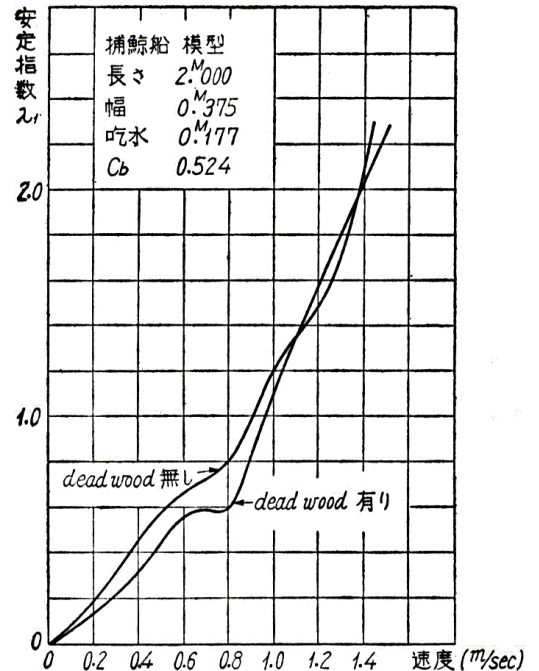
この場合は(2.22)式において $u_0, v_0, \dot{\theta}_0$ を与え、それに対する $\partial Y / \partial v \sim \partial N / \partial \theta$ を用いて、直進時の安定性の場合と同様に解くことができる。 $\partial Y / \partial v \sim \partial N / \partial \theta$ は直進の時とは当然異なった値となり、一般に直進時に不安定な船でも或る程度以上の角速度で旋回すれば係数が変化して安定になる²¹。その

関係を模式的に示すと2.20 図(a)のようになる。

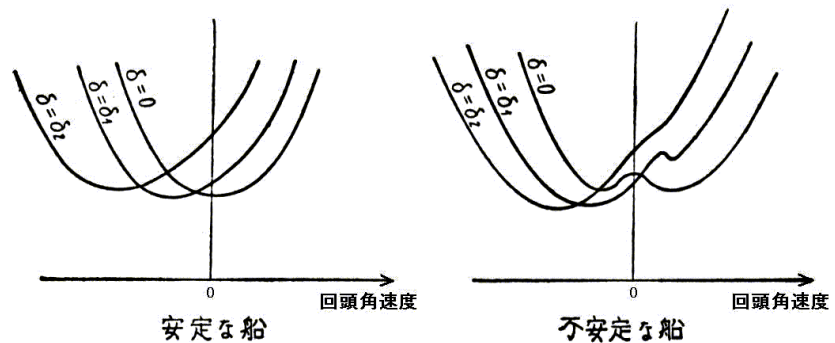
図は舵角をパラメータとして、回頭角速度を横軸にとって操縦運動に拘わるポテンシャルを表示したもので、

安定な船では各舵角に対して平衡な釣合点(ポテンシャルが極小値を取る点)が一個だけ存在するが、不安定な船では舵角0で直進状態が釣合点にならず回頭状態に釣合点が二つある。舵角 δ_1 になると一方の釣合点は目立たなくなり、更に大きな舵角 δ_2 では釣合点が一つだけになって、安定な船と変らなくなる。

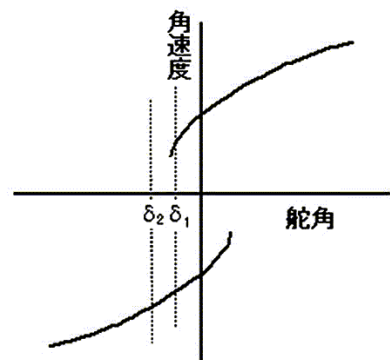
この説明は、不安定な船のスパイラル特性が 2.20 図(b)のように不感帯を持つことと対応して居り、舵角 δ_1 は



2-19 図



2-20 図(a)



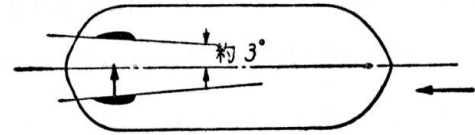
2-20 図(b)

不感帯の内側に、舵角 δ_2 は不感帯の外側にある。

2.3.4. 特殊安定鱗

Prof. Baier によって考案されたもので、^{はしけ}解のように幅が広く浅くて不安定な船に有効である(2.21 図)。

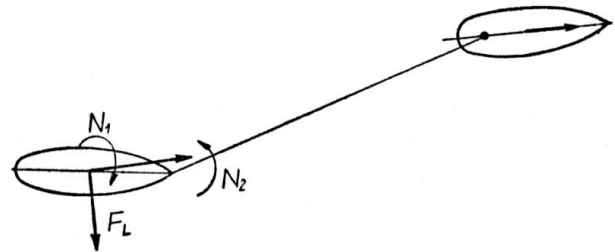
これは一対の^{ひれ}鱗を船体中心に対して約 3° の仰角をつけて装着したもので、船が少し斜航すると片方の鱗に対する仰角が大きくなって揚力を発生し、斜航を減ずる方向に船尾を振るものである。



2・21 図

2.3.5. 曳航船の安定性

動力のない船の船首にロープをつけて曳船するときは、2.22 図のように、曳かれる方の船の方向が一旦変ると、船体に働く揚力とモーメントが綱の張力が作るモーメント及び内向きの力と釣合うま



2・22 図

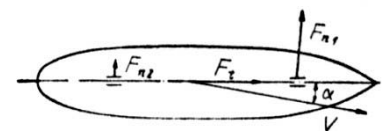
で船は横に振れ出てくるので、極めて安定の悪いものとなる。この場合の安定を論じたものに Schönherr²¹ 及び Benford²² がある。

2.3.6. 方向安定性の実験方法

方向安定性の尺度としては、前節で述べたように船の攪乱速度を表す式に含まれる指数関数の指数: λ を用いることができる。模型船の方向安定性を求めるには、 λ を構成している $\frac{\partial Y}{\partial v}, \frac{\partial Y}{\partial \dot{\theta}}, \frac{\partial N}{\partial v}, \frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}}$ を求める方法と、自走模型の操舵に対する応答を解析する方法がある。実船に適用できるのは後者である。

(a) 三分力計測試験

水槽に模型を浮かべ、2.23 図(a)に示すように船の中心線に対して α なる仰角をつけつつ曳航して、船体中心線方向の天秤と、それに直交する方向で船体前後の二箇所、合わせて三個の天秤により計測することにより、 X, Y, N を求める。あるいは風洞実験と同じく L, D, N を測っ



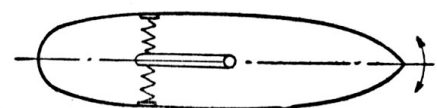
2・23 図 (a)

ても良い。この方法によって α を変化させつつ X, Y, N を測れば $\frac{\partial X}{\partial \alpha}, \frac{\partial Y}{\partial \alpha}, \frac{\partial N}{\partial \alpha}$ または

$\frac{\partial X}{\partial v}, \frac{\partial Y}{\partial v}, \frac{\partial N}{\partial v}$ が求められる。

(b) 振動試験

2.23 図(b)に示すように模型船を船体中央で回転で



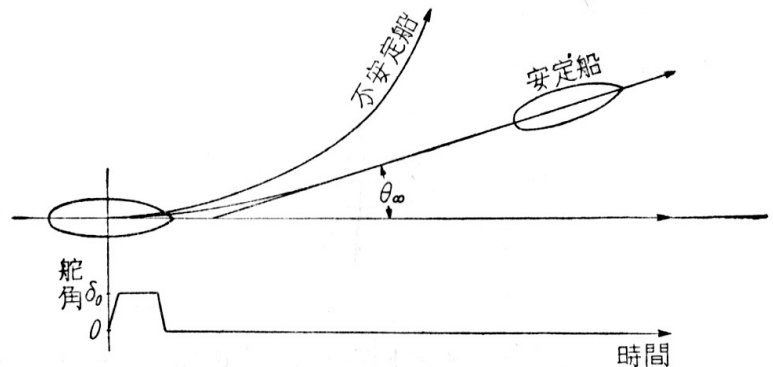
2・23 図 (b)

きるように支え、回転方向はバネを介して抑える。曳航しながら或る偏角を与えて離すと船は Yawing をしながら次第に振幅を減ずる。この振幅の減衰より $\frac{\partial N}{\partial \theta}$ を求めることができる。

また周期の延長より $\frac{\partial Y}{\partial v}$ を求めることもできる。

(c) Impulse 操舵

2.24 図に示すように、舵角 0 で直進中の船で或る舵角を取って一定時間を経た後に元に戻し、それ以後の船の方位角変化を計測するものである。不安定な船は時間とともにますます方位角が増えるが、安定船は一定の方向: θ_{∞} に落ち着く。この方向 θ_{∞} も一つの安定性の目安となる。



2.24 図

また、 θ の時間変化は操舵終了後短時間で $e^{-\lambda_1 t}$ に比例した形に収斂するので、 θ の計測結果から λ_1 を求めることも可能である。ただし、舵を戻した後に当て舵をしないこと、試験時に風などの外乱が無いことが条件となる。

(d) 周期的操舵法

野本¹⁸によって提案されている試験法で、安定性を調査するというよりむしろ自動操舵の設計に必要な周波数応答を求めることを目的としている。すなわち、或る周期で舵角を変動させて蛇航の振幅を測り、舵角振幅との関係より直接応答関数を求めるものである。

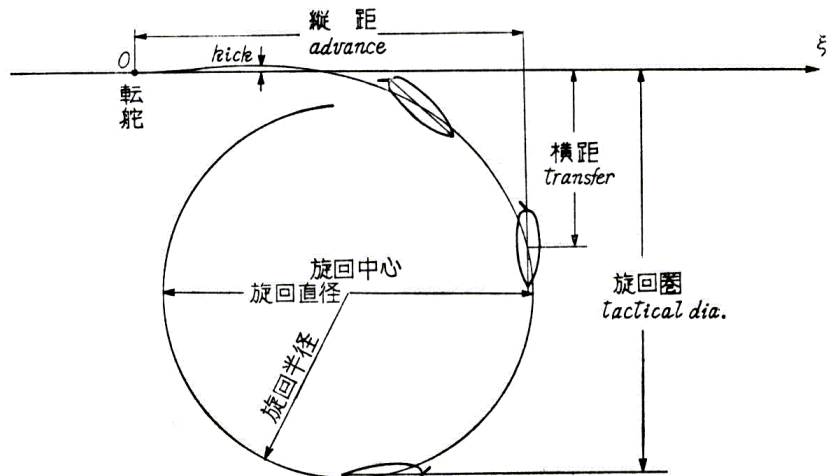
2.4. 旋回性

船が舵を取って積極的に進路を変更する運動を旋回といい、針路変更が容易であるかどうかを旋回性という。旋回性の目安としては種々の量が用いられるが、これらの定義を述べる前に操舵による船の運動の概略を説明する。

2.4.1. 操舵による船の運動の概略

直進している船の舵を 2.25 図の O 点で取ったとすると、以後船は大体 2.25 図に示されるような運動を行う。

操舵によって旋回モーメントが発生するので、船は

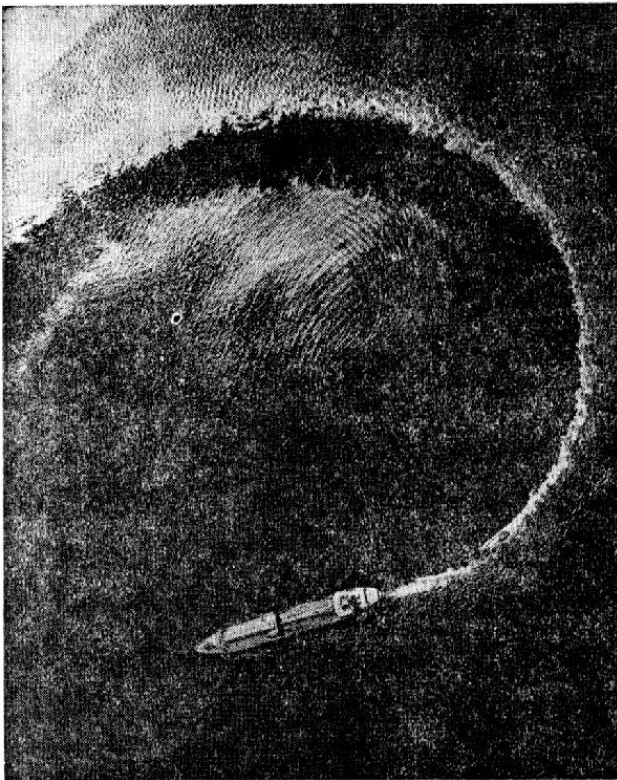


2.25 図

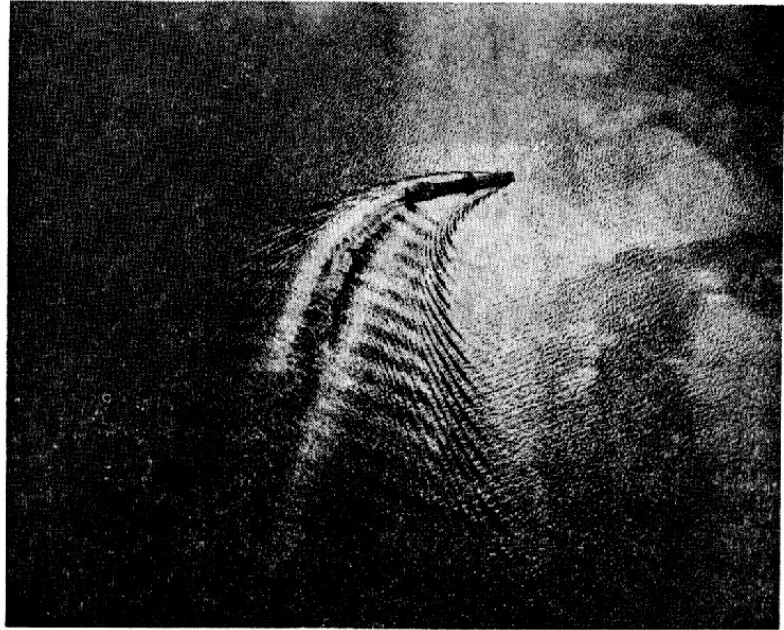
操舵直後から方位を変え始めるが、最初船の重心は元の航路の延長線上を移動し続けるが、少し外側へ押出される。この重心の外方移動を kick という。後述のようにその量は一般に信じられているよりも少なく、船の長さの 1% 程度と見られる(2.26 図の写真参照)。この間、船は船首を内側に向けつつ横滑り量が増加していく。

船が横滑り(斜航)する

と旋回内向きの揚力が発生するので、船の重心は次第に内側へ移動していく。この時点ではまだ前進速度、回転角速度、偏角などが変化していて航跡は spiral となる。船が元の航路の方向と丁度直角になったとき、元の航路から船の重心までの距離を横距(transfer)と



2.27 図 定常旋回から舵を戻したところ
(川崎重工設計部撮影)



2.26 図 旋回初期運動、船尾航跡がはっきり出ている
(川崎重工設計部撮影)

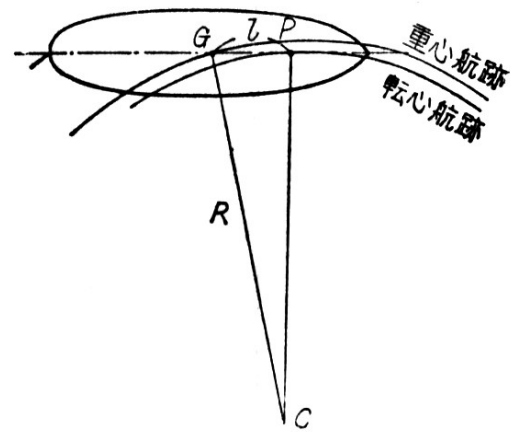
いい、転舵した位置からの前進距離を縦距(advance)という。Advance は船が前方に危険物を発見してから転舵して避け得る最短距離になるわけである。

さらに旋回が進むと運動は定常状態に達し、船の重心は円弧を描く(2.27 図の写真を参照)。この円弧の半径を旋回半径、直径を旋回直径または旋回径という。また船が元の航路の方向と丁度逆方向を向いたときの元の航路との隔たりを旋回圏(tactical diameter)といい、旋回性の重要な目安の一つである。Tactical とは戦術上のという意味であり、元々軍艦の艦隊運動に関連して名付けられた量である。旋回中の船の姿勢は 2.28 図に示すように船首を偏角 α で内側に向け、横滑りしながら回転している。そして或る瞬間の回転中心 C から船体中心線に垂線を下ろしてその足を P

とすれば, P 点では水流は船体中心線に沿った方向となる. 換言すれば, 船は P 点で一つの軌道に接しながら進み, P 点を中心にして回転していると見做せる. この P を転心(pivoting point)といい,

$$\overline{GP} = \frac{v}{\dot{\theta}} = R \cdot \sin \alpha \quad (2.28)$$

で表される. 旋回中の船の運動を P 点の前進とその周りの回転に分けて論じたものに赤崎の論文^{23, 24}がある.



2-28 図

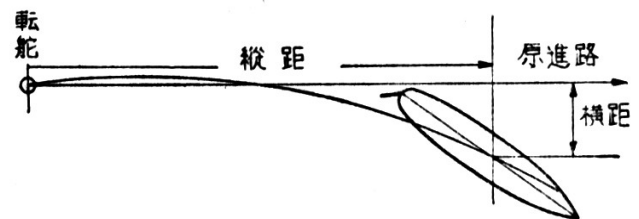
2.4.2. 旋回性の定義

旋回性とは船が変針しやすいかどうかを示す性質であるが, 大別して二つの見方がある. その一つは旋回初期における船の反応の具合, すなわち舵の効きであって, 航路から外れた船を元の航路に戻すときとか, 邪魔物を除けるとき, あるいは捕鯨船が逃げまわる鯨を追跡するときなどに問題になる量である. 他の一つは大角度変針あるいは 360° 近く円運動を行う場合であって, 狭い港内での回頭や, 衝突回避の運動の際に問題となるものである. どちらが重視されるかは船の用途による.

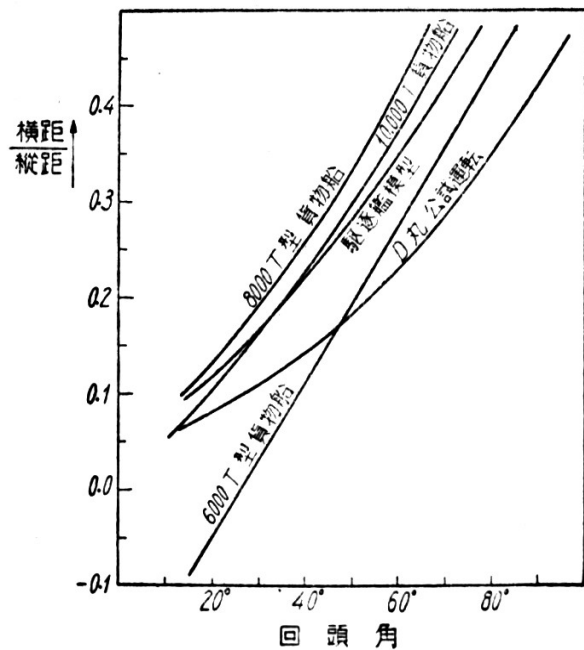
まず前者すなわち舵の効きを表すのに用いられる量を考えて見よう.

(a) 横距と縦距の比²⁵

船が操舵してから或る時間後の元の航路よりの距離を広い意味で横距という, 転舵位置からの前進距離を広い意味で縦距という. この二つの比, すなわち, 横距/縦距は舵の効きの一つの目安となり, これが大きいほど舵の効きは良い(2.29 図(a)).



(a)



(b)

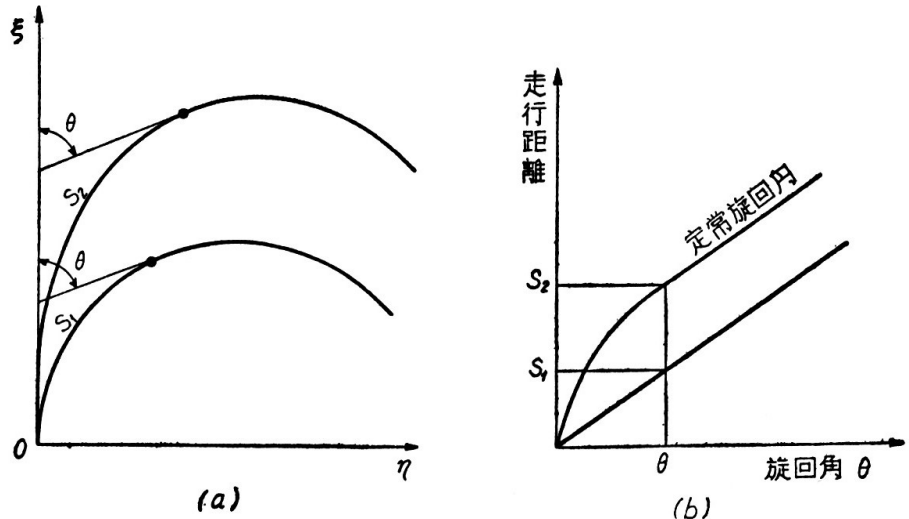
2-29 図

これを左右するものは主として初期旋回モーメント, すなわち直進している船が舵を取ったときに船の重心に働くモーメントと, 船体の水面下側面積の大きさ及び喫水である. 喫水

の大きな船は揚力が大きいので直ぐに曲がり、浅い船はなかなか曲がらず横すべりをする。
2.29 図(b)に二,三の例を示す。

(b) 旋回惰力係数(turning lag)

これは転舵から定常旋回に入るまでの遅れで、2.30 図(a)では船首が θ だけ回転してやっと定常旋回に入るものとするれば、理想的に転舵して直ぐ定常旋回に入るのに較べて s_2-s_1 だけ余計に走らなければならない

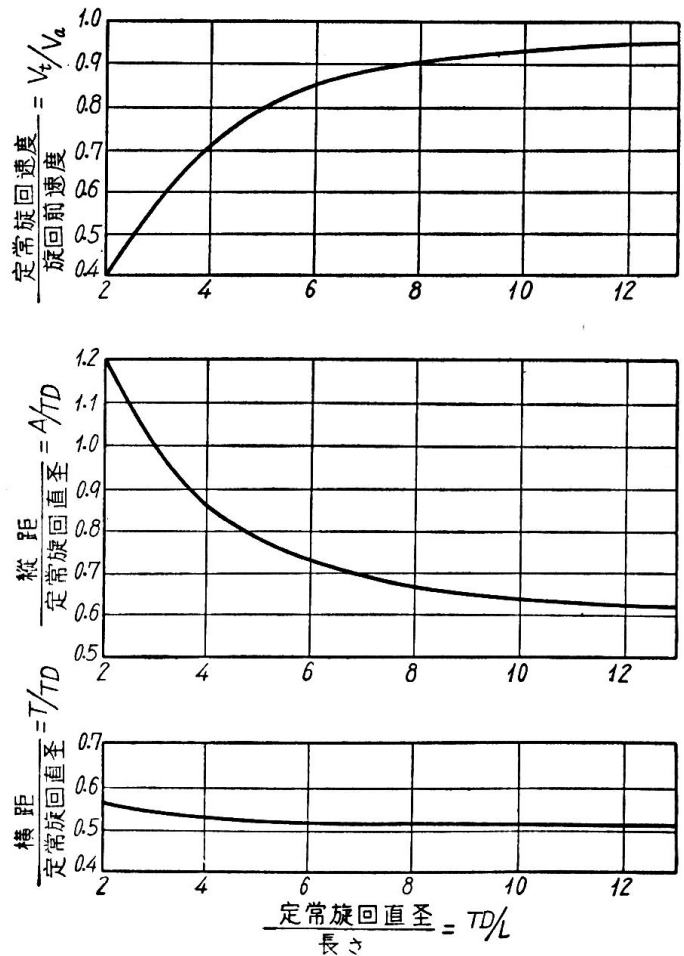


2.30 図

いことを意味し、転舵に対する船体反応の遅れの一種となる(2.30 図(b)). $(s_2-s_1)/L$ を惰力係数という。

初期の舵の効きに対し、大角度旋回する際の旋回性を表す目安としては、 90° 旋回時の横距(transfer)と縦距(advance), 及び旋回圏(tactical diameter)または旋回径が用いられる。狭いところで走るには重要な性能値で、主として軍艦で重視されて来た。通常船の長さで割って船長の倍数で表わし、旋回径/船長の値は旋回性の良いもので3くらいから悪いもので10くらいの範囲にある。前述の初期旋回性の良い船が必ずしも小さな円を描いて旋回するとはかぎらない。

2.30 図(c)には横軸に旋回径/船長を取り、縦距及び横距と旋回径の比、及び速度の減少率を示してある。



2.30 図 (c)

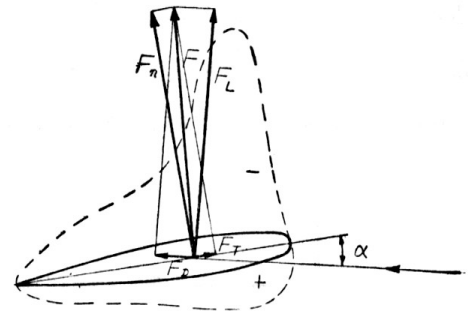
2.4.3. 舵

舵は船尾に有って、船体に対して横向き力を発生して船の旋回運動を起こさせる作用をなすもので、舵角を取らないとき

は抵抗が少なく、舵角を取ったときになるべく大きな力を発生することが望ましい。なお稀に船首に舵を装備したものがあるが、後述のように効きが悪いので特殊な場合にしか用いられない。

(a) 舵に働く力

舵角を取り、舵に α なる仰角で水流が当たると舵の周りに循環流を生じて、背面に負圧、表面に正圧を生じる結果、合圧力としてほぼ水流と直角方向に大きな力を発生する。その流れに直角な成分が揚力 F_L であり、平行な成分が抗力 F_D 、また舵面に直角な分力を垂直力 F_n という(2.31 図)。



2-31 図

舵としては抗力 F_D を増さずに揚力 F_L のみを生じるものが勿論好ましいが、実在流体では必ず F_D が存在するので、 F_D に対してなるべく F_L の大きな、すなわち揚抗比の大きなものが望ましい。

一方水圧力は舵に不安定モーメントを生じるが、その大きさは丁度合圧力が舵の前縁より翼幅の 1/4 くらいのところにさよするのと同じ効果を与えるから、通常合圧力がその位置に働くものとして代表させる。この着力点の位置は仰角 α が小さいときは前縁に近く、 α が大きくなるにつれて後ろの方に移る傾向がある。

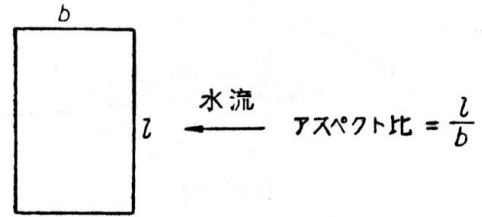
前述の力の諸成分は、或る Reynolds 数以上では速度の自乗に比例するので、無次元化して次のような係数を用いて表示することが多い。

$$\begin{aligned}
 \text{揚力係数} \quad C_L &= \frac{F_L}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot V^2} \\
 \text{抗力係数} \quad C_D &= \frac{F_D}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot V^2} \\
 \text{垂直力係数} \quad C_n &= \frac{F_n}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot V^2} \\
 \text{モーメント係数} \quad C_M &= \frac{M}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot b \cdot V^2}
 \end{aligned}
 \tag{2.29}$$

ただし、 A =舵面積、 b =舵の幅、 V =流速

これら諸量は、 α が増加するにつれて順次大きくなるが、或る程度以上 α が大きくなると急激に変化を起こす。揚力は急激に減少し抗力は増加するので、翼としての効果は急激に悪化する。この現象を翼の場合には失速(stall)といい、舵の場合には burbling という。これは翼の背面の流れが剥離して渦を生じるために起こる現象である。

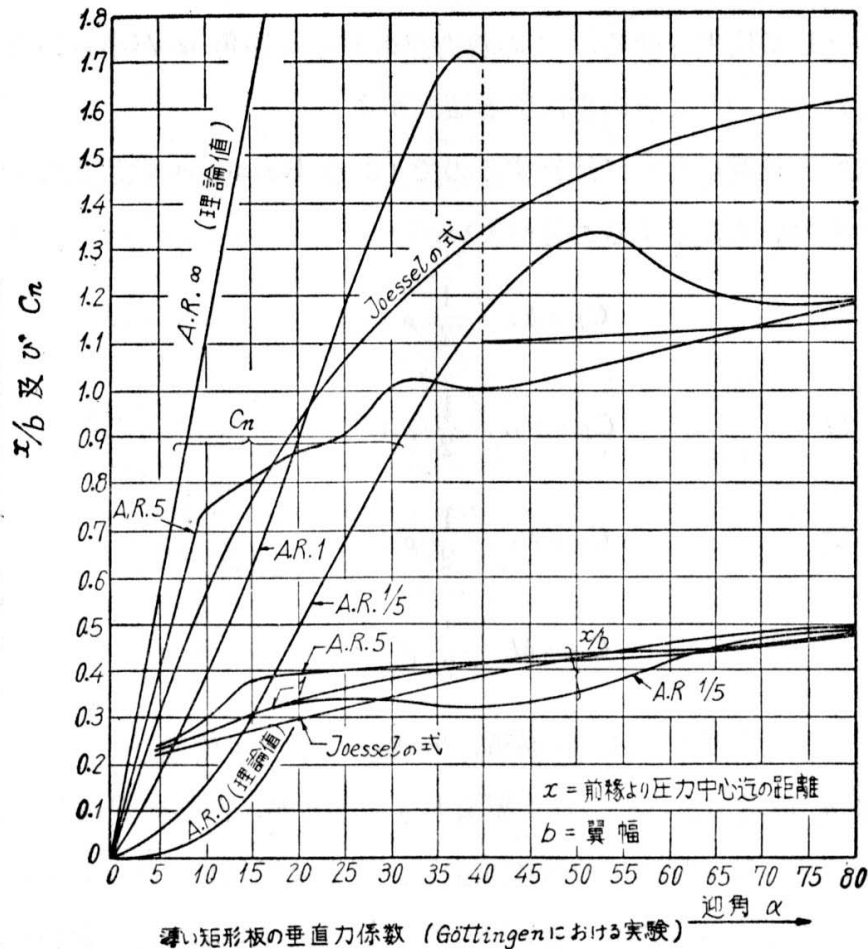
次に舵の形状の変化によるこれら諸係数の変化を簡単に述べて見よう。これから引用する結果は風洞実験によるものが多いが、全没した舵についてはほとんどそのまま適用でき、一部を水面に露出した舵については水面の鏡像効果や空気吸い込みの影響があって、多少の修正を要するので後で述べる。



2-32 図

(b) アスペクト比の影響

水流方向と直角方向に舵の長さを取り、水流方向に舵の幅を取って、舵の長さとの比をアスペクト比という(2.32 図)。アスペクト比が変わると舵の性質は大きく変化する。その一つは仰角 α に対する揚力(垂直力)の増加量が、アスペクト比が小さくなるにつれて、小さくなることである。2.33 図は Göttingen における薄い矩形板の風洞試験結果であるが、アスペクト比が 5, 1, 1/5 と減少するにしたがって C_n の α に対する勾配が減じて来て、アスペクト比 0 の極限では理論上 $\sin^2 \alpha$ に比例するようになる。



2-33 図

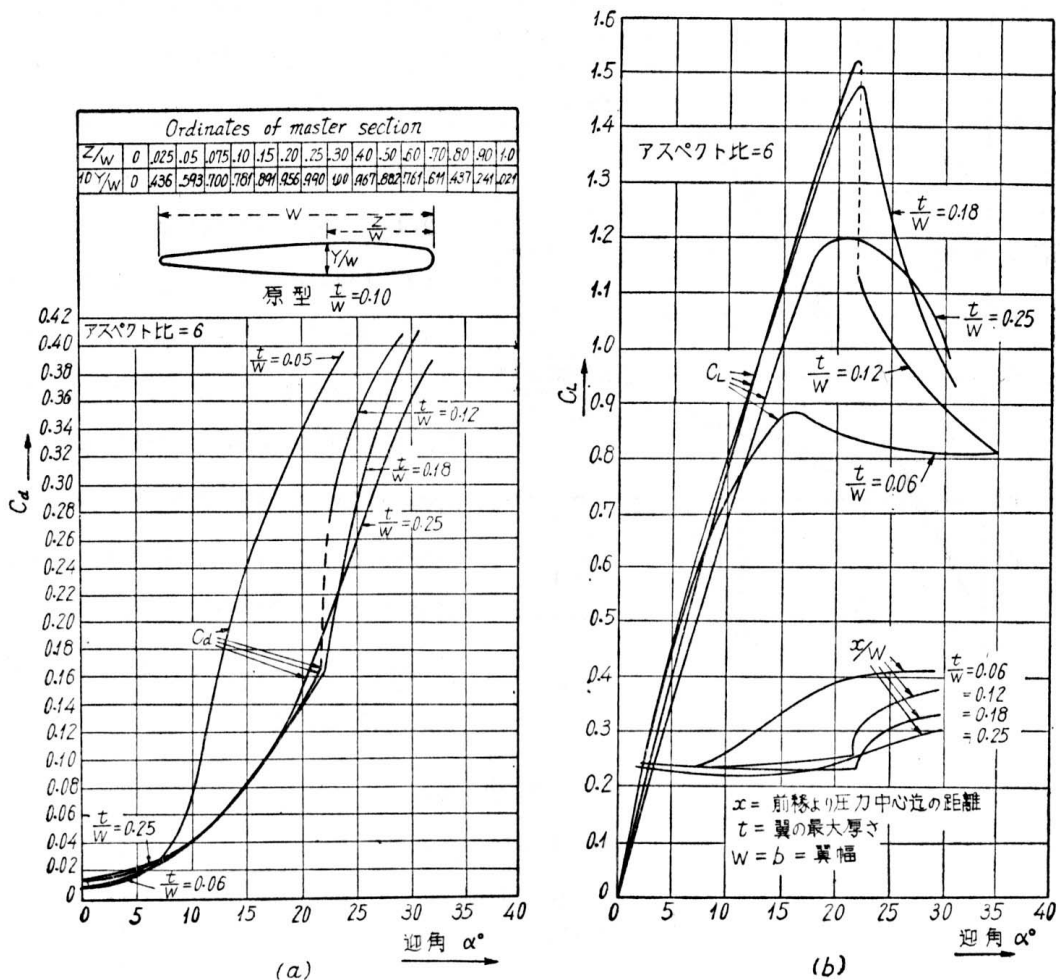
もう一つの変化は失速を起こす角度で、アスペクト比の大きなものほど小さい仰角で失速を起こす。図では、アスペクト比 5 のものは 9° で早くも失速を起こすのに対して、1 のもの

は 35° , さらに $1/5$ のものは 45° まで失速を起こさない。

船の舵の目的は、船が航路より僅かに外れたときに元に戻すため当て舵を取ることと、一杯(約 35°)に取って急旋回することとがあり、前者に対してはアスペクト比の大きなものが望ましく、後者にとってはアスペクト比が小さくて失速を起こし難いものが望ましいわけである。昔の舵は琵琶型の細長い(アスペクト比の大きな)ものであったが、最近の舵は割に短く、アスペクト比にして $1\sim 2$ のものが多い。

(c) 断面形状の影響

2.34 図は NACA 風洞における実験結果で²⁶, (a)図上部に示すような master section の厚みを種々に変化したときの C_L と C_D 及び圧力中心が示してある。一番薄い $t/b=0.06$ のものは格段に C_D が大きく、かつ早く失速を起こしており、これより、過度に薄い舵または平板舵は好ましくないことが判る。また厚くなるにしたがって、 α の変化による圧力中心の移動量が減少している。



2.34 図 舵の断面形の影響 ($w = b$ 舵の幅)

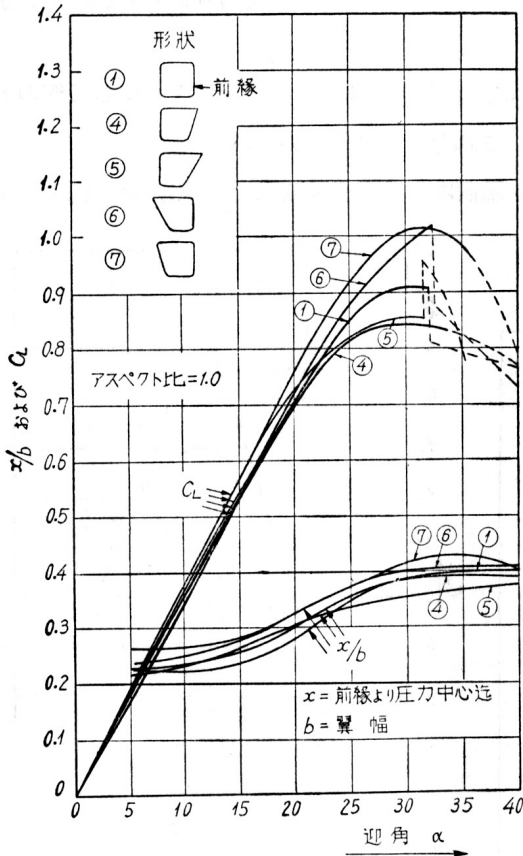
(d) 輪郭の影響

2.35 図は Washington 水槽における実験結果^{27,9}であるが、アスペクト比 1 で輪郭を種々に変更した結果、輪郭によっては舵の性能に殆ど変化がないことが判った。

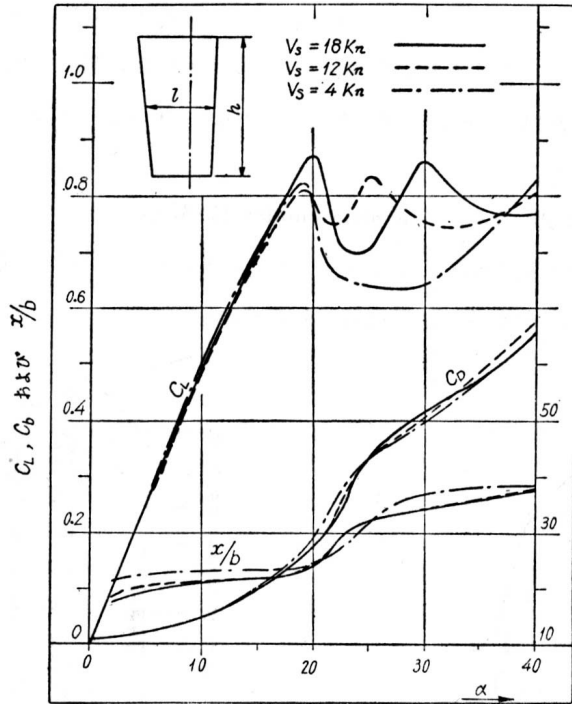
(e) 自由表面の影響

舵が一部水面に顔を出しているときは、低速では水面が固体壁と同じ影響を及ぼして、見掛上舵のアスペクト比が没水部のその2倍になる。これを鏡像効果という。

Wagenengen 水槽において Reynolds 数 $0.37 \times 10^5 \sim 1.66 \times 10^6$ に及ぶ範囲で自由表面の影響を調べた結果を 2.36 図に示してある。失速(burbling)起こしてからの特性には約 10%程度の影響があったが、失速前の特性には大した変化は見られなかった。



2.35 図 舵の輪廓の影響



2.36 図 舵に対する自由表面の影響

2.4.4. 舵力の実験式

(a) Joessel の式

古くから知られており、また現在でもよく使われているものに Joessel の式がある。これはフランスの造船官 Joessel が 1873 年に Loire 河の流れの中に種々の矩形平板をおいて実験して作成したもので、式が簡単な割に良く実際に合うので現在でも用いられている。なお近代の風洞試験結果との比較を 2.23 図に示してある。

$$\begin{aligned}
 Q_r &= 0.787 \cdot A \cdot v_0^2 \cdot b \cdot \sin \alpha_0 \\
 x &= (0.195 + 0.305 \cdot \sin \alpha_0) \cdot b \\
 C_n &= \frac{0.811 \cdot \sin \alpha_0}{0.195 + 0.305 \cdot \sin \alpha_0}
 \end{aligned}
 \tag{2.30}$$

ただし、 Q_r =舵の前縁に対するモーメント (ft-lb), b =舵の幅 (ft), x =前縁より圧力中心までの距離 (ft), A =舵の面積 (ft²), v_0 =流速 (ft/sec), α_0 =仰角 (deg)

(b) 赤崎の式

これは赤崎²⁸が海軍技術研究所で行った広範囲の実験をまとめたもので、アスペクト比の影響も入っている。

$$P_n = 74.4 \cdot A \cdot V^2 \cdot \left(1 - 0.6 \cdot \frac{t}{B}\right) \cdot \left\{ \sin \alpha + \frac{1}{18} \cdot \sin 2\alpha + \frac{0.3}{0.7 + H/B} \cdot \sin A - \frac{0.1}{0.1 + H/B} \cdot \sin 2A \right\}$$

$$A = \frac{180}{90 - 47 \cdot (H/B)^{2/3}} \cdot \alpha, \quad \text{ただし、} A > 180^\circ \text{のときは、} A = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{x}{B} = \sqrt{\frac{\alpha}{90}} / \left(1.2 + \sqrt{\frac{\alpha}{90}}\right), \quad \left[\alpha \leq \frac{90 - 47 \cdot (H/B)^{2/3}}{2} \text{のとき} \right]$$

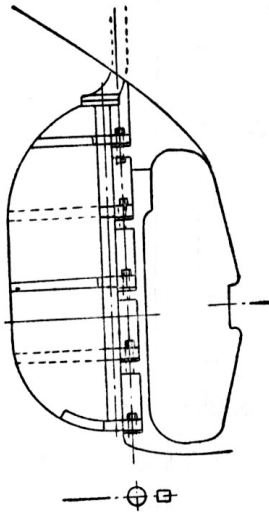
$$\frac{x}{B} = 0.3 + 0.2 \cdot \frac{\alpha}{90}, \quad \left[\alpha \geq \frac{90 - 47 \cdot (H/B)^{2/3}}{2} \text{のとき} \right]$$

ここに、 P_n =舵の垂直力(kg)、 A =舵面積、 V =舵へ流入する水の流速(m/s)、 t =舵の最大厚さ(m)、 α =仰角、 x =舵の全縁より圧力中心までの距離(m)、 B =舵の幅(m)、 H =舵の高さ(m)

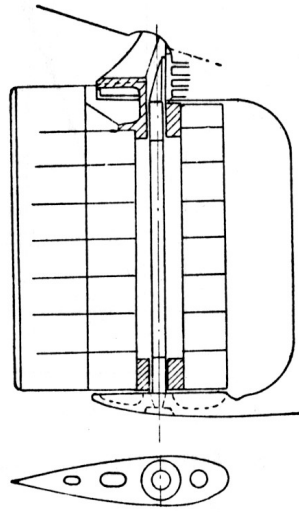
2.4.5. 舵の種類

1) 非釣合単板舵: unbalanced single plate rudder (2.37 図)

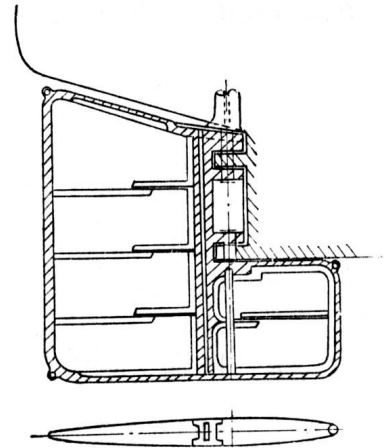
楕円形船尾の船に用いられるが、古い型の船に稀に見られる程度である。Burbbling が早く起こって大角度の時の舵効きが悪く、前進抵抗も大きい。



2-37 図 単板舵



2-38 図 釣合流線型舵



2-39 図 半釣合舵

2) 釣合流線型舵: balanced (stream line) rudder (2.38 図)

骨組みの上に板を張って流線型にしたもので、複板舵とも呼ばれ、現在普通に見られる型である。舵軸に掛かるモーメントを少なくして操縦を容易にするために、圧力中心付近に舵軸を置いている。圧力中心は仰角が増すと順次後方に移動するので、舵軸の位置は舵中央の時にやや over-balance(舵角が増す方向にモーメントが加わる)とし、舵角 $5^\circ \sim 10^\circ$

で丁度 balance するように定めるのが普通である。また、後進の際のモーメントも考慮しなければならない。

3) 半釣合舵: semi-balanced (gnomon type) rudder (2.39 図)

Twin-screw 船(偶数軸船)で船体中心線上に舵を配置する場合に、用いられることが多い。この舵の圧力中心は、dead wood 後ろの部分は前縁より $3/8b$ 、下部の前には何も無い部分では前縁より $1/3b$ 、として積算により求めればよい、と Gawn²⁹ は言っている。

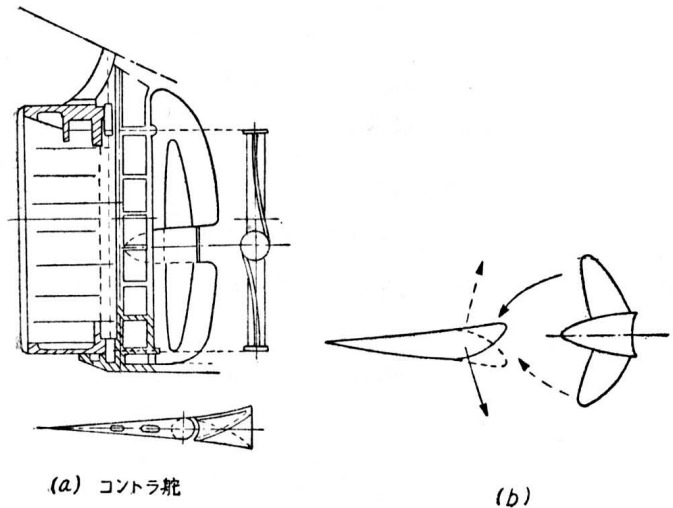
4) 釣下舵: hanging rudder (2.40 図)

Twin-screw 船に多い、旋回性を向上させるために船尾を切り上げた船に多く見られる。

5) 反動舵, コントラ舵: reaction rudder, contra rudder (2.41 図)

プロペラ後流中の回転流の影響で、舵には斜め方向に流入する流れが当り、2.41 図(b)に示すように、その方向は舵の上下で逆である。そこで、舵の前部に上下で逆方向に掠れた鱗をつけて、発生する揚力の前進方向成分から推力を得ようとするのが反動舵(reaction rudder)で、3%~5%の馬力の節約ができるといわれる³⁰。2.41 図(c)に実験結果の一例を示す。

Contra-rudder というのは、2.41 図(a)に示すように舵柱の後ろ側だけが動く舵で、舵柱に捻りがつけられているものをいう。



6) エルツ舵: Oertz rudder (2.42 図)

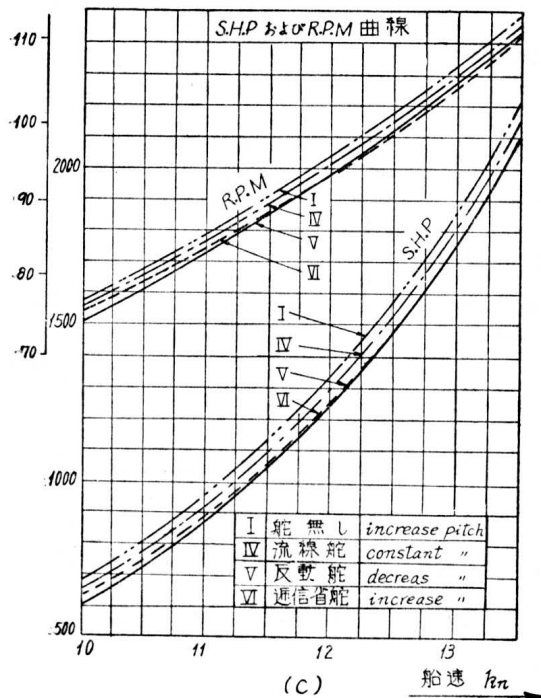
全体の幅の前側約 $1/3$ が固定になっていて、全体として流線型になっている。舵の圧力の一部を固定部に持たせられるので舵の構造や操舵機の馬力を小さくすることができるのと、大角度まで burbling を起こさないという利点がある^{9,31,32}。

7) シンプレックス舵: simplex rudder

厚手の流線型舵で、かなりの範囲の仰角の変化に対して圧力中心が変化しないという利点がある。

8) キッチンエン舵 (2.43 図)

2.43 図のようにプロペラを挟んで二つの半円形の舵が設けられたもので、二つの舵を平行のまま角度を変えれば、普通に舵を取ったのと同じ効果と

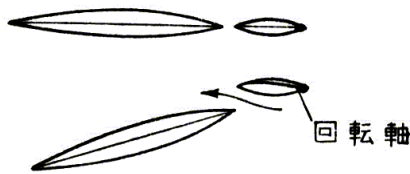


2.41 図 コントラ舵

なり、漏斗型に後ろを閉め気味にするとプロペラ後流の一部が反射されるので減速され、全く閉じると後進する。このように舵だけで、機関を前進に掛けたまま、前後進、減速、旋回が自由に行えるのが特徴である。

9) hydro-gap rudder (2.44 図)

共に流線型をなす舵柱と舵板が 2.44 図のように配置され、舵板の回転軸はその前縁より前にある。そのため大角度舵角では舵柱と舵板の間に隙間ができ、



2.44 図 Hydro gap rudder

加速された水流のため burbling が起き難くなる。

10) フレットナー舵: Flettner rudder (2.45 図)

後端に小さなフラップがついていて、丁度飛行機のタブと同じ作用で、タブに働く力で主舵を回転せしめるもので、極めて小馬力で操舵ができるという利点がある。

この外、11) Kirsten-Boeing Propeller³³ や Voith-Schneider Propeller³⁴ も、舵として役に立つ。

2.4.6. 船後における舵

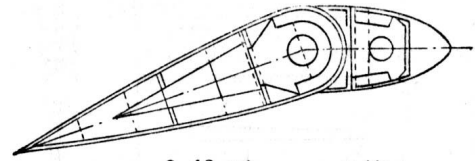
いままでは舵が単独で静水中を進行する場合を考えて来たが、実際には船尾に装備されるので、大なり小なり船体及び推進器の影響を受けるわけである。その影響は大体次の三つに大別される。

- a) 船体との干渉
- b) 伴流と推進器後流の影響
- c) 船体の回転に基づく合成水流の影響

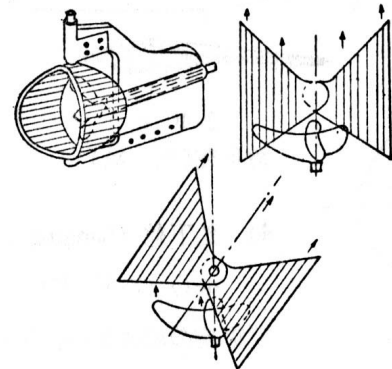
以下、順を追って説明する。

a) 船体との干渉

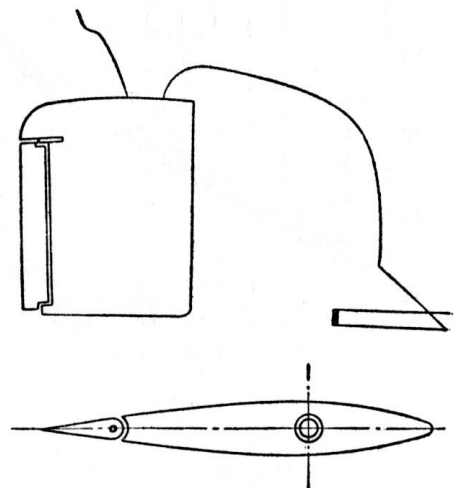
舵の周りに生じた圧力分布は船体の後部まで及ぶので、船体にも左右の圧力差による横方向の力が作用する。その結果、横方向の力は著しく大きくなる一方、圧力中心はやや前に寄るが、全体として重心に対する回転モーメントは大きくなる。この傾向は舵が船体に密着しているほど顕著である。2.46 図は Hasler 水槽で行われた実験の結果²⁹で、横軸に舵角を、縦軸に初期旋回モーメント(initial ship turning moment)を取ってある。これは直進中の船の舵を或る角度取った直後に船の重心周りに生ずるモーメントであって、旋回の初



2.42 図 エルツ舵



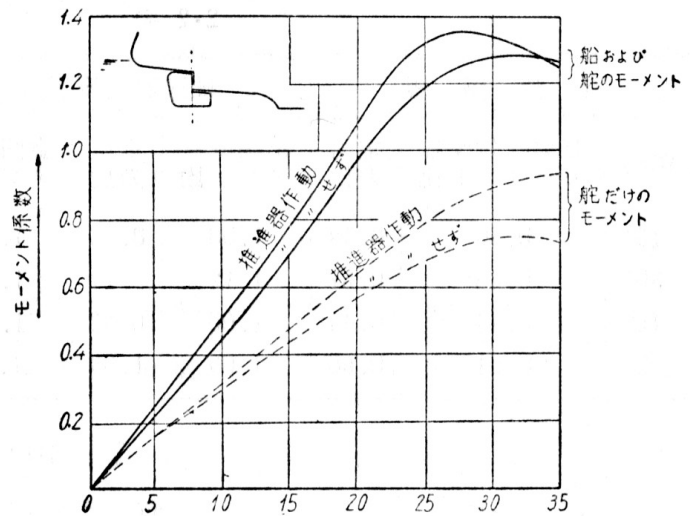
2.43 図 キッチエン舵



2.45 図 フレットナー舵

期運動に大きな影響を持つ。図の点線は舵単独のときで、実線は船体が前にあるときを示し、船体の存在によって旋回モーメントが約 30%増加しているのが判る。

また Abell³⁵ は船体の profile を模した種々の平板の後ろに舵を置いて実験をしているが、やはり船体と舵との隙間が小さいほど旋回モーメントが大きくなっている。



2.46 図 舵と船体の干渉

b) 伴流(Wake)と推進器後流の影響

船体の後では水が或る程度船体に付随して動くので、舵に当る水流は船速より少し遅くなる。これを伴流影響という。このため舵の発生する力は減少する。ところが一方では推進器の後には増速された後流があるから、推進器の後に舵がある船では後流影響による舵力の増加分は伴流による舵力の減少分と相殺する。2.1 表は Baker 及び Bottomley の実験結果^{36, 37}である。

2.1 表

舵角	伴流影響		推進器後流影響			合影響		速力
	舵軸に対するモーメント比	垂直力比	舵軸に対するモーメント比	垂直力比	旋回モーメント比	舵軸に対するモーメント比	垂直力比	
15°	0.39	0.35	2.29	2.58	1.85	0.89	0.90	8kn.
30°	0.50	0.43	2.20	2.58	1.84	1.09	1.09	8kn.
15°	0.45	0.40	2.10	2.40	1.94	0.90	0.97	10kn.
30°	0.54	0.46	2.11	2.46	1.96	1.12	1.14	10kn.

これに対して、Twin-screw の船では推進器の後に舵が置かれられない場合もあり、そうした場合には推進器の後流が直接舵に当たらないので、伴流による損失が回復されず、単独のときより舵力は減少する。2.2 表は Baker 及び Bottomley の実験結果を示す。

2.2 表

舵角	伴流影響		推進器後流影響			合影響		速力
	舵軸に対するモーメント比	垂直力比	舵軸に対するモーメント比	垂直力比	旋回モーメント比	舵軸に対するモーメント比	垂直力比	
15°	0.40	0.39	1.00	0.93	1.00	0.40	0.37	8kn.
30°	0.56	0.51	1.12	1.11	1.11	0.63	0.56	8kn.
15°	0.44	0.44	1.00	0.93	1.00	0.44	0.42	10kn.
30°	0.64	0.60	1.09	1.09	1.11	0.70	0.65	10kn.

また、Single-screw の船では推進器後流の擦れのために、同じ角度の舵を取っても左右で舵の効きが異なって来る。

c) 船体の回転に基づく合成水流の影響

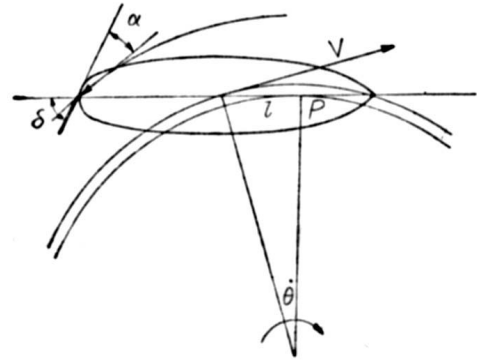
旋回初期には水流はほぼ船体中心線に平行であるから、舵に当る水流の仰角はほぼ舵角に等しいが、旋回が進むと旋回の角速度のために船尾には水が外側から流れ込むよ

うになり、舵に当る水流の仰角は舵角より減少する(2.47 図)。そしてこの減少は旋回半径:R が小さいほど著しい。この減少角 $\varphi (= \delta - \alpha)$ を幾何学的に求める式は次のようになり、

$$OP^2 = R^2 - \ell^2$$

$$\tan \frac{\pi}{2} - \varphi = \frac{OP}{L_{pp}/2 + \ell}$$

$\ell = L_{pp}/4$ と仮定して計算すると、以下を得る。



2.47 図

旋回半径/船長	φ
1.0	37.8°
1.5	26.9°
2.0	20.7°
2.5	16.8°
3.0	14.1°

実際は船体のため流れは船体中心線方向に整流されるので、これほどの減少量にはならないが、この半分程度は舵角が減少するものと見られる。

d) 船後における舵力の実験式

Baker 及び Bottomley³⁸ は、Single-screw 船の船後に装備され、推進器後流の影響を受ける舵に作用する力の式として、次の実験式を出している。

$$F_n = k \cdot A \cdot v^2 \quad (2.32)$$

ここに、 F_n =舵の垂直力(lb)、 v =船の速度(ft/sec)、 A =舵面積(ft²)、 $k=2.3$ 表に示す係数

舵角		10°	15°	20°	30°	35°
K の値	アスペクト比=2.73	0.45	0.66	0.84	1.10	1.24
	アスペクト比=3.83	0.45	0.61	0.75	1.00	1.13

この外、蒲田³⁹、岡本⁴⁰の実験、及び反動舵に対する山縣他⁴¹の実験がある。

2.4.7. 旋回運動の解析

操舵したときの船の運動については 2.4.1 で概略述べたが、これを大体

- 1) 操舵から kick の終了まで
- 2) kick の終了から定常旋回に移る間
- 3) 定常旋回運動

の三つの時期に分けて考えることができる。以下、それぞれについて詳述する。

1) 操舵から kick の終了まで

第一期は、舵の旋回モーメントにより船体は方位を転じつつあるが、それは船尾の横すべりによる動きであって、船体重心はなお原航路近くにある時期である。舵の効きの目安とした横距/縦距は大体この時期の性能によって決まり、横すべり少ないものほど横距/縦距は大きくなる、すなわち舵の効きはよいわけである。この時期の性能を左右するものは主として舵の作る初期旋回モーメント及び船の水面下側面形状と面積である。初期旋回モーメ

ントというのは、舵中央で直進中の船で急に所定の舵角を取ったとき発生する舵力による重心周りのモーメントであって、このモーメントによって船は回転を始めるが、重心は惰力によって原航路上を動き、かつ旋回外向きの舵力によって多少外側に押出される。これをkickという。この間船はますます回頭するので外側に横すべりするようになり、2.2.で述べた揚力及び不安定モーメントが船体に作用し始める。この揚力の大きさによって横距/縦距が決まるが、水面下の側面積が大きく、かつ喫水が幅に比べて大きいほど小さな偏角で大きな揚力を発生して内側に曲がる。

モーターボートや舳のような喫水の浅い船がなかなか内側に曲がらず横すべりするのはこのためである(2.48 図(a))。

運動方程式は、まだ直進からの偏差が小さいので、(2.23)式に u の変化の影響を加え

且つ外力として舵の力を入れて適用することができる。2.48 図(b)において舵の力を F_R とすると、その x 成分 X_R 、 y 成分 Y_R は、近似的には F_R が舵面に垂直に働くと考えて

$$X_R = F_R \cdot \sin \delta, \quad Y_R = F_R \cdot \cos \delta \quad (2.33)$$

と書くことができる。また重心に対するモーメントは初期旋回モーメントであるから

$$F_R \cdot r = Y_R \cdot GR \approx Y_R \cdot L/2 \quad (2.34)$$

ただし、 GR は重心から舵までの距離である。したがって運動方程式は

$$\begin{aligned} (m + m_x) \cdot \Delta \dot{u} &= \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)_0 \cdot \Delta u + \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right)_0 \cdot \Delta v + \left(\frac{\partial X}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \cdot \Delta \dot{\theta} + X_R \\ (m + m_y) \cdot \Delta \dot{v} &= \left(\frac{\partial Y}{\partial u} \right)_0 \cdot \Delta u + \left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)_0 \cdot \Delta v + \left\{ -(m + m_x) \cdot u_0 + \left(\frac{\partial Y}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \right\} \cdot \Delta \dot{\theta} + Y_R \\ (I_x + J_x) \cdot \Delta \ddot{\theta} &= \left(\frac{\partial N}{\partial u} \right)_0 \cdot \Delta u + \left(\frac{\partial N}{\partial v} \right)_0 \cdot \Delta v + \left(\frac{\partial N}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \cdot \Delta \dot{\theta} + F_R \cdot r \end{aligned} \quad (2.35)$$

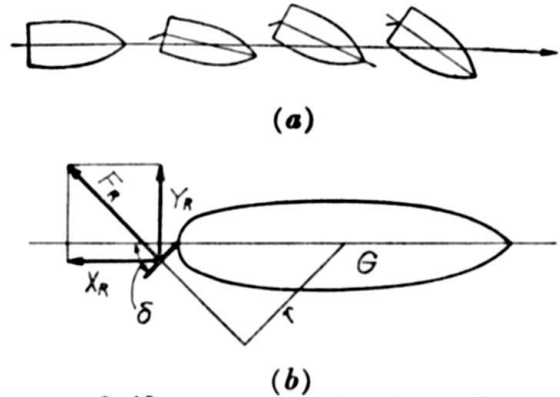
まず前進速度から考えると、主として舵力の x 方向分力 X_R によって減速が起こり、 u は減少し始めるが、ごく初期の間は $u = \text{const}$ としても大した違いはない。

Y 方向について考えると、舵力の横方向成分 Y_R によって重心は横に押される結果 v が外向きに生じて横すべりを始める。そして重心は原航路よりわずかに外に押出される。

方位角 θ については、舵のモーメントにより角加速度を生じ、さらに v を生じると不安定モーメントを生じて角加速度は大となり、船は徐々に内側に回頭する。

一方原航路からの隔たり η は外向きを正として

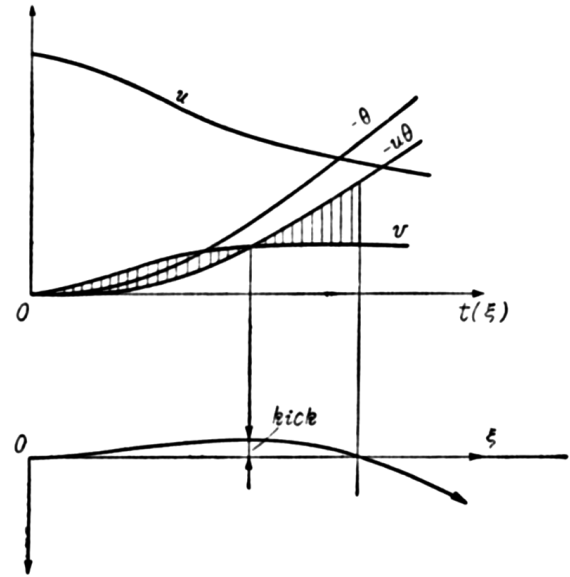
$$\eta \int_0^t (v \cdot \cos \theta - u \cdot \sin \theta) \cdot dt \approx \int_0^t (v - u \cdot \theta) \cdot dt \approx \int_0^t v \cdot dt - u \cdot \int_0^t \theta \cdot dt \quad (2.36)$$



2.48 図 吃水の浅い船の旋回

この式の第一項は重心が舵の外向きの力で押出される量, 第二項は前進速度の内向き成分による内方以降を示し, 始めの内は第一項の方が大きいので, その差だけ重心は原航路の外側へ出てそれから内側へ曲がる, すなわち kick を生ずるわけである. この量は通常考えられているより案外小さい¹⁴ ことは前に述べた通りで, 船尾の推進器の後流を見て重心の航跡と見誤ることが多い(2.26 図).

2.49 図に u, v, θ 及び航跡の関係を示してある.

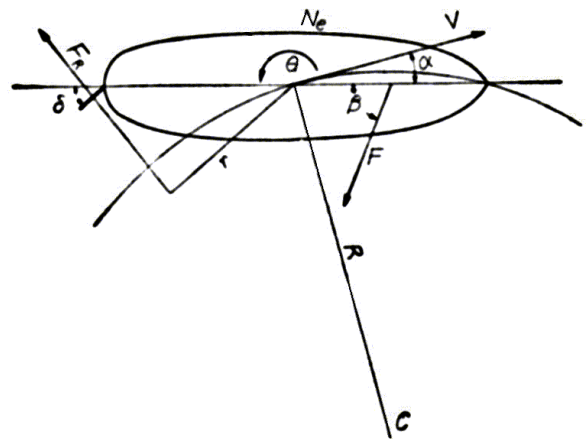


2.49 図

2) kick の終了から定常旋回に移る間

第二期は kick が終わって重心が内側に曲り始めてから後, 定常旋回に入るまでであって, 前進速度は徐々に低下して行き, 横すべり速度 v , 偏角 α , なども刻々変化してゆき, 重心軌跡はだんだんと曲率半径を小さくしていく段階である.

この間はもはや微小変位の式は用いられないので解析も難しい. 赤崎によれば方位角が約 1 rad. になると定常旋回に入るといわれるが, 早いものはその辺りから, 遅いものは 100° くらいで定常状態に入る. この間が旋回惰力が効いている領域に相当するわけである.



2.50 図

3) 定常旋回運動

第三期は定常旋回運動で, 前進速度, 偏角, 角速度, 横すべり速度などがすべて一定となって重心は真円を描く.

このときの力の釣合は 2.50 図において

$$\left. \begin{aligned} x \text{ 方向: } T - F \cdot \cos \beta - (m + m_y) \cdot v \cdot \dot{\theta} - F_R \cdot \sin \delta &= 0 \\ y \text{ 方向: } (m + m_x) \cdot u \cdot \dot{\theta} - F \cdot \sin \beta + F_R \cdot \cos \delta &= 0 \\ \theta \text{ 方向: } F \cdot l \cdot \sin \beta + F_R \cdot r &= N_e(u, v, \dot{\theta}) \end{aligned} \right\} \quad (2.37)$$

ここに, F : 流体力(2.3 図の F と N を併せて表現するように, F の作用点を移動させてある), l : 重心から F の作用点までの距離と書くことができる. いま旋回半径を R とすると

$$R \cdot \dot{\theta} = V, \quad u = V \cdot \cos \alpha, \quad v = V \cdot \sin \alpha$$

であるから, (2.37) 式の第 2 式より

$$(m + m_x) \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos \alpha - F \cdot \sin \beta + F_R \cdot \cos \delta = 0$$

を得る. これと(2.37)式の第3式から $F \cdot \sin \beta$ を消去すると,

$$(m + m_x) \cdot \frac{V^2}{R} \cdot \cos \alpha - \frac{F_R \cdot r - N_e}{l} + F_R \cdot \cos \delta = 0$$

$$R = \frac{(m + m_x) \cdot V^2 \cdot \cos \alpha}{F_R \cdot \cos \delta - \frac{F_R \cdot r - N_e}{l}} = \frac{(m + m_x) \cdot V^2 \cdot \cos \alpha}{F_R \cdot \cos \delta \cdot (1 - \frac{r - N_e / F_R}{l \cdot \cos \delta})}$$

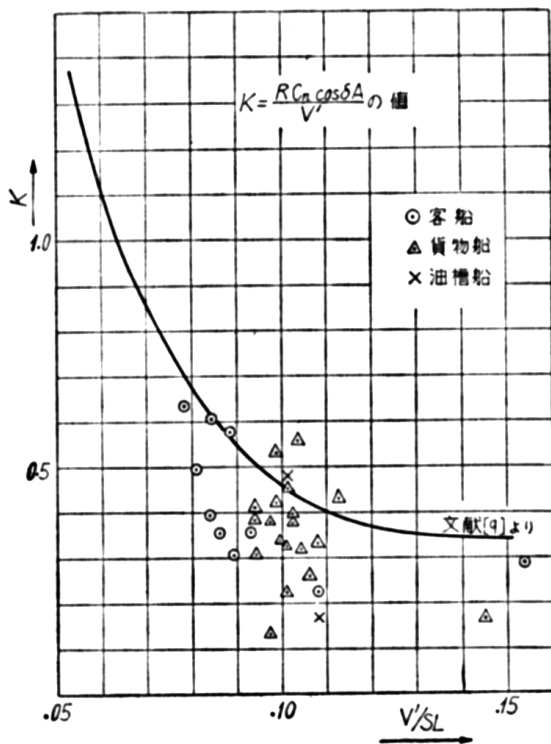
を得る. ここで,

$$F_R \approx C_n \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot V^2 \quad (C_n: \text{舵の垂直力係数}) \quad (2.38)$$

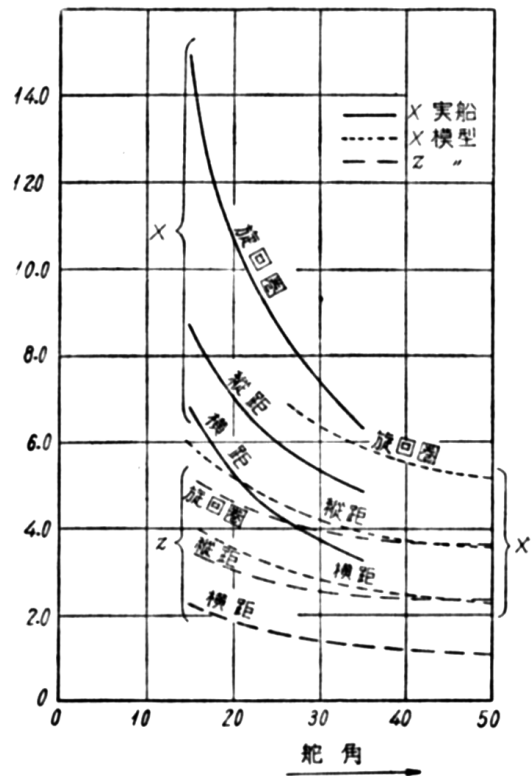
とすると

$$R = K \cdot \frac{V'}{C_n \cdot \cos \delta \cdot A}, \quad \text{ここに, } K = \frac{2 \cdot (1 + m_x / m) \cdot \cos \alpha}{1 - (r - N_e / F_R) / (l \cdot \cos \delta)} \quad (2.39)$$

を得る. ただし, V' は船の排水容積である.



2-51 図



2-52 図

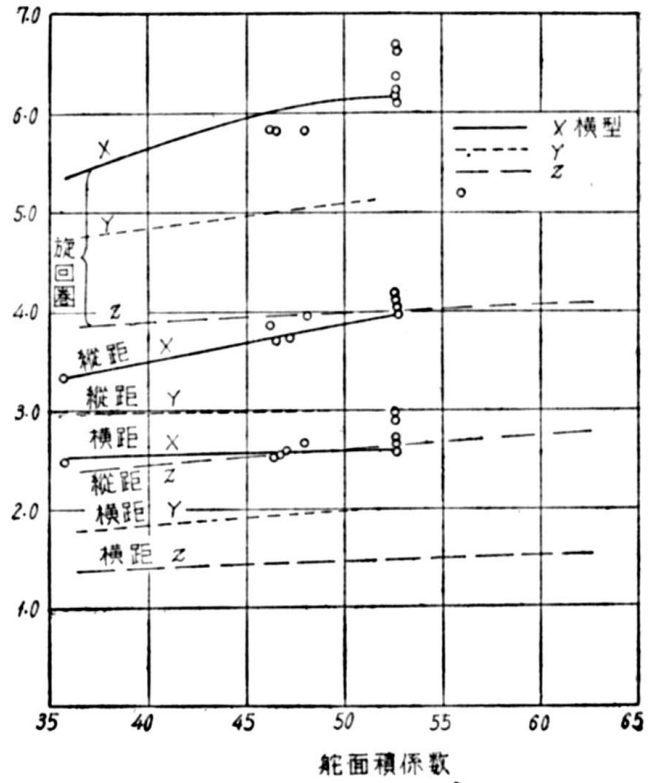
舵面積 A , 舵の垂直力係数 C_n , 舵角 δ , 船の排水容積 V' などが判れば, (2.39)式によって旋回半径を近似的に求めることができる⁹. 係数 K は船型によって変化するが, 最も大きな影響を持つのは V'/SL (S : 水面下側面積) であって文献⁹では V'/SL と K との関係を 2.51 図のように与えている. 図中のプロットは日本の商船の資料である.

Hovgard¹² はさらに詳細な解析を行い, 近似度の高い算式を出しているが, 計算はやや複雑である.

2.4.8. 種々の要素の旋回運動に対する影響

1) 舵角

舵角を大きくすれば旋回径は小さくなるが、35°以上では大して小さくならず、一方舵角が増加すると抵抗が増えて速力が落ちるので、舵角は普通 35°を限度として、これを Hard over という。2.52 図は Gawn²⁹ の実験の結果で、舵角による旋回圈、縦距、横距の変化を船長との比で示してある。



2.53 図

2) 舵面積

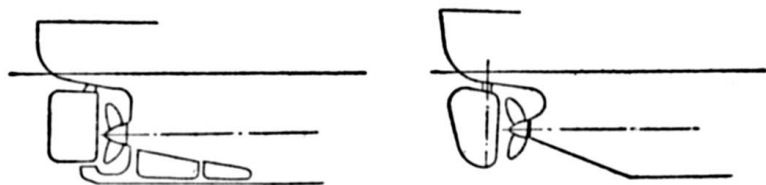
舵面積を増加させると旋回径はほぼ舵面積に反比例して減少するが、ある程度以上の舵面積ではそれほど効かず、前進抵抗の増加や操舵機の馬力増加などを来たすので、自ずと限度がある。2.53 図はやはり Gawn²⁹ の実験によるもので、横軸の舵面積係数は S/舵面積である。

なお、通常舵面積は船の水面下側面積 S との比で表わし、その値は 2.4.10 に示してある。

3) 水面下側面積の形状

船尾の cut-up は旋回径を小さくするのに非常に有効であり、船尾に dead wood があると旋回径は大きくなる。この点で方向安定性と相反する。旋回性を重んずる捕鯨船などは船尾に cut-up をつけ、あるいは dead wood に穴を空けているものがある(2.54 図)。

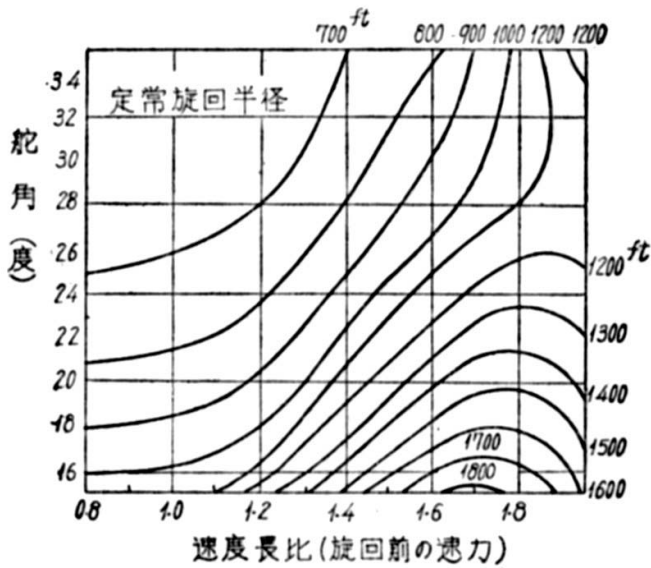
船尾の cut-up が大きな影響を持っているのに反して、船首の cut-up はさして影響がない。



2.54 図

4) 速度

船体に加わる合圧力、慣性力、舵力のいずれも前進速度のほぼ二乗に比例するので、旋回運動、特に定常旋回運動については、低速では速度の影響がほとんど入って来ない。(2.39)式に速度の項が無いのはこのためである。普通の商船は大抵この範囲にある。



2.55 図

とともに旋回径が増す，いわゆる under-steering であるが，ある速度以上では逆になる．これを reverse-steering という．

5) trim

trim を生じると水面下側面積の中心が前後に移動し，丁度船首または船尾に cut-up をつけたのと同じ効果になる．2.56 図では船尾トリムになると旋回性が悪くなり，船首トリムになると船尾に cut-up をつけたのと同じになって旋回性がよくなる様子が示されている．

2.4.9. 船首舵及び後進の際の旋回運動

舵は通常船尾につけられ，船首に装備されることは極めて稀である．船首につけない理由は大体次の通りである．

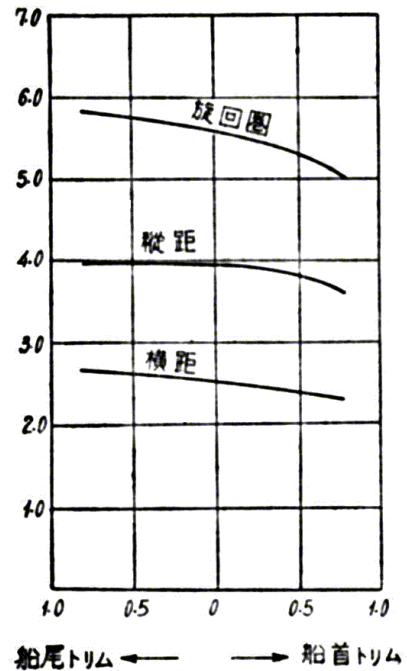
- (1) 損傷しやすい．
- (2) 推進器後流が利用できない(低速時の旋回が困難となる)．
- (3) 舵の効きが極めて悪い(特に大舵角旋回の時)．

第三番目の理由が最大であることはもちろんであるが，それでは何故効が悪いのであろうか．船尾舵の場合には転心(pivoting point)は重心より前にあり，したがって水流は大部分外側から船体に流れ込んで内向きの揚力と，旋回を助ける方向の不安定モーメントを生じたことは前に述べた．この転心の位置は赤崎²³によれば，船に舵の位置で横向きの衝撃を加えたときの撃心に相当するが，船首舵の場合には転心が重心より後にある．

そこで 2.57 図について考えて見ると，偏角は外向きとなるので，揚力，不安定モーメントなどは全て旋回を妨げる方向に働く．結局船の旋回の助けとなるのは舵の内向きの方と，

ところが高速になると造波の影響などによって，速度により旋回半径が変化する．速度が上がるほど旋回径が大きくなるのが普通で，この場合は同じ旋回径を画くためには速度の増加とともに舵角を増さねばならず，これを under-steering という．これに反し，稀には速度が上がるほど旋回径が小さくなるものがあり，これを over steering と称する．

2.55 図には Cole が行った実験の結果が示してあるが，この場合には舵角 25°以下では初め速度が増える



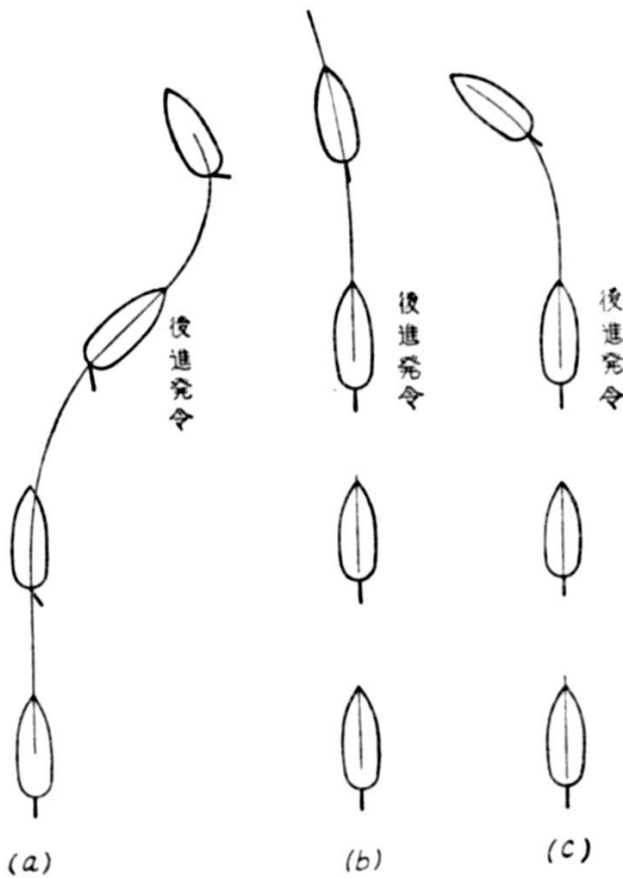
2.56 図

そのモーメントだけである。これが、船首舵の場合に旋回性が極めて悪くなる原因である。その代わり船首舵では kick が全然無く、直ちに内側に曲るから、ごく初期には舵効きはよいわけである。

なお船が後進する際は丁度船首舵と同じ状態になり、極めて旋回性が悪く、旋回径は通常前進のときの2ないし4倍くらいになる。また、推進器の後流が船体に反射して思いも掛けぬ影響をもたらすことがある。

前進より後進に移る際、すなわち行き脚のある状態で後進を掛けた場合の運動は極めて気まぐれである²⁵。例えば有名な Osborne Reynolds⁴²が衝突予防のために行った実験によると、2.58 図のような結果が得られた。

(a) 前進中に右に舵を取り、右旋回中に後進を発令し推進器を逆転すると、右に舵を取っているにもかかわらず左に旋回を始める。



2-58 図

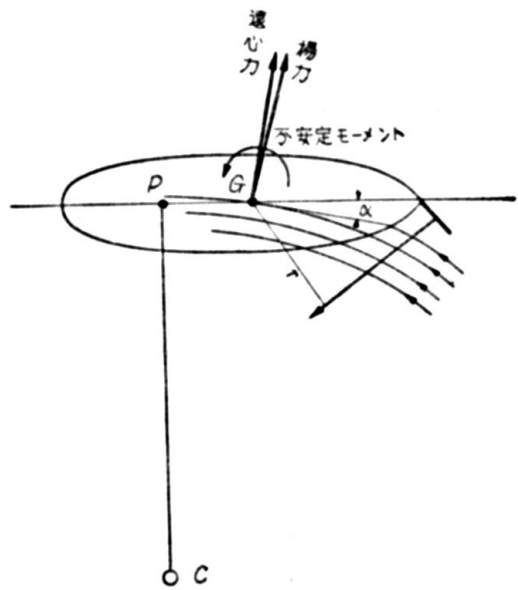
(b) 舵中央で直進中に後進を発令し推進器を逆転すると、わずかに左に旋回する。

(c) 推進器が一部水面に露出している状態で(b)と同じ操作をすると、左旋回の傾向が強まる。

この気まぐれな性質が、衝突予防ということに対して、極めて重要な意義を持っていることは論を俟たない。

2.4.10. 舵面積の決定

通常船を設計するのにその旋回性、例えば旋回半径の絶対値を幾らというように要求されることは少なく、むしろ type ship の旋回性を基準として、それより少し良くするといったように決める場合が多い。したがって、舵面積を決めるのに二つの目安ができる。一つは前の船の舵面積と船体の水面下側面積の比 A/S を基準



2-57 図

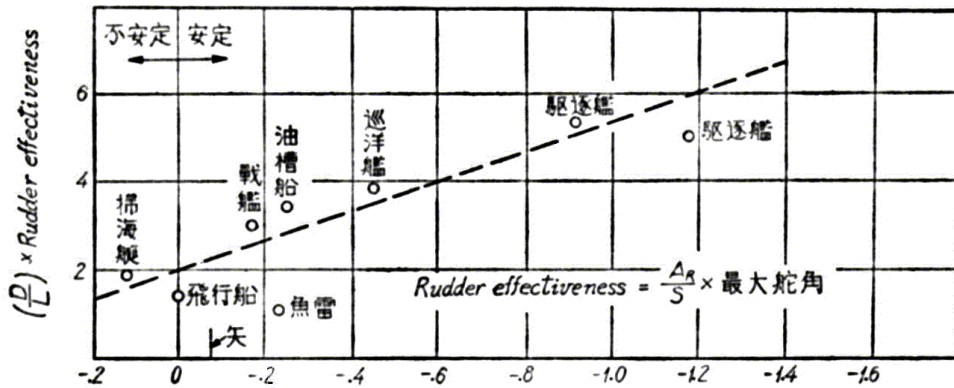
として増減することであり,他の一つは type ship の旋回試験の結果を用いて(2.39)式の係数 K を算出し,その K を用いて新船の旋回半径を計算して A を決定する方法である.

なお, A/S の値は大体次の範囲にある.

大型客船	1/50 ~ 1/60	捕鯨船	1/30 ~ 1/35
一般商船	1/60 ~ 1/70	曳船	1/20 ~ 1/25
小型客船	1/50 ~ 1/60	帆船	1/15
漁船	1/35 ~ 1/40	軍艦	1/30 ~ 1/50

2.5. 総合操縦性能

2.3 及び 2.4 に述べたように,船の方向安定性と旋回性とは大体において相容れない性

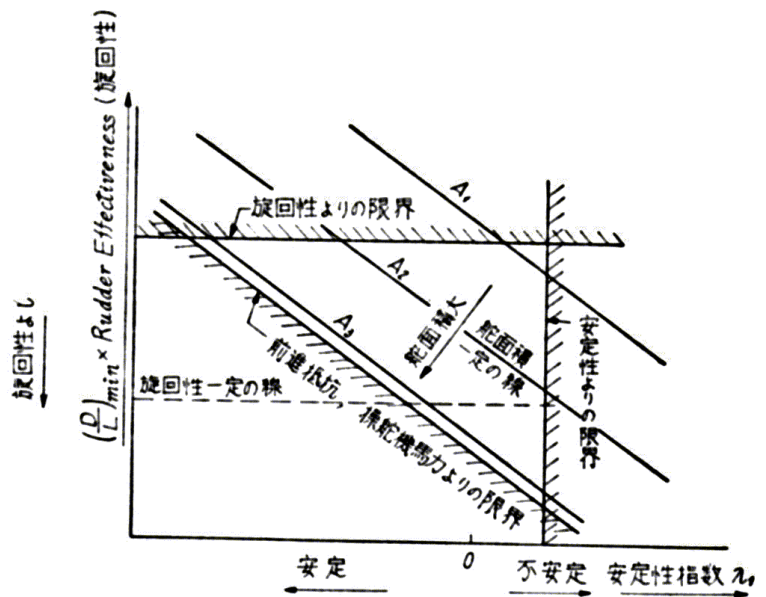


2-59 図 方向安定性と旋回性との関係

質を持っており,舵面積一定のままなら一方を良くするためには他方を犠牲にしなければならない.この関係を Davidson は横軸に安定性を,縦軸に旋回性を表わすものとして(旋回径/船長) \times Rudder Effectiveness という変数を取って,2.59 図のような表示をしている.図から判る通り,一方を変えずに他方を良くすることはできない.

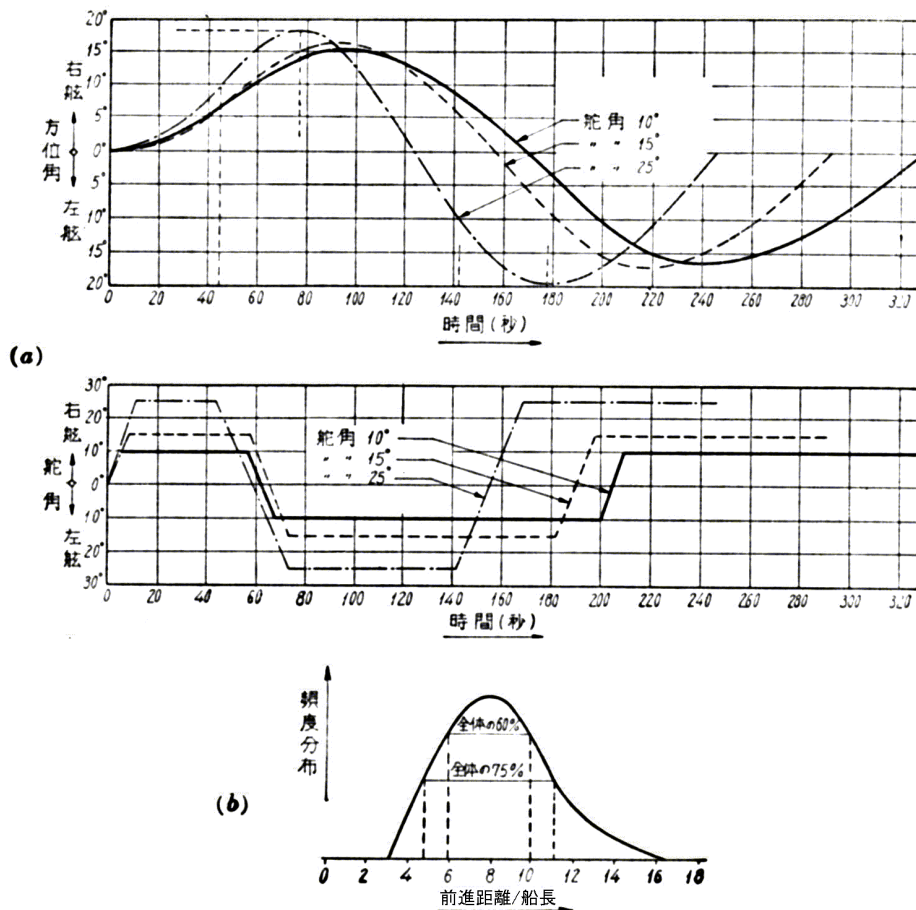
しかし,舵面積を変えると図中の斜めの破線は平行に移動するものと考えられるので,舵面積を変えれば一方を変えずに他方を良くすることも可能である.この関係を 2.60 図に示す.旋回性に対する制限と,安定性に対する制限と,操舵機馬力や前進抵抗を考慮した場合の舵面積への制限で囲まれた三角形が,設計の許される範囲になるわけである.

実船で総合的な操縦性を判定する方法に, Kemp が standard test として提案した Z-test(zigzag manoeuvre test)がある.これは 2.61 図(a)に示すように,直進中の船の舵を



2-60 図 旋回性, 安定性及び舵面積の関係

Step 状に 10° 取り, 方位角が 10° になった瞬間に反対舷方向の 10° に切り返す. 船が最大の変針角に達した後, 方位角偏差が減少に転じ, 更に原針路を過ぎて反対側の 10° になった瞬間に反対舷方向の 10° に切り返す, 次に原針路に向けた瞬間を記録する. この間に進行した距離を船の長さで割って見ると, 2.61 図(b)の如く多くの船は 5 から 11 くらいの間にある. この間が総合的にいって操縦性のよい船で, それより外れた船は何らかの欠点があるとするのである. なおアメリカでは舵角 20° , 方位角 20° で試験を行っている.



2.61 図

この外, 自動操船に対する特性も考慮する必要がある^{18,43}.

2.6. 自動操縦

2.3 で述べたように, どんなに方向安定な船でも一旦航路から外れたら舵を取らない限り元に戻らない. すなわち復原力がないのである. このため, 外乱の影響が無視できない状態で一定方位を保つためには, 操舵が必要になる. 操舵の方法には二通りあって, 一つはコンパスを見て所定の方位を保つように操舵する方法である. この方法では船を一定方位に保つことはできるが, 所定の航路と平行に進んで隔たりを生じる可能性がある. そこでもう一つの操舵, すなわち天測やローランなどによって船位を計測し所定の航路上にもどすようにすることが必要になる. これで初めて船は所定の航路に復帰する力を持つわけで, これに関して谷⁴³の研究がある.

ところで人力による操舵は操縦者の疲労を来すとともに, 偏差の検出を目で行うため

に、どうしてもある程度以上の偏差が出てから操舵することになり、ある程度の蛇行は免れない。特に方向安定性の悪い船では頻繁な操舵が必要となる。これを自動的に行うのが自動操縦であり、ジャイロコンパスが現れ、偏差信号を取り出すことができるようになってから実現するようになった。従来の磁気羅針盤では指北力が弱くて偏差を取り出すことができなかったのである。なお、現在の自動操縦は後述の如く方位角を一定に保つだけで、横の隔たりについて復原力はない。したがってときどき人力で原航路上に乗せる必要がある。

2.6.1. 自動操縦方式

Minorsky⁴⁴はその草分け的な論文で自動操縦を取扱っているが、操縦運動の方程式から船の横すべりを省略して方位角だけの方程式とし

$$A \cdot \ddot{\theta} + B \cdot \dot{\theta} + C \cdot \delta = 0 \quad (\delta = \text{舵角}) \quad (2.40)$$

として取扱っている。しかし実際には 2.4 で述べた如く、横すべりによる揚力あるいは不安定モーメントは非常に大きな影響を持つので、これを無視することはできない。この点は不満足であるが、操縦の方式を説明するには簡単で判りやすいし、その範囲では誤りはないので、この式について説明を進める。

on-off 制御

これは偏差がある一定角度になると操舵機が働いて一定角度(例えば 10°)を取るというやり方で、操舵は段階的に行われる。冷蔵庫とか井戸ポンプなどに用いられるやり方である。この方法は船には不向きで、ハンティングを起し、運動は不安定に陥る。

比例制御

これは偏差に比例して舵角を取る方式で、舵角 $\delta = k \cdot \theta$ (θ を減ずる方向に取ることはもちろんである)。

したがって、運動方程式は

$$A \cdot \ddot{\theta} + B \cdot \dot{\theta} + C \cdot k \cdot \delta = 0 \quad (2.41)$$

となり、減衰を伴う振動の方程式になっているので、解は

$$\theta = A \cdot e^{\lambda_1 t} + B \cdot e^{\lambda_2 t}$$

$$\text{ただし, } \lambda_1 = (-B + \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C \cdot k}) / (2 \cdot A),$$

$$\lambda_2 = (-B - \sqrt{B^2 - 4 \cdot A \cdot C \cdot k}) / (2 \cdot A)$$

の形を取る。したがって、 $B > 0$ ならば

$$B^2 - 4 \cdot A \cdot C \cdot k > 0 \text{ の時, 非周期的安定}$$

$$B^2 - 4 \cdot A \cdot C \cdot k < 0 \text{ の時, 周期的安定}$$

となり、舵角の比例係数 k を大きくすれば復原力は大きくなり、Yawing の周期は短くなる。しかしながら、この方法では減衰を変えることは不可能で、減衰の悪い船(B の小さなもの)はなかなか蛇行が収まらない。

角速度制御

偏差角の角速度ⁱ $\dot{\theta}$ に比例して舵を取る方式で、これだけでは復原力が無いので、通常比例制御と併用される。すなわち、

$$\delta = k_1 \cdot \theta + k_2 \cdot \dot{\theta}$$

である。運動方程式は

$$A \cdot \ddot{\theta} + (B + C \cdot k_2) \cdot \dot{\theta} + C \cdot k_1 \cdot \delta = 0 \quad (2.42)$$

の形となり、(2.41)に較べて減衰が $C \cdot k_2$ だけ増した形になっている。したがって、2)よりも外力による乱れが速やかに収斂するわけである。この方式は現在実用されている。

角加速度比例制御

$$\delta = k_1 \cdot \theta + k_2 \cdot \dot{\theta} + k_3 \cdot \ddot{\theta}$$

$$(A + C \cdot k_3) \cdot \ddot{\theta} + (B + C \cdot k_2) \cdot \dot{\theta} + C \cdot k_1 \cdot \delta = 0 \quad (2.43)$$

前に較べて慣性モーメントも増え、系全体の固有周期が長くなるので、外力に敏感に反応する度合いが減少する。しかし現在はここまでは実用になっていない。

2.6.2. 自動制御を考慮した安定判別式^{45, 46, 15, 18, 43}

運動方程式(2.24)の外力の項として舵力(Y_R, N_R)を入れ、

$$\frac{Y_R}{m + m_y} = k_y \cdot \delta, \quad \frac{N_R}{I_x + J_x} = -k_\theta \cdot \delta$$

と書くと、運動方程式は

$$\Delta \dot{v} = k_1 \cdot \Delta v + k_2 \cdot \Delta \dot{\theta} + k_y \cdot \delta \quad (2.44)$$

$$\Delta \ddot{\theta} = f_1 \cdot \Delta v + f_2 \cdot \Delta \dot{\theta} - k_\theta \cdot \delta$$

これより Δv を消去し、舵角は比例制御として $\delta = c \cdot \Delta \theta$ と置くと

$$\ddot{\theta} + q_1 \cdot \dot{\theta} + (q_2 + k_\theta \cdot c) \cdot \theta + (-k_1 \cdot k_\theta \cdot c - f_1 \cdot k_y \cdot c) \cdot \theta = 0 \quad (2.45)$$

$$\text{ただし、} q_1 = -(k_1 + f_2), \quad q_2 = k_1 \cdot f_2 - k_2 \cdot f_1$$

運動が安定なるためには

$$q_1 > 0$$

$$q_1 \cdot (q_2 + k_\theta \cdot c) + (k_1 \cdot k_\theta \cdot c + f_1 \cdot k_y \cdot c) > 0 \quad (2.46)$$

$$-(k_1 \cdot k_\theta \cdot c + f_1 \cdot k_y \cdot c) > 0$$

2.6.3. 自動操縦系における時間遅れの影響

ジャイロコンパスより舵までの伝達機構に時間的な遅れ Δt があると、舵角は

$$\delta = c \cdot \Delta \theta(t)$$

となるべきところ、以下のようになる。

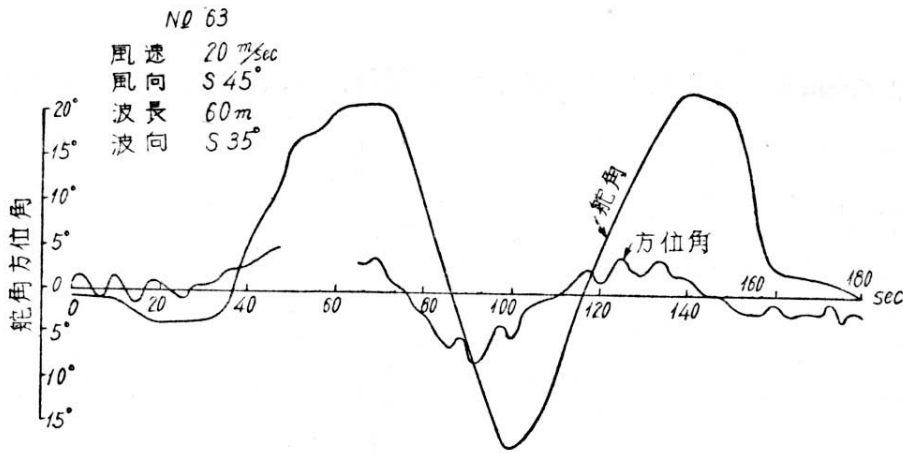
$$\delta = c \cdot \Delta \theta(t - \Delta t) \approx c \cdot \Delta \theta - c \cdot \Delta \dot{\theta} \cdot \Delta t$$

これを(2.46)に代入すると

ⁱ 実際には目標方位は動かないから船の角速度と同じである。

$$\begin{aligned}
 & q_1 > 0 \\
 & q_1 \cdot (q_2 + k_0 \cdot c) + (k_1 \cdot k_0 \cdot c + f_1 \cdot k_y \cdot c) \cdot (1 + q_1 \cdot \Delta t) > 0 \\
 & -(k_1 \cdot k_0 \cdot c + f_1 \cdot k_y \cdot c) > 0
 \end{aligned}
 \tag{2.47}$$

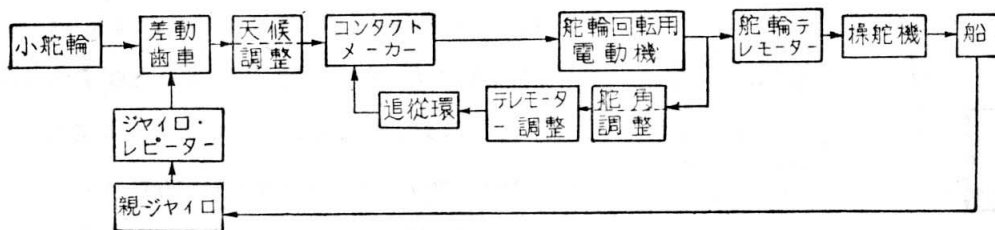
すなわち第二項に $(k_1 \cdot k_0 \cdot c + f_1 \cdot k_y \cdot c) \cdot q_1 \cdot \Delta t$ なる項が加わって来る。しかるに安定な船は括弧の中が負であるから、時間遅れは安定性に対して不利な影響を与えることになる。文献^{15b)}には、その一例として波浪中の天候調節の影響が挙げられているが、天候調節とは荒天で波のために船が絶えず yawing する際に、一々この yawing 角度に比例して操舵しては操舵機が over load になるので、ある程度以下の偏差は無視するように検出装置に遊びをつけることをいう。この遊びは結局伝達装置に遅れを生じさせるわけで、この例では貨物船日聖丸が Vancouver から Honolulu まで航行する途中の荒天で 2.62 図のような大角度の操舵と yawing を生じたことが記録されている。



2.62 図

2.6.4. 最近の自動操縦系

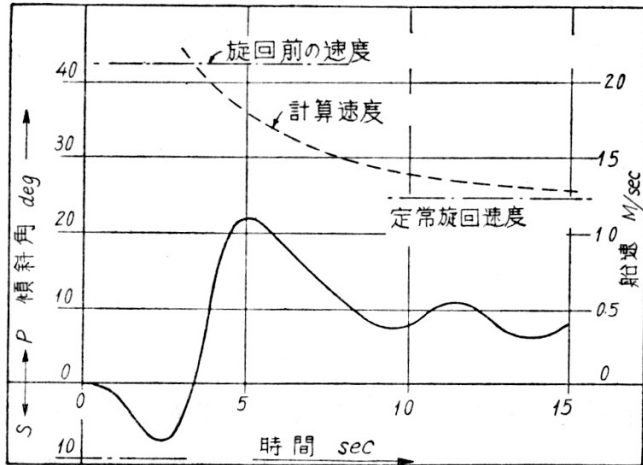
最近の自動操縦系は高度に発達し、大体 2.63 図のような配置になっている。船の偏差という input に対し舵角という output を取り出し、さらに一部を feed-back して調整を行っている。これにより遅れを保障することができる^{47, 48}。



2.63 図

2.7. 旋回時の横傾斜

操舵すると、船体にはz軸の周りのモーメントばかりでなく、x軸の周りにもモーメントが作用して傾斜を起す。旋回時の傾斜には二段階あって、操舵直後には重心に働く慣性力と水面下に働く舵の力のために船は内傾し、次に船が旋回運動を始めると、重心には遠心力が働き、水面下の船体には横すべりの揚力による内向きの力が働くので、そのモーメントにより著しく外傾する。2.64 図は捕鯨船の一例¹⁶であるが、高速で旋回性のよい船では内傾より外傾に転ずる際に大傾斜をする可能性があり、これ

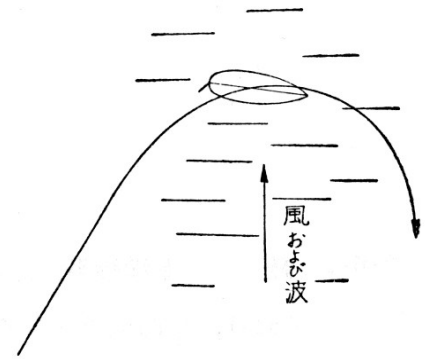


旋回時の横傾斜 (捕鯨船)

2.64 図 旋回時の横傾斜

に波、風などの外力が加わると危険である。最も危険なのは2.65 図のように追波追風で走っていたものが、風上側に転舵したときである。Rau III という捕鯨船は平穏な海上で旋回したとき、この外傾のため転覆している⁴⁶。

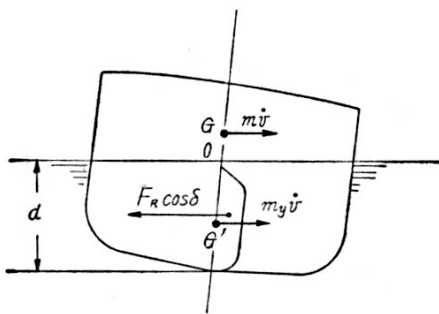
が働き、水面下の船体には横すべりの揚力による内向きの力が働くので、そのモーメントにより著しく外傾する。2.64 図は捕鯨船の一例¹⁶であるが、高速で旋回性のよい船では内傾より外傾に転ずる際に大傾斜をする可能性があり、これ



2.65 図 最も危険な旋回

この傾斜を力学的に取扱った論文は数多くある^{49, 50, 9}。いま概略を述べて見ると

(1) 初期内傾



2.66 図 初期内傾

2.66 図において、舵のほぼ中心に舵力 $F_R \cdot \cos \delta$ が作用する。これと横すべりの加速度による間勢力が釣合うが、慣性力は重心 G に $m \cdot \dot{v}$ 、見掛質量中心に $m_y \cdot \dot{v}$ で、舵力中心、見掛質量中心ともほぼ喫水の半分のところにあると考えられるから、見掛質量が船の質量とほぼ等しいと考えて

$$M = \frac{F_R \cdot \cos \delta}{2} \cdot \left(\frac{d}{2} + OG \right)$$

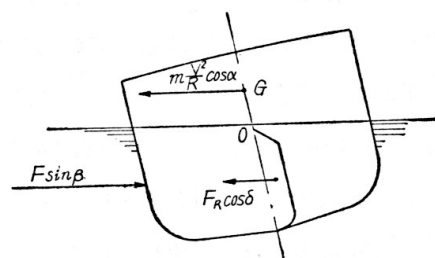
を得る。したがって内傾角は以下のように得られる。

$$\theta = \frac{F_R \cdot \cos \delta}{2 \cdot W \cdot GM} \cdot \left(\frac{d}{2} + OG \right) \quad (2.48)$$

(2) 外傾

2.67 図のように(記号は 2.50 図を参照)

- a) 重心に遠心力: $m \cdot V^2 \cdot \cos \alpha / R$
- b) 見掛質量中心に遠心力: $m_y \cdot V^2 \cdot \cos \alpha / R$
- c) 舵の中心に舵力: $F_R \cdot \cos \delta$
- d) 喫水の半分のところに水圧力 $F \cdot \sin \beta$



2.67 図 外 傾

が働く。横方向の釣り合いから

$$\frac{(m + m_y) \cdot V^2 \cdot \cos \alpha}{R} + F_R \cdot \cos \delta = F \cdot \sin \beta$$

そして b), c), d) は喫水の約半分のところに作用すると考えて良いから

$$\frac{m_y \cdot V^2 \cdot \cos \alpha}{R} + F_R \cdot \cos \delta - F \cdot \sin \beta = -\frac{m \cdot V^2 \cdot \cos \alpha}{R}$$

より, $(d/2 + OG) \cdot \cos \theta$ だけ上下に隔たった処に偶力が加わることになるので, 傾斜モーメント M と傾斜角 θ は

$$M = \frac{m \cdot V^2 \cdot \cos \alpha}{R} \cdot \cos \theta \cdot \left(\frac{d}{2} + OG \right), \quad \tan \theta = \frac{V^2 \cdot \cos \alpha}{R \cdot g \cdot GM} \cdot \left(\frac{d}{2} + OG \right) \quad (2.49)$$

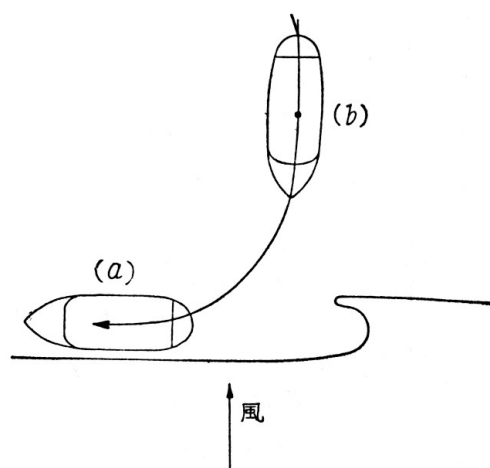
となる。

2.8. 強風下の操船性

風が強いと, 水面上の船体に働く風圧力のために, 操舵が困難になる場合がある。

かつて, 強風が陸から吹いているときに青函連絡船が 2.68 図(a)のように棧橋に横づけしようとする場合に, (b)の姿勢から幾ら操舵しても風に横にならない場合が出て来て困ったことがある。これは風の方向に向かう向風性があるためで, 上部構造物の大きい船に有り勝ちな性質である。

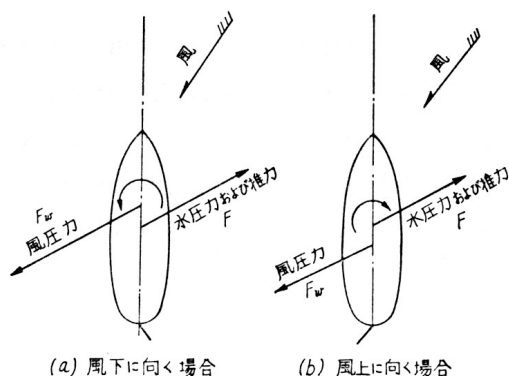
これと反対に, 多くの漁船は風の方に立とうとしてもなかなか立えず, 横波・横風を受けやすい。



2.68 図

船尾トリムした貨物船もこの性質がある。

強風下の操船性については先の連絡船について荒木, 花岡⁵¹, 中島¹¹, 漁船について木下⁵²らが力学的に扱って興味ある結果を出している。2.69 図のように風圧力 F_w が作用すると, 船はその横方向の成分によって横すべりをし, そのため水圧力を生じて推力とともに F なる反力を生じる。もし F_w の着点 G が F の着点より前にあれば, 船は風下に落とされて風の方を向き難く, 逆ならば向風性となって横になり難い。そしてこのモーメントが舵の

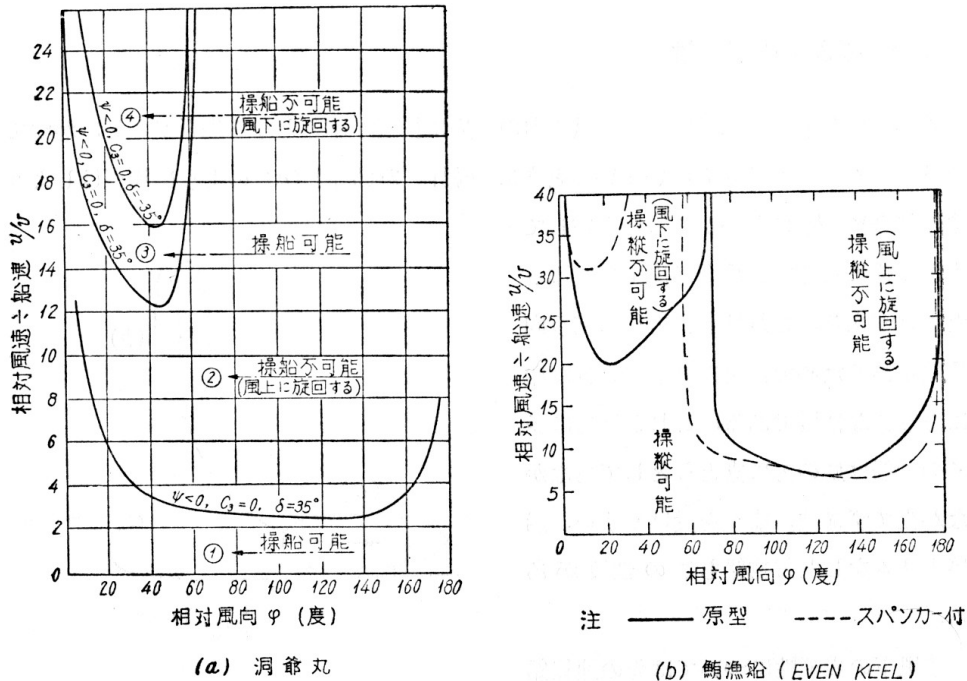


2.69 図

モーメントより大きくなれば遂に思う方向に向き得ず, 操船不能となるわけである。2.70 図

(a)は洞爺丸¹¹, (b)は鯉鮪漁船⁵² についての操船可能及び不可能域を示したもので, 横軸に相対風向を, 縦軸に風速と船速の比が取ってある.

船の安全からいえば向風性の方が好ましく, 漁船は危急の場合に風に立てるように spanker を用いるが, 2.70 図(b)では spanker によって向風性が増しているのが判る.



2.70 図 船の操縦性に及ぼす風の影響

2.9. 二船がすれ違うとき及び制限水路の影響

二船がすれ違うときには, 最初^{へさき} 舳を反発され次いで吸引されるため, 思わぬ事故を起すことがある. この問題については渡辺⁵³, 真鍋⁵⁴, Brard⁵⁵ らの研究があり興味深い, 紙面の関係で省略する.

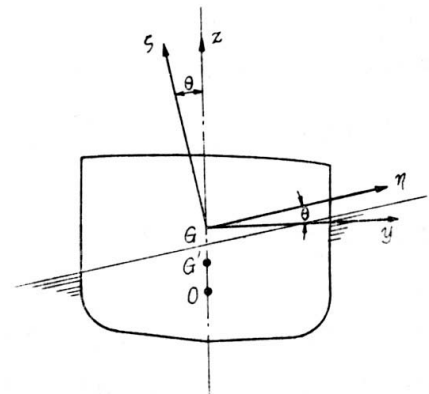
また, 浅い底の影響や水路の両方の壁の影響なども複雑で, 戦艦 Nelson が座礁した事件も浅瀬の流体力学的な影響であるといわれる⁵⁶. また Baker⁵⁷ はスエズ運河を航行する船について実地に調査を行っている.

3章 復原性及び横揺れ

3.1. 横揺れの運動方程式及び重心の運動

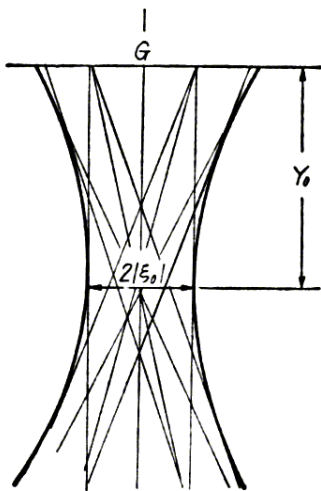
縦揺れ及び船首揺れがないものとし、 x 軸の周りの回転のみを考えた運動を横揺れという。復原力を有するから、直立状態を中心とする往復運動となる。

船に横傾斜モーメントのみを加えて x 軸の周りに傾けたときの不動点、すなわち回転中心は (1.13) 式で与えられる見掛の重心 (3.1 図の G') になるはずである。見掛の重心 G' は、船の重心 G と y 方向の付加質量の中心 O の間を、船の質量 m と y 方向の見掛質量 m_y の逆比に分けた点である。ところが船が傾くと没水部の形が変わって付加質量の大きさもその中心位置も変化するので、この回転中心も変動する。

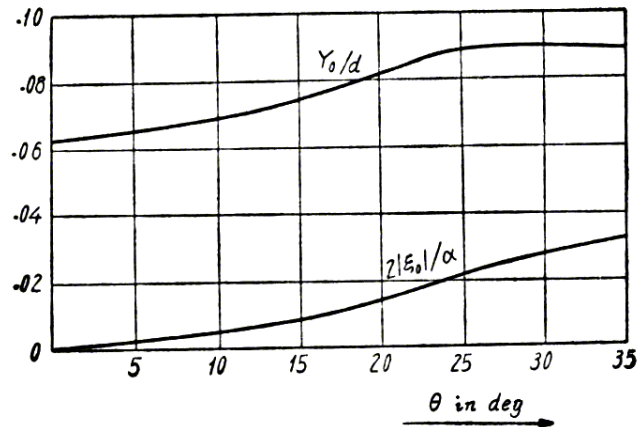


3-1 図

実際、末広⁵⁸の実験でも上野⁵⁹の実験でも全然不動の点というのではなく、上野の実験によれば、船体中心線は 3.2 図の如く完全に一点を通らず、一つの包絡線を描き、その最も動きの少ない点及びその位置の横の振幅は動揺角度によって多少変わって 3.3 図の如くなり、末広の実験では重心はほとんど横には動かず、上下するだけであった。また Dubel de Benazé 及び Risbec⁶⁰ の Elorn 号における実船試験の結果でも固定された中心はなく、一番動きの少ない点は重心と水面の間にあったが、やはり縦に長い楕円を描いた。



3-2 図



3-3 図

また最近巡視船について行われた実船試験では、回転中心は船の状態によって上下すること及び動揺角度によっても変化することが認められた。

このように静水中で動揺する船の動揺中心というものはまだ確実に求められていない。したがって運動方程式も便宜上重心を座標の原点とし、運動は重心の移行と重心周りの回転運動に分けられ、しかも互いに連成運動は起さないと考える。すなわち 3.1 図において重心を原点とし、船に固定して G - xyz 軸、空間に固定して G - $\xi\eta\zeta$ 軸を取り、動揺角を θ と

するとⁱ, 運動方程式は次のようになる.

$$(I_x + J_x) \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + f_1\left(\frac{d\theta}{dt}\right) + f_2(\theta) + f_3\left(\frac{dy}{dt}, \frac{d^2y}{dt^2}, \frac{dz}{dt}, \frac{d^2z}{dt^2}\right) = \Sigma L$$

この式の第 4 項が, 重心を座標原点に取ったために他の自由度との連成を生ずる原因となるモーメントであるが, これを二次的であるとして省くわけである. 上野⁶¹はこの影響を実験的に求め, 省略できる程度のものであることを示している. すなわち,

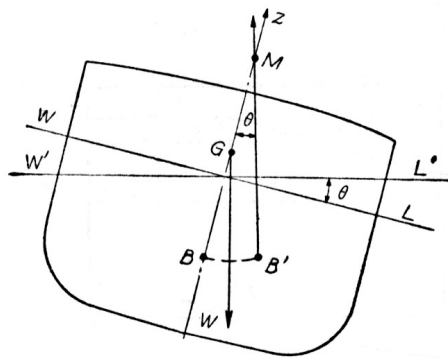
$$(I_x + J_x) \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} + f_1\left(\frac{d\theta}{dt}\right) + f_2(\theta) = \Sigma L \quad (3.1)$$

となる.

後述のように横揺抵抗はどは重心の高さにより多少変化するが, その主原因はこの連成運動の影響であると考えられる. ΣL は外力モーメントの総和で, 通常, 波による強制モーメントを想定する.

3.2. 静的傾斜及び復原モーメント

船が静かに或る角 θ だけ傾くと, 重心 G に作用する重力 W と新しい浮心位置に作用する



3.4 図

浮力とは, 一つのモーメントを形成ⁱⁱする. このモーメントを復原モーメントあるいは復原力という. いま 3.4 図において, 最初船は水線 WL で直立状態で浮かんでいるものとし, 重心を G , 浮心を B とする. この状態では重力と浮力は一直線上にあって釣合っている. 次に船が排水量を変えずに θ だけ傾いて $W'L'$ なる水線になったとすると, 重心には新しい鉛直線の方に W なる重力が働き, 浮心は新しい没水部の体積中心に移って B' となり, B' より新しい鉛直線の上方に浮力 W が働く. この二つの力はモーメントを形成し, その大きさは G より浮力の作用線に下した垂線の長さを GZ とすれば

$$\text{復原モーメント} = W \cdot GZ \quad (3.2)$$

となる. このモーメントの向きが傾斜角を減少させる方向にあるならば, 船は直立状態に復帰し, 逆ならばますます傾斜して遂に転覆するに至る.

傾斜角がごく小さい間(約 10° くらいまで)では浮力の作用線と船体中心線の交点 M はほぼ一定点となる(3.4 図). この点をメタセンター(meta-center)という. この間では θ が小さいから

$$\text{復原モーメント} = W \cdot GZ = W \cdot GM \cdot \sin\theta \cong W \cdot GM \cdot \theta \quad (3.3)$$

で表される. この範囲を初期復原力という.

ⁱ 第 1 章では横揺角を ϕ としたが, 普通は θ という記号が用いられているので, 混同を避けるために θ とする.

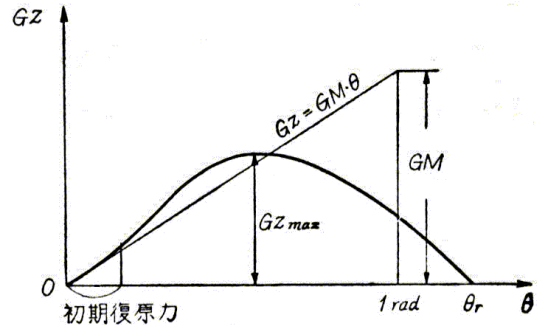
ⁱⁱ 平行逆向きに等しい力(偶力)であるという意味.

いま M が G より上にある時を $GM > 0$ とすれば, 船が復原力を有するか否かは GM の正負で左右される. すなわち

$$\begin{aligned}
 GM > 0 & \text{ 安定 } & \text{stable} \\
 GM < 0 & \text{ 不安定 } & \text{unstable} \\
 GM = 0 & \text{ 中性 } & \text{neutral}
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

傾斜がさらに大きくなると, M はもはや一定点ではなくなり, 復原モーメントは θ に比例しなくなる. 復原モーメントの変化は正弦曲線に似ており, 3.5 図の如くなる.

3.5 図は横軸に傾斜角 θ を取り, 縦軸に復原モーメント $W \cdot GZ$, または (W は角度に無関係なので省略して) GZ を取る. 前者を復原力曲線, 後者を復原艇曲線という.



3-5 図

前に述べたように θ がごく小さい範囲では復原艇は θ に比例するから, 復原艇曲線は原点を通り GM を傾斜とする直線に接する. θ が増加するにつれて, この直線から外れ初め, 或る角度に達すると極大となる. この時の復原艇の値を最大復原艇 GZ_{max} という. さらに θ が増加すると GZ は減少を始めて遂に 0 になる. すなわちその角度まで傾くと復原力を喪失するわけで, この角度を復原性限界角 (range), θ_r という.

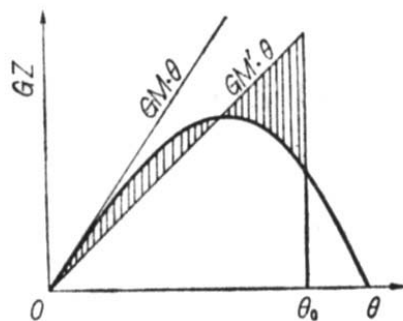
この復原力曲線は船型や重心の高さによって変化するが, いまはこれを論じるのが目的でなく, 方程式 (3.1) の復原力 $f_2(\theta)$ の形を決めるのが目的であるから, 詳細は省く. 詳しくは文献^{61, 62}などを参照されたい.

次に復原力 $f_2(\theta)$ の形を考えて見よう.

1) 線形表示

$$GZ = GM \cdot \theta \tag{3.5}$$

この形が最も簡単でよく使われる. 大角度ではもちろん誤差を生ずるが, 方程式を線形とするために, 種々の修正を加えてこの形にすることが多い. 加藤⁶³は次のような修正 GM



3-6 図

を用いることを提案している. すなわち 3.6 図において, 船が揺れると予想される角度 θ_0 を横軸上に取り, その角度までの復原艇曲線が囲む面積 $D = \int_0^{\theta_0} GZ \cdot d\theta$ を計算する. この D は船をこの角度まで傾けるまでに外力がなした仕事 (を W で割ったもの) に等しく, これを動的復原艇という. なお, 幾何学的には浮心の上昇量すなわち 3.4 図の B と B' の垂直距離に相当する. さて D が求められたら, 原点を通る直線と θ_0 までの横軸に挟まれた面積が D に等しくなるように直線の傾斜を定め, それを GM' とする. すなわち,

$$GZ = GM' \cdot \theta = k^2 \cdot GM \cdot \theta \tag{3.6}$$

2) 多項式表示

1)の線形表示に対比して,タンブルフォームのような場合には負係数の3次項を加え,

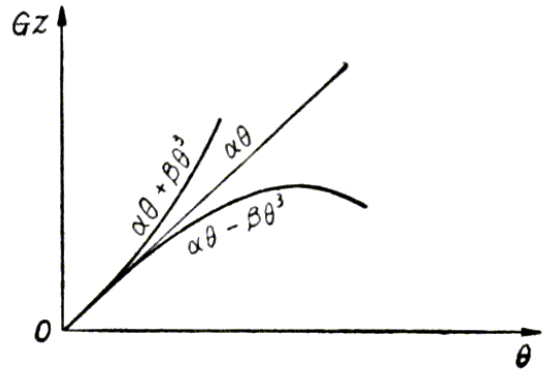
$$GZ = \alpha \cdot \theta - \beta \cdot \theta^3 \quad (3.7)$$

が用いられる.側壁(Wall-sided)船またはフレ

アーのある船では正係数の3次項を加え,

$$GZ = \alpha \cdot \theta + \beta \cdot \theta^3 \quad (3.8)$$

が用いられる(3.7 図).



3.7 図

3) 正弦表示

1)と 2)が或る範囲のthetaについての近似表現であるのに対して,没水した潜水艦のように円形断面の船の場合にはthetaの全領域を

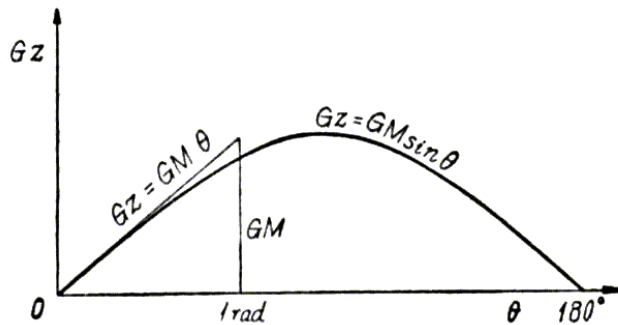
$$GZ = GM \cdot \sin\theta \quad (3.9)$$

で表わすことができる(3.8 図).

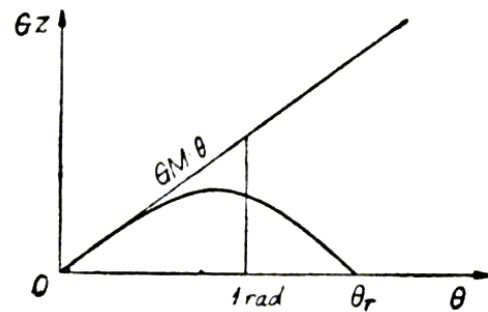
一般の船では限界角が 180°でなく,もっと小さい値であるから,(3.7)式を修正して

$$GZ = \frac{\theta_r}{\pi} \cdot GM \cdot \sin \frac{\theta}{\theta_r} \quad (3.10)$$

で近似することができる(3.9 図).



3.8 図



3.9 図

3.3. 静水中無抵抗横揺れ,見掛の慣性モーメント及び周期

最も簡単な場合として,抵抗も強制外力もない場合を考える.ただし,加速度に比例する流体力すなわち付加質量効果は考慮する.

3.3.1. 横揺れ周期

最初に,復原力が $W \cdot GM \cdot \theta$ で表される場合を考えると,(3.1)式は

$$(I_x + J_x) \cdot \ddot{\theta} + W \cdot GM \cdot \theta = 0 \quad (3.11)$$

となる.これより

$$\ddot{\theta} + \omega_s^2 \cdot \theta = 0, \quad \text{ただし, } \omega_s^2 = W \cdot GM / (I_x + J_x) \quad (3.12)$$

を得る.これは単振動となり,等時性を持つ.その周期は下式で与えられる.

$$T = 2\pi / \omega_s = 2\pi \sqrt{(I_x + J_x) / W \cdot GM} = 2\pi \cdot \kappa / \sqrt{GM \cdot g} \quad (3.13)$$

ただし, κ : 付加質量を含む慣動半径, $\kappa^2 \cdot W/g = I_x + J_x$

これが、船が小角度で横揺しているときの周期で、抵抗があっても、また相当大角度で揺れない限り、ほとんど変化しないから、この値が船の基本の横揺周期として用いられる。T の大きな船を tender ship, 小さな船を stiff ship という。

(3.13)式を見ると GM が大きいほど周期は短く、GM が小さくなると周期は長くなることが分る。周期は長いほど加速度が小さくて乗り心地がよいが、そのために GM を小さくすると復原力が小さくなるので、無制限にはできない。

GM が決まると、周期を左右するのは付加質量効果を含む慣性モーメント I_x+J_x または慣動半径 κ の大きさである。次に κ の値を調べてみよう。

3.3.2. 付加慣性モーメントの大きさ

空中で模型船の重心を針金で吊り、x 軸の周りに振動させて周期を測って T_0 とし、

$$T_0 = 2\pi\sqrt{I_0/k \cdot g}$$

より I_0 を求め、次に水に浮かべて動揺させて周期を測って T とし、

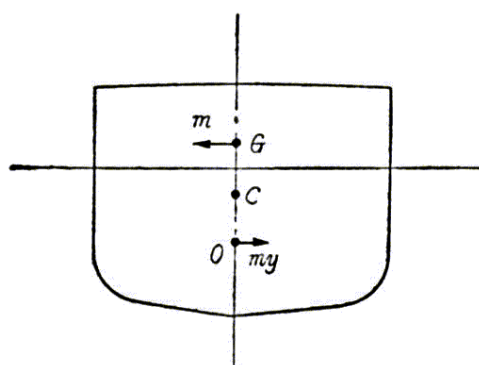
$$T = 2\pi\sqrt{I/W \cdot GM \cdot g}$$

より I を求めて調べてみたら、I は I_0 より 10~30% 大きくなっていた¹。これは末広⁶⁴の実験である。このように I は必ず I_0 より大きく、丸型の船ではその増加率は少なく、角型では増加し、またビルジキールのあるものは増加の度合いが大きい。3.1 表に数例を示す。

3.1 表 水中の慣性モーメントと空中の慣性モーメントの比: $(I_x+J_x)/I_x$ (κ^2/κ_0^2)

船名	$(I_x+J_x)/I_x$	実験者	船名		$(I_x+J_x)/I_x$	実験者
Elorn 実船	1.15	Risbee ⁶⁵	軍艦	BK 無	1.19	加藤
Elorn 模型	1.21	末広 ⁶⁶	同上	BK 有	1.25	加藤
角型船 模型	1.92	同上	駆潜艇 A		1.44	元良
半円型船 模型	1.02	同上	駆潜艇 B		1.40	元良
金華山丸 模型	1.18	加藤	駆潜艇 C		1.33	元良
			駆潜艇 D		1.28	元良

このように水中では慣性モーメントが増加しているが、その主原因は回転によって周りの



3-10 図

$$C = \kappa/B$$

$$(3.14)$$

という量は船の種類によって大体或る範囲にあることが知られている。

¹復原力係数:k と GM が必要であるが、それらは傾斜試験によって求められる。

船種	C	船種	C
貨物船 満	0.32~0.35	客船	0.38~0.43
同上 空	0.375~0.4	戦艦	0.34~0.38
運炭船 満	0.31~0.33	巡洋艦	0.39~0.42
同上 空	0.35~0.39	漁船	0.38~0.44

なお文献^{9, 68, 69, 70}などより数例を示すと

3.2 表

船名	船種	T sec	B ft	GM ft	W t	C	計算値 ⁷⁰	状態
America	客船	28.0	74.3	1.40	27,500	0.440		
Mt. Vernon	客船	20.4	72.2	2.50	27,250	0.446		
Conte di Savoia	客船	26.0	96.0	3.14	41,200	0.480		
Europa	客船				51,860	0.425	0.431	満載

3.3 表

船名	船種	W t	C (実測)	計算値 ⁷⁰	状態
小樽丸	貨客船	4,037	0.366	0.363	満載
同上	同上	2,815	0.384	0.383	航海
同上	同上	1,588	0.466	0.460	傾斜試験
明石丸	同上	1,274	0.423	0.427	満載
同上	同上	1,058	0.443	0.448	動揺試験
同上	同上	1,055	0.450	0.449	特殊状態
長崎丸	貨物船	12,565	0.357	0.349	満載
同上	同上	5,526	0.426	0.442	空倉
同上	同上	4,461	0.443	0.457	傾斜試験
高和丸	同上	10,121	0.350	0.348	満載
同上	同上	3,609	0.446	0.444	試運転
FERNMNOR	油槽船	26,377	0.360	0.361	満載
同上	同上	12,236		0.42	傾斜試験
第 11 千代田丸	鯉・鮪漁船	294	0.390	0.398	満載
同上	同上	194	0.435	0.432	傾斜試験

加藤⁷⁰は多数の船の実測値を解析し、 $C=\kappa/B$ の値に対して次の実験式を与えている。

1) 商船に対し

$$(\kappa/B)^2 = f \{ C_b \cdot C_u + 1.10 \cdot C_u \cdot (1 - C_b) \cdot (H/d - 2.20) + (H/B)^2 \} \quad (3.15)$$

$$H = D + A/L_{pp}$$

ただし、 f は船型により定められる常数で、客船・貨物船・貨客船では0.125、油槽船では0.133、鯉鮪漁船では0.200、捕鯨船では0.177。 C_b =方形係数、 C_u =上甲板面積係数、 d =平均喫水、 A =船楼および船室の側面積

2) 軍艦に対しては、 H の代わりに H_u 、 B の代わりに B_u を使う。

$$H_u = D + A_u/L_{pp}$$

ただし、 A_n =上甲板から船楼甲板までの側面積、上甲板から下部船橋楼甲板ま

での側面積および砲塔の側面積の和, Bu=水面下最大幅

3.3 表に実測値と計算値が比較してあるが, 平均誤差 0.1~0.4%, 最大誤差 3%程度であるといわれる. $C=\kappa/B$ の値を用いて固有周期は

$$T = \frac{2\pi \cdot C \cdot B}{\sqrt{GM \cdot g}} \quad (3.16)$$

で表わすことができる.

3.3.3. 大角度動揺および固有周期の増大

以上に述べたように, 角度が小さい場合の静水中動揺は単振動であり, 振幅に無関係に固有周期は一定であったが, 振幅が大きくなって来ると等時性が失われて来る. その原因の一つは復原力が θ に比例しなくなるからであり, 他の一つは付加質量を含む慣性モーメントが変化するためである. 前者に対しては多くの研究があり^{71, 63, 72, 73, 74}, 以下に説明する.

1) 復原力が正弦曲線で表される場合:(3.9)式, (3.10)式参照

減衰を無視した自由動揺の運動方程式は

$$\ddot{\theta} = -\lambda^2 \cdot \sin \theta \quad (3.17)$$

で与えられ, その解は擬調和関数(pseudo-harmonic function)になる. この固有周期は楕円積分で与えられ,

$$T = \frac{4}{\lambda} \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{\sqrt{1 - K^2 \sin^2 \phi}} \quad (3.18)$$

ただし, $\sin \theta = \sin(\theta_0/2) \cdot \sin \phi$, $K^2 = \sin^2 \theta_0/2$, $\lambda^2 = W \cdot GM \cdot g / (I_x + J_x)$, θ_0 =振幅となる. K が小さいとして K^2 について展開すると, 次式を得る. なお, (3.8)式のように限界角が θ_r の場合は, (3.18)式の θ_0 の代わりに $\theta_0 \cdot \theta_r / \rho$ を代入すれば良い.

$$T = T_0 \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot K^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \cdot K^4 + \left(\frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{2 \cdot 4 \cdot 6}\right)^2 \cdot K^6 + \dots \right\} \quad (3.19)$$

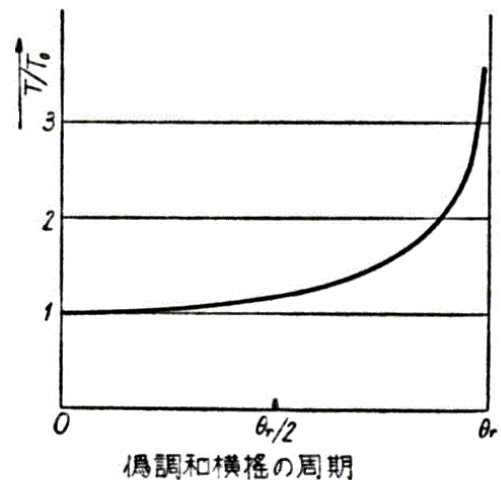
いま(3.18)式より楕円積分を用いて周期の変化を求めると, 3.11 図のようになる. すなわち, 振幅が大きくなると固有周期は徐々に長くなり, 限界角近くまで揺れると急激に長くなる. この傾向は大體一般の船についていえることで, ただ最初のうち, 復原力曲線の形によって多少の違いが出て来る程度である.

2) 復原力が θ の多項式で表される場合:(3.7)式, (3.8)式参照

減衰を無視した自由動揺の運動方程式は

$$\ddot{\theta} = -GZ(\theta) / (I_x + J_x) = -\alpha \cdot \theta \pm \beta \theta^3 \quad (3.20)$$

で与えられ, 固有周期 T は



3.11 図

$$T = \frac{4}{\sqrt{\alpha \mp \beta \cdot \theta_0^2 / 2}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 \pm \sin^2(\gamma/2) \cdot \sin^2 \theta}} \quad (3.21)$$

$$\approx \frac{2\pi}{\sqrt{\alpha}} \left\{ 1 \pm \frac{3}{8} \cdot \frac{\beta}{\alpha} \cdot \theta_0^2 + \frac{57}{256} \cdot \left(\frac{\beta}{\alpha} \cdot \theta_0^2 \right)^2 \pm \dots \right\}$$

$$\text{ただし, } \sin^2 \frac{\gamma}{2} = \frac{\beta \cdot \theta_0^2 / 2}{\alpha \mp \beta \cdot \theta_0^2 / 2}$$

(3.20)式の β の符号が正(復原力の3次項の符号が負)の場合がタンブルフォームのある場合に相当し、振幅の増加とともに固有周期は長くなっていく。

(3.20)式の β の符号が負(復原力の3次項の符号が正)の場合が側壁(Wall-sided)船またはフレアーのある船の場合に相当し、振幅が増加すると固有周期は短くなるが、この傾向は θ の或る範囲までしか続かず、それより先 GZ は θ とともに減少して(固有周期は長くなっていき、(1)に近づく。

3) GM が極めて小さい場合

この場合には、 $GZ=GM \cdot \theta$ では近似しにくい。固有周期については Scribanti⁷³ の式が有名である。

$$GZ = \sin \theta \cdot \left(GM + BM \cdot \frac{\tan^2 \theta}{2} \right)$$

で近似すると、 $GZ \approx GM \cdot \theta + BM \cdot \theta^2 / 2$ となって 2)と同形となる。

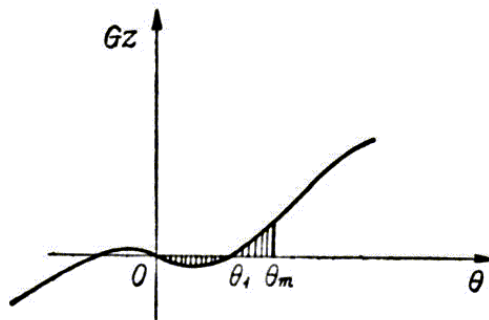
GM=0 のときは

$$T = \frac{10.49}{\theta_0} \cdot \sqrt{\frac{I \cdot r}{W}} = \frac{10.49 \cdot \kappa}{\theta_0} \cdot \sqrt{g \cdot BM} \quad (3.22)$$

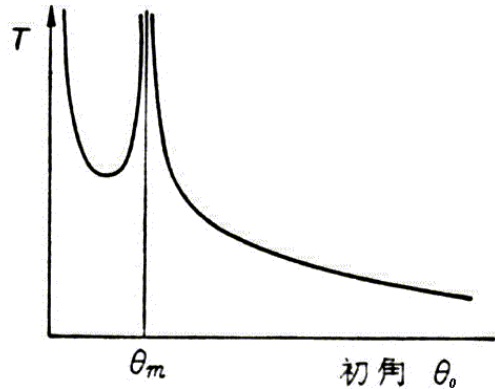
一般に GZ が θ の複雑な関数である場合には、図式積分によるのが正確である^{62b)}。

4) GM が負の場合

渡辺⁷¹によって理論的に取扱われた。3.12 図のように負の GM を有し、大角度で正の GZ になるような船を或る角度だけ傾けて静かに話したときの周期は 3.13 図のようになる。



3-12 図



3-13 図

すなわち直立時は不安定釣合いで平衡が破れると θ_0 が小さい間は θ_1 を中心とする横揺れをする。そして或る角度をすぎると急に直立状態を中心とする横揺れに変る。

3.4. 静水中の抵抗横揺れ

3.4.1. 横揺れ抵抗と減減曲線との関係

横揺れに対する抵抗は, (3.1)式の第二項に示すように, 一般に横揺れ角速度 $\dot{\theta}$ の関数であると考えられ, Froude⁷⁵, Baker⁷⁶, Bertin⁷⁷, Taylor⁷⁸らによってその関数形が与えられている.

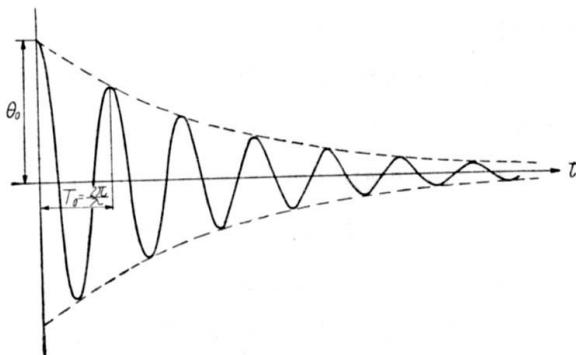
$$\begin{aligned}
 f_1(\dot{\theta}) &= A \cdot \dot{\theta} \pm B \cdot \dot{\theta}^2 && \text{Froude} \\
 f_1(\dot{\theta}) &= A \cdot \dot{\theta} \pm B \cdot \dot{\theta}^2 + C \cdot \dot{\theta}^3 && \text{Baker} \\
 f_1(\dot{\theta}) &= \pm B \cdot \dot{\theta}^2 && \text{Bertin} \\
 f_1(\dot{\theta}) &= D \cdot \dot{\theta}^{1.5} && \text{Taylor}
 \end{aligned}
 \tag{3.23}$$

複合は $\dot{\theta}$ と同じ符号を取る

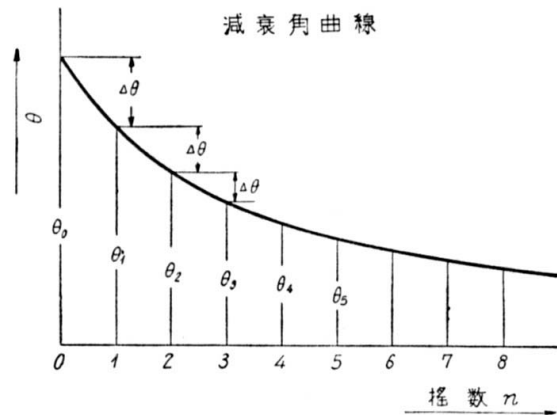
この中でも Froude の表現と, Bertin の表現がよく用いられる.

それではこれらの諸係数 A, B, C, D はどのような値を取るであろうか.

いま船を静水中で或る角度に傾けて離すと, 抵抗によってエネルギーが散逸されるため横揺角は一揺れ毎に減少していく. その一例を 3.14 図に示す. これを減衰曲線(curve of damping)という. 減衰曲線の各振幅($\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots$)を読み取って揺れ数ベースにプロットし, 滑らかなカーブで近似したものを減衰角曲線(3.15 図)と呼び, カーブより読み取った $\theta_1, \theta_2, \theta_3 \dots$ から,



3-14 図

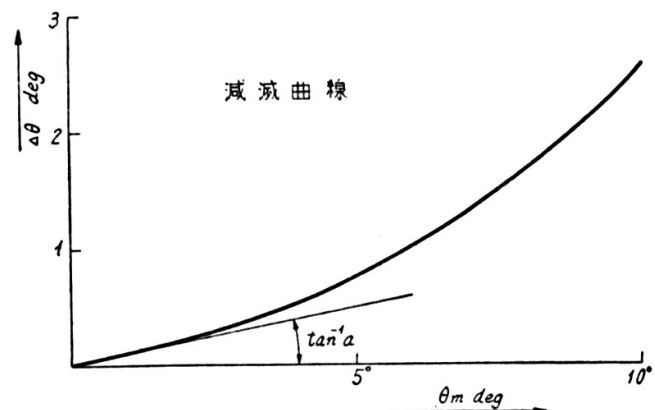


3-15 図

$$\Delta\theta_i = \theta_i - \theta_{i+1}, \quad \theta_{m,i} = (\theta_i + \theta_{i+1})/2
 \tag{3.23}'$$

を計算して θ_m ベースに $\Delta\theta$ をプロットすると, 3.16 図のような曲線が得られる. これを減減曲線(curve of extinction)という.

この減減曲線は $\Delta\theta=f(\theta_m)$ の形で表されるが, この関数の形と(3.23)式で示した抵抗の関数形とが同じ形になることが証明されている. すなわち抵抗が角速度の一乗に比例すれば減減曲線も θ_m の一乗に比例し, 二乗の項が抵抗にあれば減減曲線にも二乗の項が出て来る. その関係を示すと



3-16 図

抵抗	減減角	
$f_1(\dot{\theta}) = A \cdot \dot{\theta} \pm B \cdot \dot{\theta}^2$	$\Delta\theta = a \cdot \theta_m + b \cdot \theta_m^2$	Froudeの表現
$f_1(\dot{\theta}) = A \cdot \dot{\theta} \pm B \cdot \dot{\theta}^2 + C \cdot \dot{\theta}^3$	$\Delta\theta = a \cdot \theta_m + b \cdot \theta_m^2 + c \cdot \theta_m^3$	Bakerの表現
$f_1(\dot{\theta}) = \pm B \cdot \dot{\theta}^2$	$\Delta\theta = N \cdot \theta_m^2$	Bertinの表現
$f_1(\dot{\theta}) = D \cdot \dot{\theta}^{1.5}$	$\Delta\theta = d \cdot \theta_m^{1.5}$	Taylorの表現

となる。係数 a, b, c, d, N は減減係数(extinction coefficient)と呼ばれる。これらの係数の値が大きいほど抵抗が大きく、揺れが早く減衰することはもちろんである。

次に抵抗係数 A, B, C と、減減係数 a, b, c との関係求めて見よう。(3.1)式は

$$(I_x + J_x) \cdot \ddot{\theta} + A \cdot \dot{\theta} \pm B \cdot \dot{\theta}^2 + C \cdot \dot{\theta}^3 + W \cdot GM \cdot \theta = 0 \quad (3.24)$$

となるから、これを变形して次式を得る。

$$\ddot{\theta} + 2\alpha \cdot \dot{\theta} \pm \beta \cdot \dot{\theta}^2 + \gamma \cdot \dot{\theta}^3 + \omega_s^2 \cdot \theta = 0 \quad (3.25)$$

$$\text{ただし, } 2\alpha = A/(I_x + J_x), \beta = B/(I_x + J_x), \gamma = C/(I_x + J_x), \omega_s^2 = W \cdot GM/(I_x + J_x)$$

いま相当抵抗係数 $2\alpha_s = 2\alpha \pm \beta \cdot \dot{\theta} + \gamma \cdot \dot{\theta}^2$ を用い、方程式の近似解を $\theta = e^{-\alpha_s t} \cos \omega_s t$ のように求めて、方程式(3.25)を θ_1 から θ_2 までエネルギー積分する。相隣り合う振幅 θ_1, θ_2 の間の時間は $T/2$ であるから

$$\begin{aligned} & \int_0^{T/2} \ddot{\theta} \cdot \dot{\theta} \cdot dt + \int_0^{T/2} (2\alpha \cdot \dot{\theta}^2 \pm \beta \cdot \dot{\theta}^3 + \gamma \cdot \dot{\theta}^4) \cdot dt + \omega_s^2 \int_0^{T/2} \theta \cdot \dot{\theta} \cdot dt \\ & = \int_0^{T/2} \ddot{\theta} \cdot \dot{\theta} \cdot dt + \int_0^{T/2} (2\alpha \cdot \dot{\theta}^2 \pm \beta \cdot \dot{\theta}^3 + \gamma \cdot \dot{\theta}^4) \cdot dt + \omega_s^2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} \theta \cdot d\theta = 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

を得る。第一項は運動エネルギーで、揺れ止まりから揺れ止まりまで積分すると 0 となる。第二項は抵抗により散逸されるエネルギーで、(3.23)' 式を考慮すると、近似的に次の形になる。なお、厳密な式は加藤⁶³により求められている。

$$\Delta E \cong \frac{2\alpha\pi^2}{T} \cdot \theta_m^2 + \frac{16\beta\pi^2}{3 \cdot T^2} \cdot \theta_m^3 + \frac{3\gamma\pi^4}{T^3} \cdot \theta_m^4 \quad (3.27)$$

第三項は一揺れ前と後の位置エネルギーの変化であり、 $\Delta\theta$ と θ_m を用いて

$$\Delta E = -\omega_s^2 \cdot \theta_m \cdot \Delta\theta \quad (3.28)$$

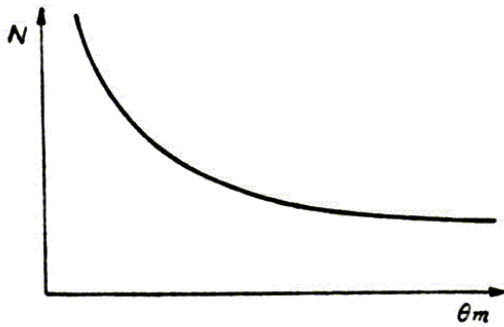
となる。両者の和は 0 になる(抵抗により散逸されるエネルギーは位置エネルギーの減少量に等しい)から、 $T=2\pi/\omega_s$ を考慮して整理すると

$$\Delta\theta = \frac{T \cdot \alpha}{2} \cdot \theta_m + \frac{4\beta}{3} \cdot \theta_m^2 + \frac{3\gamma\pi^2}{4T} \cdot \theta_m^3 \quad (3.29)$$

を得る。

これと、 $\Delta\theta = a \cdot \theta_m + b \cdot \theta_m^2 + c \cdot \theta_m^3$ を等置すれば

$$\begin{aligned}
 a &= \frac{T \cdot \alpha}{2} \rightarrow \alpha = \frac{A}{2 \cdot (I_x + J_x)} = \frac{2 \cdot a}{T} \\
 b &= \frac{4\beta}{3} \rightarrow \beta = \frac{B}{I_x + J_x} = \frac{3 \cdot b}{4} \\
 c &= \frac{3\gamma\pi^2}{4T} \rightarrow \gamma = \frac{C}{I_x + J_x} = \frac{4 \cdot c \cdot T}{3 \cdot \pi^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.30}$$



3-17 図

このようにして減減曲線を解析することによって、抵抗係数を求めることができる。普通 Froude の表現にしたがって a, b 係数が用いられ、また Bertin の表現による N 係数もよく用いられる。a, b の値を 3.4 表に、N の値を 3.5 表に示す。

N 係数は 3.17 図に示すように θ_m の小さなときは大きく、 θ_m が大きくなると減少して徐々に一定値に近づく。したがって何度の N ということを示さなければならない。

3.4 表 a, b 係数の値

船名	Bilge Keel	a	b	船名	Bilge Keel	a	b
Revenge	無	0.0123	0.0025	Hood	無	0.0088	0.0036
Revenge	有	0.0650	0.0170	Hood	有	0.045	0.0100
King George V	有	0.1130	0.0097	Greyhound	無	0.044	0.0032
Royal Sovereign	無	0.0184	0.0008	Greyhound	有	0.035	0.0500
Royal Sovereign	有	0.1050	0.0175	Oregon	無	0.010	0.0021
Royal Oak	無	0.0020	0.0067	Oregon	有	0.045	0.0230
Royal Oak	有	0.0700	0.0220				

3.5 表 N 係数の値

船名	Bilge Keel	N _{10°}	N _{20°}	船名	Bilge Keel	N _{10°}	N _{20°}
あけぼの丸	無	0.0087	0.0083	日光丸	無	0.0127	0.0127
あけぼの丸	有	0.0180	0.0150	日光丸	有	0.0300	0.0240
東鳳丸	無	0.0096	0.0088	十勝山丸	無	0.0062	0.0054
東鳳丸	有	0.0280	0.0156	十勝山丸	有	0.0155	0.0134
小樽丸	無	0.0091	0.0093	駆潜艇 A	無	0.0091	0.0070
小樽丸	有	0.0237	0.0180	駆潜艇 A	有	0.0364	0.0234
洞爺丸	無	0.0075	0.0053	駆潜艇 B	有	0.0360	0.0240
洞爺丸	有	0.0275	0.0169	駆潜艇 C	有	0.0188	0.0141

普通の大きさのビルジキールを有する商船の N は 20° で約 0.02 くらいである。

なお N の値については種々の実験式が提案されている^{77,79}。一例を挙げると

$$\begin{aligned}
 \text{Bertin の式} \quad N_{10^\circ} &= 0.00184 \cdot L \cdot B^4 / (W \cdot GM \cdot T^2) \\
 N_{20^\circ} &= 0.8 \cdot N_{10^\circ}
 \end{aligned}
 \tag{3.31}$$

渡辺、井上の式 1955 年に渡辺、井上により発表されたもので、船型とビルジキール

の寸法などの影響が考慮されている。

3.4.2. 運動方程式の解

抵抗は角速度の一乗に、復原力は角度の一乗に比例すると考えると

$$(I_x + J_x) \cdot \ddot{\theta} + A \cdot \dot{\theta} + W \cdot GM \cdot \theta = 0$$

$$\ddot{\theta} + 2\alpha \cdot \dot{\theta} + \omega_s^2 \cdot \theta = 0 \quad 2\alpha = A/(I_x + J_x), \omega_s^2 = W \cdot GM/(I_x + J_x)$$

$t=0$ で $\theta = \theta_0, \dot{\theta} = 0$ として解くと

$$\theta = \theta_0 \cdot \frac{\omega_s}{\sqrt{\omega_s^2 - \alpha^2}} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin \left(\sqrt{\omega_s^2 - \alpha^2} \cdot t + \sin^{-1} \frac{\sqrt{\omega_s^2 - \alpha^2}}{\omega_s} \right) \quad (3.32)$$

となる。ところが α は ω_s に比べて極めて小さく、 $\alpha^2/\omega_s^2 = 0.0001 \sim 0.008$ であるから

$$\sqrt{\omega_s^2 - \alpha^2} \cong \omega_s = 2\pi/T \quad (3.33)$$

すなわち横揺れ抵抗によって横揺固有周期はほとんど変化しない。したがって(3.32)式は

$$\theta \cong \theta_0 \cdot e^{-\alpha t} \cdot \cos(2\pi \cdot t/T) \quad (3.34)$$

となる。これは 3.18 図の如く周期 T で変動し振幅が指数的に減衰する曲線となる。

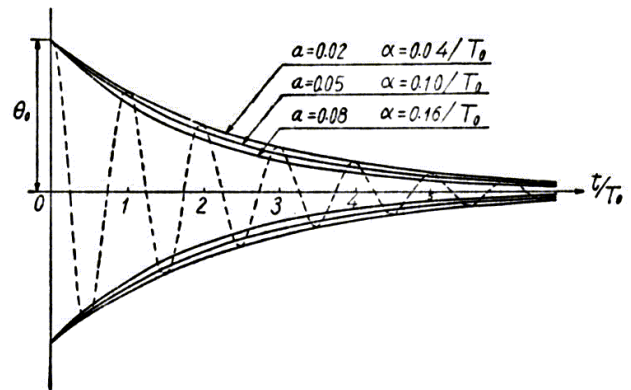
いま相隣る二つの振幅 θ_0, θ_1 を取れば、 $\theta_1 = \theta_0 \cdot e^{-\alpha T/2}$ であるから

$$\theta_0/\theta_1 = e^{\alpha T/2}, \quad \alpha T/2 = \ln(\theta_0/\theta_1)$$

ところが(3.30)式より $a = \alpha T/2$ であるから、

$$\theta_0/\theta_1 = e^a, \quad \ln(\theta_0/\theta_1) = a \quad (3.35)$$

すなわち、相隣る二つの振幅の比の自然対数(これを対数減衰: logarithmic declement という)は a となるⁱ。 α は有次元数なので相似船でも船の大きさによって変化するが、対数減衰 a は無次元の数であり、船の大きさに関係しない。3.18 図に種々の a について減衰の様子を示してある。



3-18 図

3.4.3. 横揺れの抵抗の物理的性質および相似則

1) 抵抗の物理的性質

横揺れに対する抵抗は大体次の因子に分けられる。

- a) 摩擦
- b) 造渦
- c) 造波

ⁱ これは(減減係数としての)Froudeの a 係数が対数減衰に等しいという意味ではなく、減減角 $\Delta\theta$ と動揺振幅 θ_m の比: $a = \Delta\theta/\theta_m$ が対数減衰に等しいという意味である。

Froude⁸⁰は、造波による抵抗は角速度の一乗に比例し、摩擦と渦によるものは、これらが表面の速度の二乗に比例すると考えて、角速度の二乗に比例すると考えた。すなわち $\Delta\theta = a \cdot \theta_m + b \cdot \theta_m^2$ のうち a は主として造波により、 b は渦および摩擦のために生じると考えたわけである。

Froude はこれを検証するために、摩擦に対して平板と同じ式が成り立つとして、次の算式で摩擦抵抗によるエネルギー損失を算出した。

$$R_f = 0.004 \cdot S \cdot v^2 \quad (\text{ft-lb.-sec 単位})$$

ただし、 S =表面積、 v =表面速度

またビルジキールおよび deadwood の渦抵抗に対し、

$$R_e = 1.6 \cdot S \cdot v^2$$

$$\delta E_{f(e)} = \int_{-\theta_0}^{\theta_1} \left\{ \iint r \cdot c \cdot (r \cdot \dot{\theta})^2 dA \right\} d\theta = c \int \dot{\theta}^2 \cdot \left(\iint r^3 dl \cdot dx \right) \cdot d\theta \quad (3.36)$$

$$= c \cdot S \cdot r_s^3 \cdot 4\pi^2 \cdot \theta_m^3 / (3 \cdot T^2)$$

ただし、 $r_s^3 = \iint r^3 \cdot dl \cdot dx / S$ で平均半径とよばれる(3.19 図)。

三隻の船について計算した結果は 3.6 表のようになった。

3.6 表 抵抗によるエネルギー損失の計算 (1)

船名	θ_0 rad.	θ_1 rad.	表面摩擦			dead wood			Keel 及び Bilge keel			全体の δE
			S ft ²	r_s ft	δE	S	r_s	δE	S	r_s	δE	
Sultan	.105	.099	24,000	27.51	354	2,100	17.2	3,150	420	26.0	1,886	5,390
Inconstant	.105	.098	19,500		143	2,340	14.5	2,440	510	21.0	1,620	4,203
Volage	.105	.097	12,300	18.18	96	1,560	12.0	1,720	430	7.0	1,224	3,040

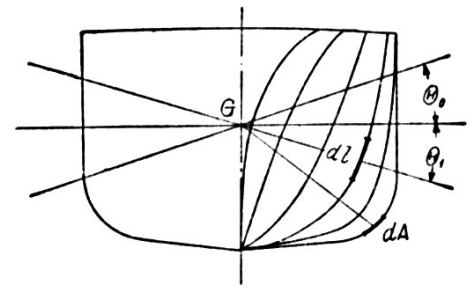
3.6 表 抵抗によるエネルギー損失の計算 (2)

船名	θ_0 rad.	θ_1 rad.	横揺実験の結果(δE)			全体の δE (1)より
			全体	a 係数分	b 係数分	
Sultan	.105	.099	20,066	14,690	5,376	5,390
Inconstant	.105	.098	21,570	17,690	9,880	4,203
Volage	.105	.097	14,087	5,615	8,472	3,040

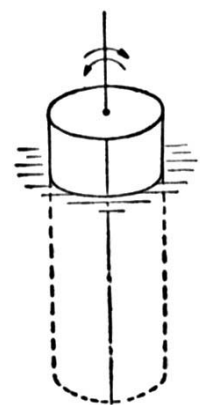
Froude の考えにしたがえば渦及び摩擦によるエネルギー損失の合計と、 b 係数によるエネルギー損失とは等しいはずであるにもかかわらず、Sultan では極めてよく合っているが、他の二船ではかなり違っている。

加藤⁸¹は円筒をその軸方向にピアノ線で支えて水中で回転せしめ、その減減曲線より a 、 b 係数を求めて見たら、この場合は波が立たないので Froude の仮定によれば $a=0$ であるはずなのにむしろ a の方が大きかった(3.20 図)。

またビルジキールに相当する鰭をつけた場合には、 $\Delta\theta = a \cdot \theta_m + b \cdot \theta_m^2 + c \cdot \theta_m^3$ となって、 b だけが増加するのではなく、 a も増加し、かつ c の項も現れるなど極めて複雑な傾向を示した。なお、 a 、 b 係数自体が極めて測定困難で、減減曲線の引き方でかなり値が異なる。



3.19 図



3.20 図

2) 横揺抵抗の相似則

いま a, b 係数の素性は考えず, 模型実験の結果と実船の対応を考えて見よう.

模型の重量, 喫水, 重心位置, 慣動半径などを総て実船と相似に調節し, θ_0 の初期角度から出発して減衰曲線を描かせて 3.21 図(a)を得たとする. これと実船の減衰曲線(b)とが相似であれば, 相似の波形でほぼⁱ 同じ角度だけ揺れることが保証されるわけである.

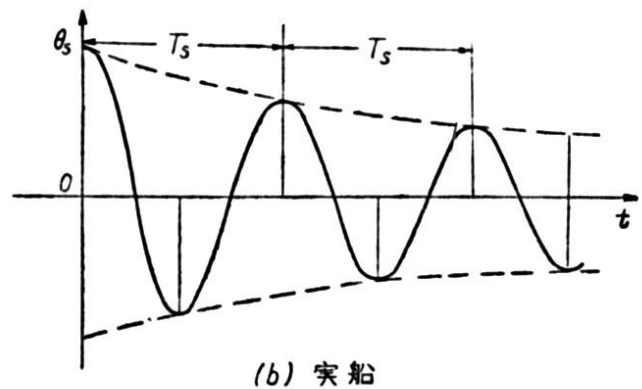
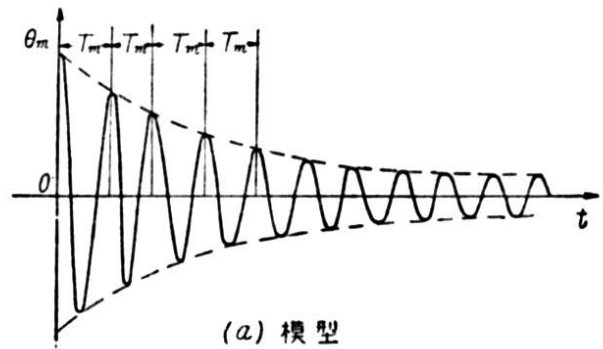
さて(a), (b)二つの減衰曲線が相似であるとは時間軸を T_m/T_s の比で伸縮して重ねたとき完全に重なることであり, 結局 $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots$ などが一致することであるから二つの減衰曲線が一致しなければならない. ところが実際は Reynolds 数が違うので摩擦抵抗および渦抵抗の値が異なり, 模型の減衰と実船のそれとはかなり違う場合がある. このような場合には, 前進抵抗の算出のときと同じく模型の減衰係数より実船の減衰係数を求める必要がある. 普通は模型の方が Reynolds 数が小さいので摩擦抵抗が大きく, 模型の方が減衰が大きいが, 逆の場合もあり得るので問題は一層複雑になる. 加藤⁸¹は横揺れ抵抗の性質を調べた結果

造波抵抗は, 起る波の形も相似で, 抵抗も相似となる.

造渦抵抗は周期その他で複雑に変化するが, 推定可能である.

摩擦抵抗はもちろん相似にならないが, 全体に対する割合は少ない.

という結論を得た. そこで前進抵抗のときと同じく, 計算により摩擦・渦などによる損失エネルギーを推定し, 模型の全損失エネルギーから差し引いて造波による損失エネルギーを算出し, これを縮率の四乗で割って実船の造波による損失エネルギーを求め, 実船の摩擦・渦などによる損失エネルギーの計算値を加えて実船の全損失エネルギー, すなわち減衰角を求めることができる. このようにして実船の減衰を計算した例を 3.7 表に示す.



3.21 図

ⁱ active resistance が異なるので厳密には一致しないかも知れない.

3.7 表 砕氷船の減減角の計算 ($\theta_m=4^\circ$)

	実船	模型
W	2,882 ton	44.01 kg
2T	7.68 sec	1.21 sec
$\delta\theta_m$	0.294°	0.580°
δE	1,976 kg·m	0.1489 kg·m
δE_f	7.7 kg·m	0.00709 kg·m
δE_r (Bilge keel)	299.2 kg·m	0.07874 kg·m
δE_r (方形竜骨)	10.25 kg·m	0.00095 kg·m
$\delta\theta_m$ (計算)	0.2890°	-

摩擦減衰は模型では全体の4.7%、実船では0.4%で、実船ではほとんど摩擦抵抗は問題にならない。

この例のように模型と実船で減衰角が倍近くも変化するような場合には、このような方法を用いて模型の減減係数を実船のそれに換算しなければならない。

しかしながら最近小型客船、巡視船などでかなり大角度まで動揺させて実測した結果を模型実験と比較すると、大角度のところでは模型の減減曲線と実船のそれとは比較的よく合っている。この理由の一つとして、前進抵抗のときと同じく大角度すなわち角速度が大きくなると造波抵抗の割合が増加するためではないかと考えられる。造波抵抗については菱田⁸²が系統的に研究を進めており、実船試験も多数行われつつあるので、近い内に何らかの解決が与えられるかも知れない。

現在は模型で得られた値をそのまま実船に適用している状態である。

3.4.4. 航走中の横揺れ抵抗

船は止まっているときより航走中の方が通常揺れ難い。つまり走ると動揺に対する抵抗が増えるわけである。この問題は A.W. John⁸³、G.S. Baker⁸⁴、Bertin⁸⁵らにより研究された。例を3.8表に挙げる。

3.8 表

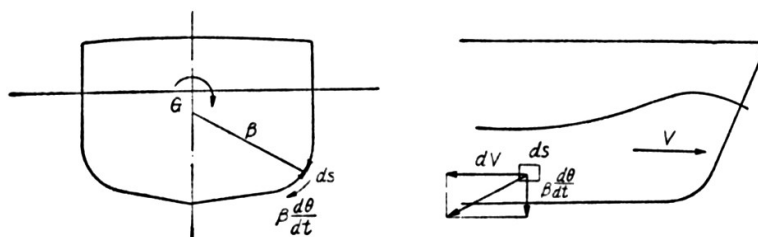
Revenge		Navette	
速度	N	速度	N
0	0.022	0	0.0109
10 kts	0.032	4 kts	0.0123
12 kts	0.043	8 kts	0.0150

この抵抗の増加の要因は、船体表面の水流速度の増加にあると考えられる。すなわち3.22図において、表面積 dS に働く力 (dF) は、合成水流の方向に向き、合成水流の二乗に比例すると考えると

$$dF = f \cdot dS \cdot (\alpha^2 V^2 + \beta^2 \dot{\theta}^2)$$

で、その動揺軸に垂直な成分

は $dF \cdot \beta \cdot \dot{\theta} / \sqrt{\alpha^2 V^2 + \beta^2 \dot{\theta}^2}$ であるから、抵抗モーメントは



3-22 図

$$dM_f \cong f \cdot dS \cdot \beta^2 \cdot \dot{\theta} \cdot \alpha \cdot V = \delta \cdot dS \cdot \beta \cdot \alpha \cdot V \cdot \dot{\theta} \quad (3.37)$$

すなわち抵抗は船速 V とともに増加し、また $\dot{\theta}$ に比例する。したがって α 係数が増加するわけである。渦抵抗についても同様で

$$M_e = f \cdot A \cdot \alpha \cdot \beta \cdot V \cdot \dot{\theta}$$

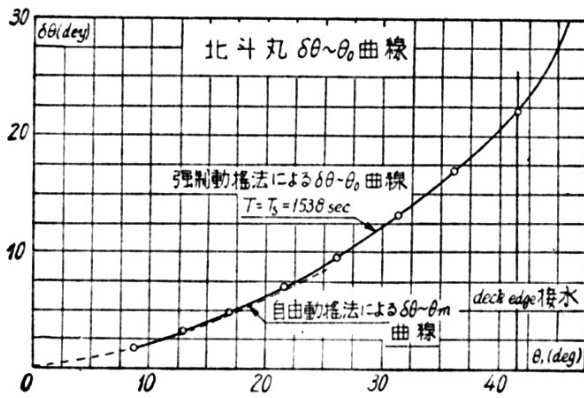
ただし A はビルジキールの面積である。

なおビルジキールはアスペクト比が極めて小さいので、翼としての作用はほとんどないが、櫛型ビルジキール⁸⁶ではアスペクト比が大きいので、比較的小さな仰角で揚力を発生するから、前進速度とともに抵抗が増加する度合いは通常より大きくなる。

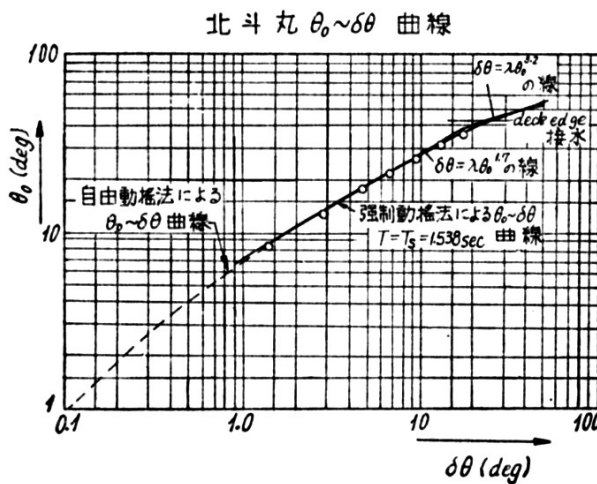
3.4.5. 大角度横揺れに対する抵抗

船が大角度揺れて甲板縁が没水すると、角における造渦のため、著しく抵抗が増加する。しかしながらこのような大角度では自由横揺れは 1 回で急激に減衰してしまうので、自由横揺れより減衰を求めることは難しい。文献⁸⁷では強制動揺法により大角度までの減衰を求めている。結果は 3.23 図、3.24 図に示す如く、甲板縁が没水すると急激に減衰が増

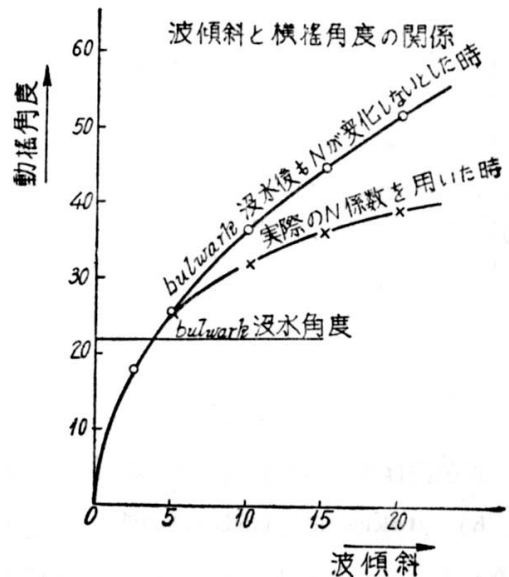
加しているのが分かる。なお図中の点線は、自由動揺法により求めた減減曲線で、強制動揺法により求めたものと割合によく一致している。また 3.25 図は甲板縁が没水する角度以上に船が揺れるとき、没水する前の減減係数をそのまま使った時と実測した値を使った時の角度の違いを示している。



3-23 図



3-24 図

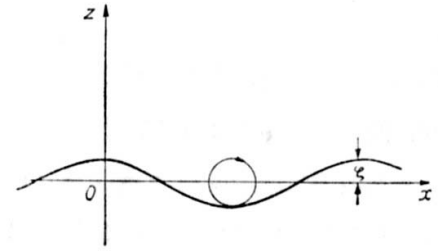


3-25 図

3.5. 波

3.5.1. 流体力学で扱われる波の性質

自由表面を有する理想流体を考え、静止状態での自由表面に固定して水平に x 軸、垂直に z 軸を取る(3.26 図). 自由表面では圧力一定なる故、速度ポテンシャルを φ とし、波面の高さを ζ とすると、境界条件は



3.26 図

$$\text{圧力一定の条件より } \zeta = \frac{1}{g} \cdot \left[\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right]_{z=\zeta} \quad (3.38)$$

$$\text{表面の垂直速度より } \frac{d\zeta}{dt} = - \left[\frac{\partial \varphi}{\partial z} \right]_{z=\zeta}$$

で与えられる.

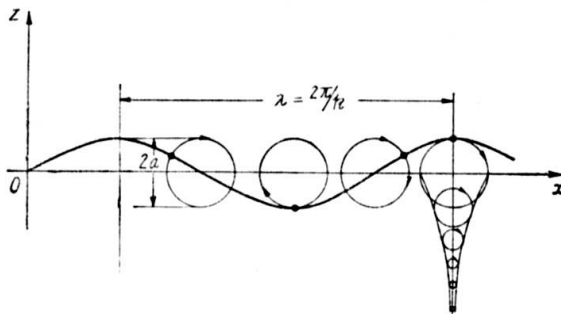
a) 正弦波(微小波高の波)

(3.38)式は波面: $z=\zeta$ で満足されるべき境界条件であるが、これを簡単のため波高は波長に較べて小さいものとして、近似的に $z=0$ で条件を合わせたときの解を微小波高の波といい、正弦波となる. いま、水深は波長に較べて大きいとすると(深水波), 解は

$$\begin{aligned} \zeta &= a \cdot \sin k(x - c \cdot t) \\ \varphi &= a \cdot c \cdot e^{-kz} \cdot \cos k(x - c \cdot t) \end{aligned} \quad (3.39)$$

ただし、 $K=2\pi/\lambda$, λ =波長, c =波速 $=\sqrt{g \cdot \lambda / 2\pi}$

これは波高 $=2a$, 波長 $=\lambda=2\pi/k$ の正弦波が速度 c で x 軸の正方向に進行していることを



3.27 図

を示す. そして伝播速度 c は波長の $1/2$ 乘に比例して変わる. これが深い海に起こる重力波の特徴である. なお波の構成粒子は1箇所を円運動を画き、波と一緒に進まない. これを orbital motion という. orbital motion の大きさは表面からの深さにつれて e^{-kz} に比例して減少する(3.27 図).

正弦波は線形であり、重畳(superpose)が可能である.

b) Stokes 波(有限波高の波)

1847年に Stokes⁸⁸によって厳密に境界条件を合わせて解かれたので、Stokes の波と呼ばれる. その波形は 3.28 図に示すように trochoid に酷似しており、実際 $(a/\lambda)^2$ の項を省略すれば trochoid になる. 正弦波に較べて波頂が尖り、波底が扁平になっている.



3.28 図 stokes 波

また波の伝播速度は $c^2 = (g/k) \cdot (1 + k^2 \cdot a^2 + \dots)$ となって、高い波の方が速くなる. 一定

の波長で波高が高くなると、波頂がますます尖り、Mitchel によれば $h = 0.142 \cdot \lambda$ のとき cusp となり、それ以上高い波は存在しない。またこのときの波速は $c_0 = \sqrt{g \cdot \lambda / 2\pi}$ に較べて 1.2 倍くらいになる。実際の海ではここまで尖る前に風で波頂が吹き飛ばされて崩れ、 $h = 0.1 \cdot \lambda$ くらいが最高である。

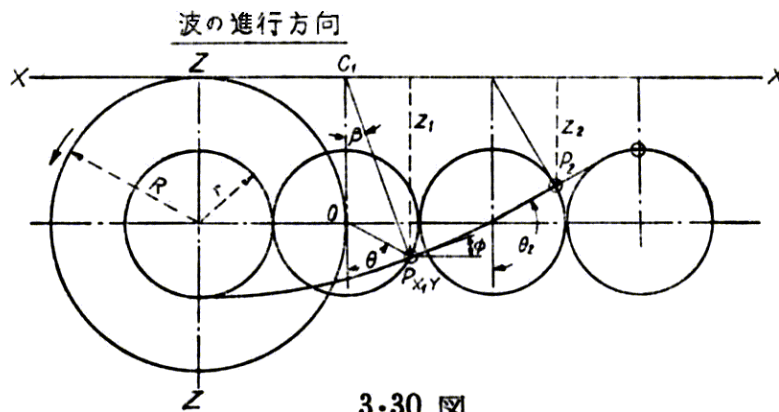
Stokes 波では、波の構成粒子が orbital motion をすることは正弦波と変わらないが、完全な円運動とならず、少しずつ波の進行方向にずれる。すなわち実質の輸送を伴うわけである。このことは、後に説明する風による波の生成メカニズムにおいて重大な意義を持つ。

しかしながら Stokes 波は式が複雑で実際の取り扱いには不便である。

c) トロコイド波(trochoidal wave)

最初に Gerstner⁸⁹ により発表され、後に Rankin⁹⁰, Froude⁸⁰ らにより詳細に取扱われた。理論的には境界条件も完全に満足しているが、ただ理想流体の運動の条件である非回転運動という点を満足していない。しかし実在流体では回転運動も起こり得るし、波の形、構造、圧力分布などを計算するのに便利なので、一般に用いられる。

さて trochoid とは、半径 $R(=\lambda/2\pi)$ なる円が一本の直線上を滑らないで転がる時、その中心より半径 $r(=h/2)$ に有る点の画く軌跡である(3.30 図)。波高 h が大きくなって $r=R$ になると極限の形(cycloid)となる。これは $h=\lambda/\pi$ であるから、もちろん現実にこんな高い波は存在しない。



方程式は

$$\begin{aligned} x &= R \cdot \theta + r \cdot \sin \theta \\ y &= R + r \cdot \cos \theta \end{aligned} \tag{3.40}$$

海の表面の水の粒子は円運動を行い、次々とその位相がずれて波動となり、また深さが増すと円運動の半径が e^{-kz} に比例して減少していくことは正弦波とおなじで、その様子を 3.31 図に示す。静水中で最初に同一水平線上にあった、同じ波面の上に来る。

次にトロコイド波の重要な性質を挙げて見ると、

- (1) すべての水の粒子は一定の角速度で円運動を行い、かつその角速度は $\omega = 2\pi/T$ である。
- (2) 同一水平線上に軌道中心を有する粒子の位相は順次一定量宛変わる。
- (3) 同一鉛直線上に軌道中心を有する粒子の位相はすべて同一である。

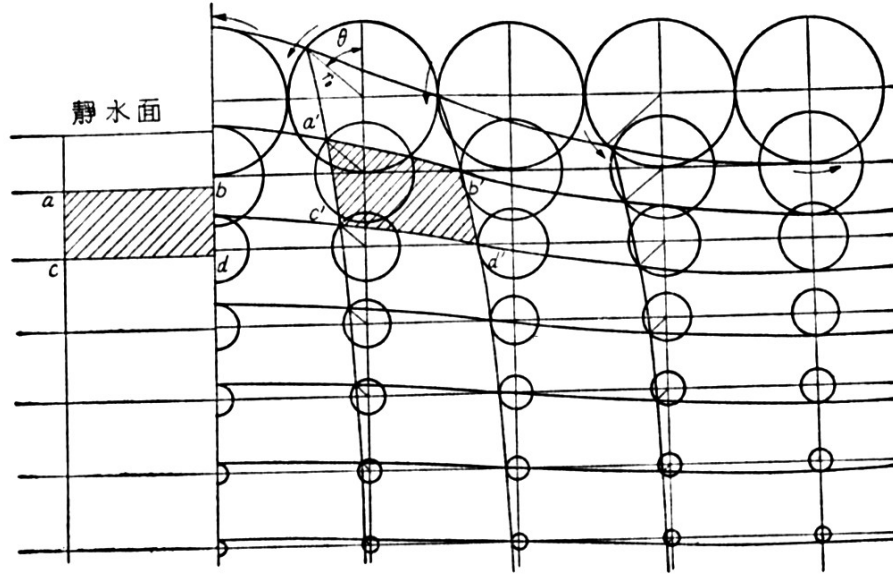
(4) 伝播速度は正弦波と同じで,

$$v_w = \sqrt{g \cdot \lambda / 2\pi} \quad (3.41)$$

(5) 波周期は

$$T_w = \lambda / v_w = \sqrt{2\pi \cdot \lambda / g} \cong 0.8\sqrt{\lambda} \quad (3.42)$$

(6) 円運動の半径は, 波高を h とすると, 表面で $r_0 = h/2$, 深さ- z のところで $r = r_0 \cdot e^{-2\pi z/\lambda}$ となる. したがって一寸深くなると急激に波の影響は減ずる.



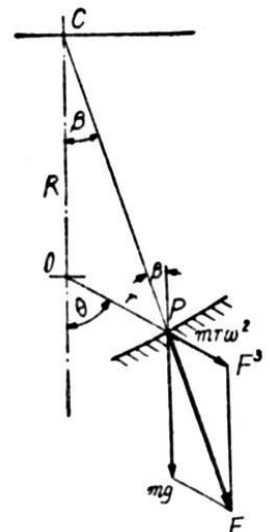
3-31 図

(7) 水粒子の円運動の軌道中心は静止状態の位置より $\pi \cdot r^2 / 4\lambda$ だけ高い.

(8) 波の単位幅当りの全エネルギー E_w はほぼ(3.43)式で表わされ, その半分は波とともに位置のエネルギーとして伝わり, 半分は orbital motion の運動エネルギーとして同じ場所に残る.

$$E_w = \frac{1}{2} \rho \cdot g \cdot r_0^2 / \lambda \quad (3.43)$$

(9) 特筆すべきは圧力の平衡である. いま 3.32 図において, トロイド波面上の 1 点 P にある微小な水の粒子に加わる力を考えて見よう. この点が tracking circle の位相角 θ のときに相当するものとすれば, 瞬時の回転中心は C(3.30 図の X-x 線上の点) となるから, 合成の遠心力は CP の延長線方向に作用する. すなわち重力 mg と, tracking circle の中心 O と P 点を結ぶ直線方向に作用する遠心力 $m \cdot r \cdot \omega^2$ の合成したものが F になるわけである. しかも波面は CP に垂直なはずであるから, 波面上の粒子には常に波面に垂直な力が加わると考えられる. そして切線力はないから, 波面は等圧面になるわけである.



3-32 図

このことは表面の波面のみに限らず, 任意の深さのところを通る波面(sub-surface という)についても当て嵌まり, sub-surface

は等圧面である。したがって、3.31 図において異なる二つの sub-surface 間の圧力差はそれらが静水中にあった時の高低差 $\times \rho g$ に等しい。

3.5.2. 風と波の関係, 大洋波の性質

大洋に起こる波が風によって生成されることはよく知られている。強風の下で発達しつつある波を風波(sea)といい, 風波の作られている海域を発生域という。風波は概して波長に較べて波高が高く, 粗しい波でまた不規則である。

発生域から無風の海域に伝わって来た波は, 波長が長くなり高さが減るとともに波形は統合されて規則的になって来る。これをうねり(swell)という。

1) 風波の発生

風と波との関係については古くより観測値を元とした実験式が多くの人により求められている。例えば

(a) Stevenson 波高 $h = 1.5\sqrt{f}$

(b) Cornish 波高 $h = 0.49 \cdot w$

(c) Zimmermann 波高 $h = 0.65 \cdot w$

ここに、 h =波高 ft, w =風速 mile/h, f =吹送距離 mile

いずれも完全なものとはいえないが, Zimmermann の式が一番よく合うといわれる。一方風による波の発生のメカニズムは, 古くは Jeffreys⁹¹ により取扱われた。Jeffreys の理論によると, 波を起す最低の風速は約 110cm/sec, その時起こる波の波長は 8cm, 周期は 0.22sec, 速度 35cm/sec で, これは観測値とほぼ一致するが, もっと大きく発達した波については定量的には説明ができなかった。

ところが第二次世界大戦中, 各国では作戦上, 特に上陸作戦のときの磯波の大きさを予知する必要に迫られて, 波浪の予報に関して活発な研究が進められ, 長足の進歩を遂げた。その中でもアメリカがアフリカ上陸作戦に備えて行った研究の結果である Sverdrup-Munk⁹² の研究と, イギリスの Barber-Ursell⁹³ の研究とが有名である。

その後, Sverdrup-Munk の理論は使いやすい Chart の形にされて米国海軍水路部より出版され⁹⁴, また Bretschneider⁹⁵ はカルフォルニア大学で集めた資料を元にして Sverdrup-Munk の結果の修正を行った。一方全く別の観点から波の不規則性に主眼を置いたニューヨーク大学の Pierson 一派の研究^{96,97,98,99,100} が新たに登場して来ている。

現在波浪の予報精度は, 気象予報の精度以上であるといわれる。ここでは主として Sverdrup-Munk の理論を簡単に説明する。

a) 有義波高

海洋波は極めて不規則であるから, 何らかの統計値でもって表わす必要がある。Sverdrup-Munk はこの統計値として有義波高を定義している。有義波高とは, 或る時間の間に計測された波高を高い方から順に並べて, 高い方より全数の 1/3 を取って平均したもの(1/3 highest mean wave height)をいう。有義波高を代表に選んだ理由は, 人が波を観測するときに, 概して高い方の波に注目し勝ちであって, 大体有義波高程度の値を平均とし

て観測することと、観測の時間に関係なく凡そ一定の値が得られるⁱことなどによる。

なお、Longuet-Higgins¹⁰¹ は周期の分布があまり広くない(狭帯域という)波が全く random な位相で重畳すると、有義波高などの統計値間に次のような関係が成立することを発見したが、これはその後の観測によって、最初の仮定である狭帯域という制限を除いてもなおよく合うことが認められている。

(全数)平均波高/有義波高=0.64

高い方より 1/10 の平均波高/有義波高=1.29

次に物理的な意味を考えて見ると、有義波は古典的な波と異なった性質を有する。すなわち古典的な一連の波ではエネルギーの出入がなく、系は保存的(conservative)である。Lamb¹ p.381 によると $\partial c/\partial t + (c/2) \cdot \partial c/\partial x = 0$ で、このような波系では定常状態($\partial c/\partial t = 0$)で場所により波速が変わることは有り得ないし、また全域で波速が等しいまま($\partial c/\partial x = 0$)その波速が時間とともに変化するというのも有り得ない。

ところが実際に有義波高として観測されるものではこれと様子が異なり、例えばある広さの湖に弱い風が長時間吹くと、湖の各場所で波は定常的となって時間的には変化しないが、場所ごとの変化は存在して、風上の方では波は短く、風下では長い。また強い風が短時間吹いて尚も吹き続けている状態を考えると、湖に起こる波の波長はごく風上側を除いては一樣であるが、時間とともに長くなっていく。

この二つの波系の差は結局、有義波の各波峯は個性を有しないという点にある。すなわち有義波は全域にわたって連続した保存的な波でなくて、個々別々の波の集合したものである。

b) 風より波へのエネルギーの伝達

風から波へエネルギーが伝えられる過程は二通りある。一つめは法線力によるもので、波で凹凸のある海面上を風が吹いて、風速が波形の移動速度より大きいと、波峯の風上側は押され、風下側は低圧となって吸われるため、その水平分力によって風は波にエネルギーを与える。もう一つの過程は切線力によるもので、表面の摩擦である。

もし正弦波の如く、波の粒子が完全に円運動を描き平均位置が変わらなければ、摩擦力は一周期間では仕事をしないので、第一の過程でしかエネルギーが伝達されない。したがって風速より波速が大きい波は発達し得ないが、これは現実と合わない。

Stokes 波では 3.29 図に示したように水の粒子の輸送が生じるために、摩擦によってエネルギーが伝えられ、風より速い波がなお発達し続けることが説明できるのである。

このようにして風から与えられるエネルギーと、波動の内部で粘性によって散逸されるエネルギーが等しくなると、波の発達は止まり定常状態になる。

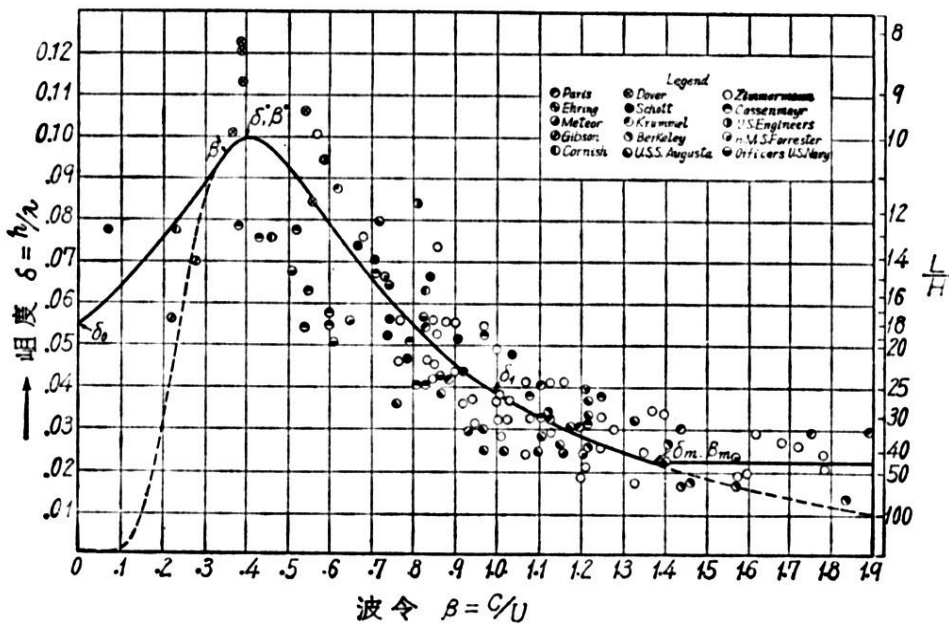
さて、風によって波が発達する段階を示す尺度として波齢というものを用いられる。波齢とは波の速度と風の速度の比で、 $\beta=c/V$ で表される。強風が吹き始めた直後では波はまだ

ⁱ 1/10 highest mean とか 1/20 highest mean では、偶々観測された極大値によって平均値が大きく変化してしまう。

小さく、波長したがって波速も小さいから、波齢は小さい。すなわち若い波である。波がだんだん発達して来ると波速が大きくなって来て波齢が大きくなり、遂に波齢が 1 を越して老齢期の波になる。

c) 波齢と粗度との関係

Sverdrup-Munk は観測値を解析して波齢と波の粗度(波高と波長の比)との間に密接な関係があることを発見した。すなわち 3.33 図のように横軸に波齢 β 、縦軸に粗度 δ を取ると、若い波では β が大きく、 $\beta=0.4$ くらいで最大に達し、波高は波長の 1/10 に達する。それより波齢が大きくなると、風のエネルギーは波高を増すより波長を増す方に余計に使われて波はなだらかになっていく。この β と δ の関係を用いて、Sverdrup-Munk の方程式は半実験的に解かれたのである。



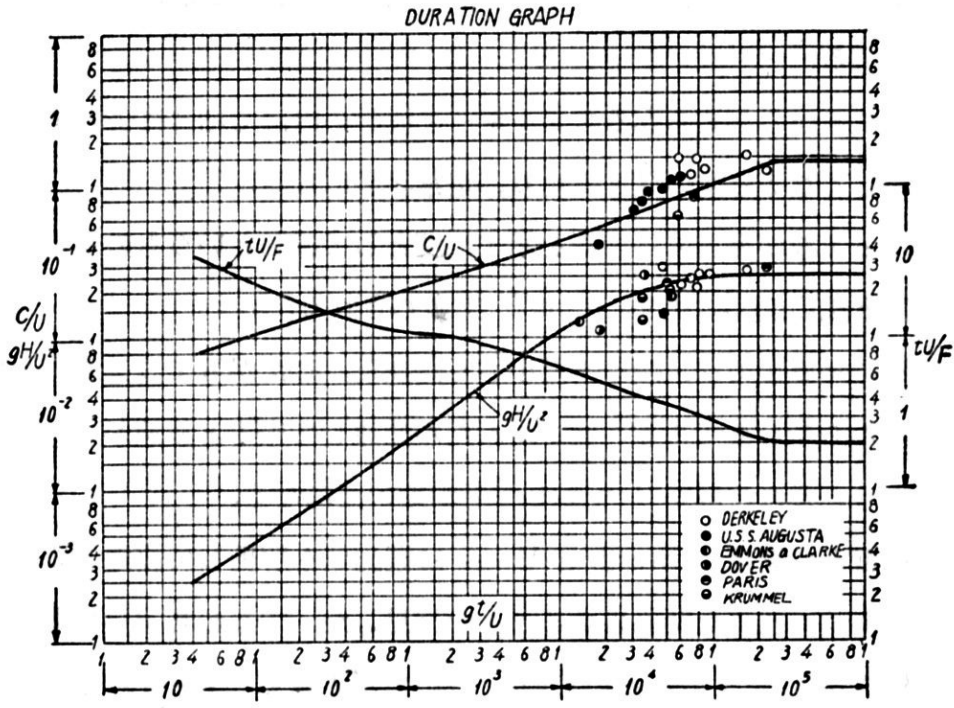
3.33 図 波齢と粗度との関係

方程式の解は二通りに分かれる。一つは、発達しつつある波が前述のように全域にわたり一様に時間とともに変化する状態の解で、波高や波長は時間の関数として与えられる。これを無次元化して表示したものが 3.34 図で、duration graph とよばれる。横軸には時間を無次元化した gt/V を取り、縦軸には波高の無次元値: gH/V^2 と、その時点で波が定常状態にまで達している吹送距離(風上の陸岸から今考えている場所までの距離: fetch という) F の無次元値: tV/F が示してある。

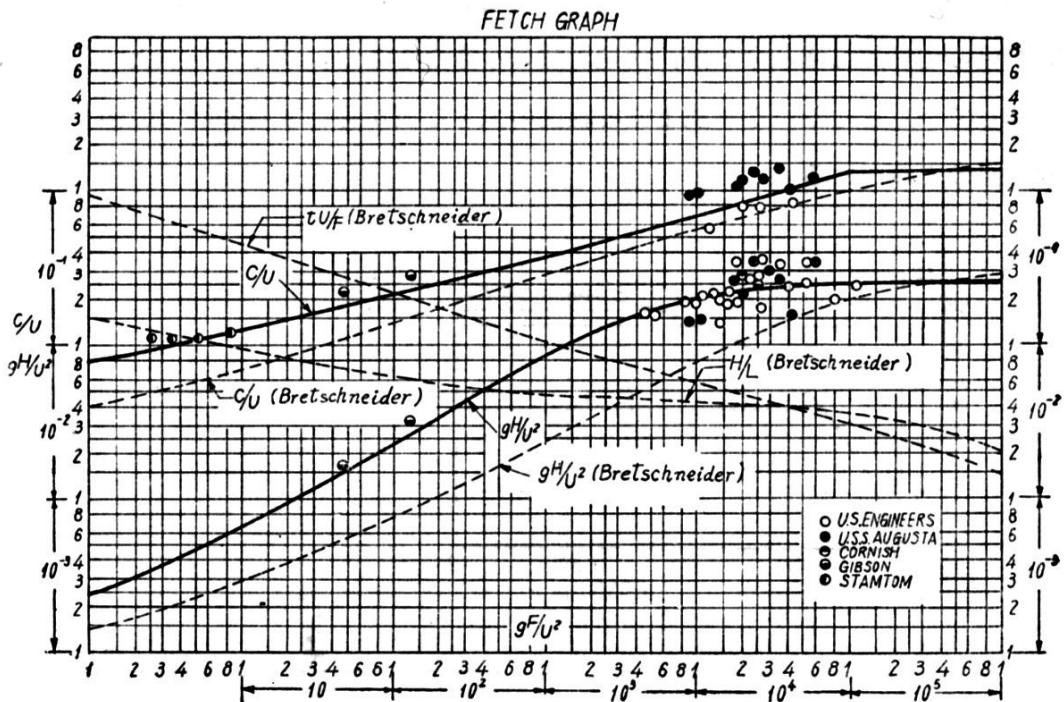
他の一つの解は定常状態に達した範囲内の波高の分布を表わすもので、吹送距離: F を無次元化した gF/V^2 を横軸に取り、縦軸には同じく gH/V^2 が示してある。これを fetch graph(3.35 図)という。想定している場所の F が duration graph から得られた値より小さい場合には、その場所の波は既に定常状態まで発達しているので、duration graph で与えられる波高までは成長し得ない。この場合の波高を与えるのが fetch graph である。

発達途上の波は duration graph で表わされ、定常に達した波は fetch graph で表わされるわけで、duration graph に示されている無次元値: tV/F は fetch: F において波が定常状態

に達するに要する時間(吹送時間という) t を与えていると考えることもできる。



3.34 図



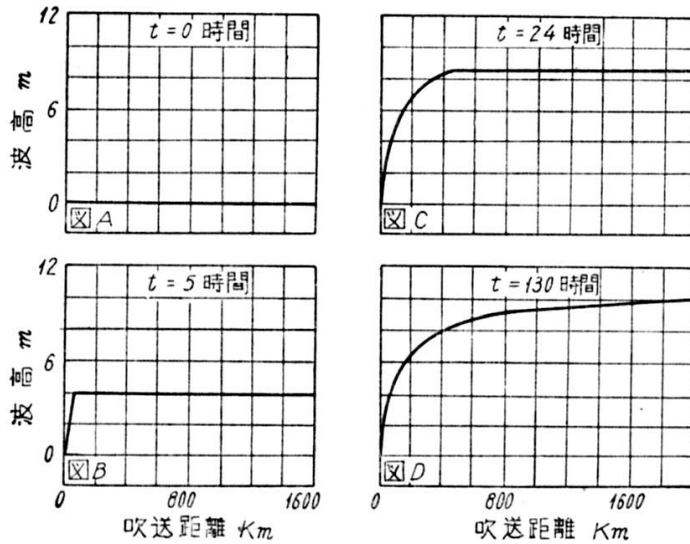
3.35 図

3.34 図, 3.35 図は無次元化してあるので, これを使いよく図表にしたのが文献^{94, 102}で, 風速と吹送時間から直ちに発生する波の高さ, 周期を求めることができる。

d) 使用例

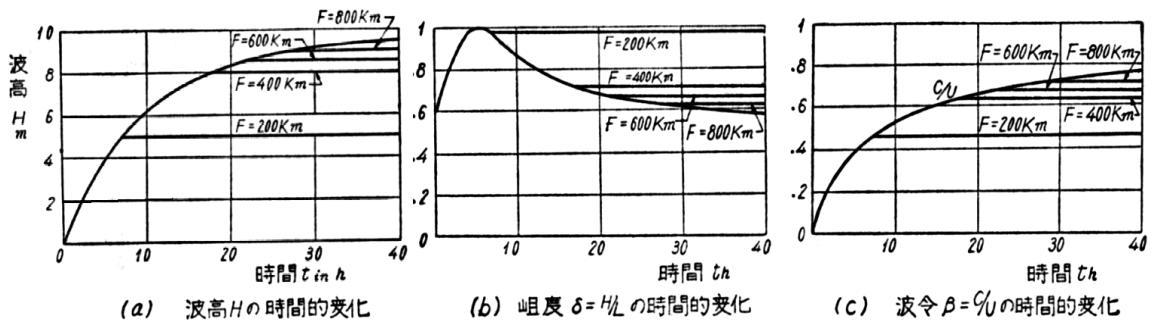
いま一つの例を考えてみよう. ある時間から 20m/s の風が突然吹き始めたとする, 時間 0 では全域にわたって波高は 0 である(3.36 図 A). 5 時間後には陸から 50km のところまで

は定常状態に達し、それより風下では一様に波高4mである(同図B)ⁱ。24時間後には陸から400kmのところまでは定常状態に達し、それより風下では一様に波高8.5m(同図C)、130時間後には2000kmの全域にわたって定常状態に達して波の発達は止まる(同図D)。なお、定常状態に達する限界点は波の群速度 $c/2$ で風下側に移動する。

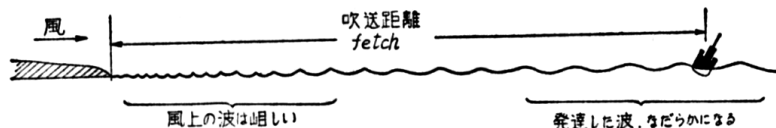


3-36 図

一方一地点に着目して時間的な変化を考えると、3.37 図の如く波高、粗度、波齢ともに時間が経つにつれて急速に増加するが、吹送距離の小さなところ、すなわち風上ほど早く定常に達して一定となる。なお風上側ほど粗度の大きな波が存在するわけで、誇張して表わすと3.38 図のようになる。



3-37 図

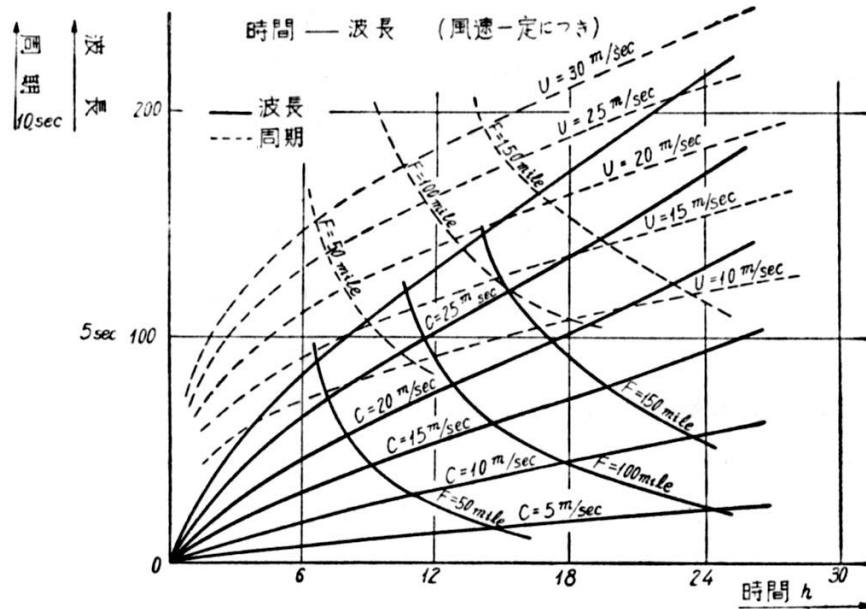


3-38 図

3.39 図は文献⁹⁴より著者が計算したものである。3.39 図の利用の一例として次のような問題を考えてみよう。いま航程12時間の航路に就航する船が丁度航路の中間に来たとき突然15m/sの風が航路に直角に吹き始めたとしよう。図から、6時間後に波は波長32m、

ⁱ $gt/U=9.8*5*3600/20=9000$, 3.34 図より $gH/U^2=0.1$, $tU/F=7$ $H=0.1*20^2/9.8=4m$,
 $F=5*3600*20/7=50,000m$

周期 4.5sec(波高は別途求めると 3m になることが分かる)に発達するから、船の横揺れの周期が 4.5sec なら港に逃げ込む前に危険な同調横揺を生じる可能性がある。逆に言えば船の周期が 4.5sec より長くなっていれば、15m/s の風までは危険な波に逢う前にどちらかの港に逃げ込める訳である。



3-39 図

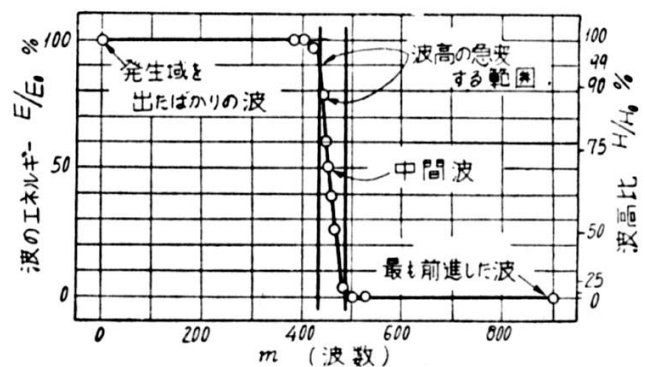
2) うねり

発生域で発達した波が静穏域に伝わってくると、波速の方が風速より当然速いので、発達の時と逆の過程で空気にエネルギーを吸収されて減衰していく。その結果、波高は低く波長は延びてなだらかになり、かつ波長の短い粗しい波は速く減衰して波長の長いなだらかな波だけが残り、規則的になっていく。これをうねりという。

うねりは波傾斜は小さいが、規則的なので船の横揺れに大きな影響を与える。次にうねりの重要な性質を二、三挙げてみよう。

a) 静穏域に伝わる波のエネルギー分布

発生域から次々波が送り出されて来ると、波の全エネルギーの内、半分は位置のエネルギーとして波とともに伝わり、半分は水の粒子の円運動のエネルギーとして残るので、手前の波は高く、先の方の波は低くなる。波数 900 のときのエネルギー分布を計算すると 3.40 図のようになる。すなわち手前側の約半分は殆ど一定のエネルギーを持ち、435 番目から 485 番目の高々 50 くらいの中間波で急激にエネルギーが減少し、それより先ではほとんど 0 になる。中間波のエネルギーは丁度手前の波の半分で、波高にして 70.7% である。



3-40 図

したがって観測者から見ればはじめの 900 から 485 番目の波は殆ど認められず、485 か

ら 50 波くらいで急激に波高が高まるように感じられる。そして中間波の移動する速度は個々の波の速度の丁度半分、すなわち群速度に等しいから、うねりのエネルギー前線 (front) は事実上群速度で静穏域に伝わると考えて良い。

一例を述べると、暴風圏を離れるとき波高 10m だった波は、400km 離れたところに 27cm の前駆波となって到達するが、ほとんど気づかれない。そして 90 時間経つとエネルギー前線が到達して僅か 2 時間半くらいの中に波高は 242cm に増加する。

b) 波高の減少，波長の増加

減衰距離を D ，発生域の端の波周期を T_F ，減衰域の端の波周期を T_D

$$A = 2\gamma^2 \frac{\rho'}{\rho} = 6.35 \times 10^{-5}$$

r = エネルギー分配係数

とすると，周期変化は

$$\frac{T_D}{T_F} = \sqrt{1 + 16\pi^2 \cdot Ar \times \frac{D}{g \cdot T_F^2}} \quad (3.44)$$

となり，またエネルギー前線が到達するまでの時間を t_D とすると

$$\frac{t_D}{T_F} = \frac{1}{2\pi Ar} \cdot \left(\frac{T_D}{T_F} - 1 \right) \quad (3.45)$$

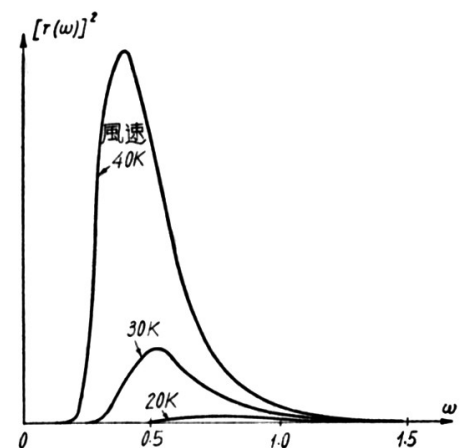
となる。波高の変化は $\alpha = s/2\gamma^2 = 2.50$ とし， γ = 風の抵抗係数 ($\gamma = 2.6 \times 10^{-3}$) とすれば

$$\frac{H_D}{H_F} = \left(\frac{T_D}{T_F} \right)^{-\frac{\gamma+\alpha}{2r}} = \left(\frac{T_D}{T_F} \right)^{-2.2} \quad (3.46)$$

となる。(A の定義に出て来る γ と α の定義に出て来る γ は同じか?)

3.5.3. 大洋波の不規則性

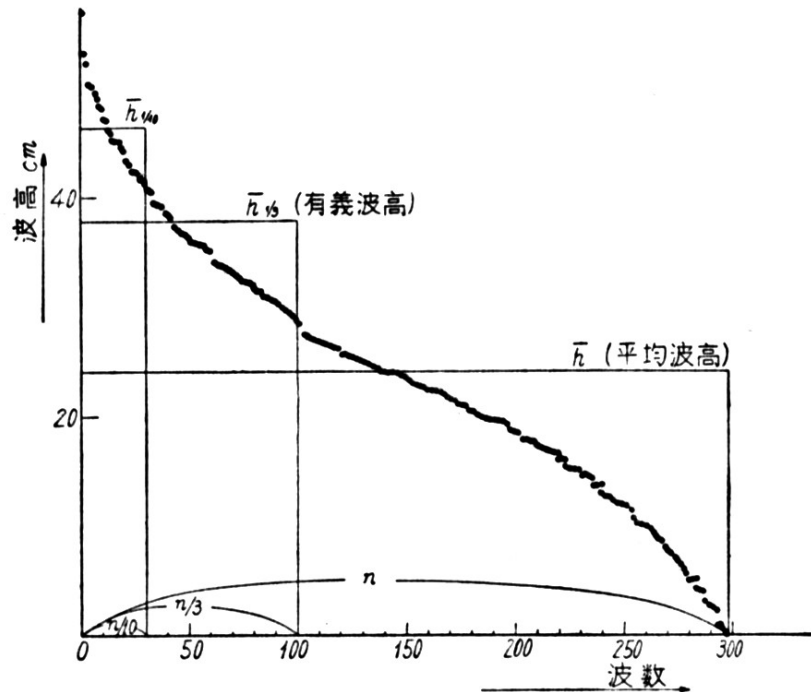
Sverdrup-Munk の予報理論は有義波高に対するものであり，ある海域に有義波高幾らの波が存在するという事は予想し得るが，個々の波高の分布については何も示していない。実際の海洋波は極めて不規則で，波高・波長ともに複雑に変化し，かつ波頂線が短く横の連関性がない。その変化の様子は一見全く気紛れで，そのため波の中の船の運動という問題は長い間進歩しなかったのである。ところが最近，電気工学における雑音解析などの不規則振動の理論の発達に刺激されて，統計学的方法で波の不規則性を解析することが始められ，最近における発達は目覚ましいものがある。



3.41 図 大洋波の Neumann スペクトル

Neumann⁶⁷ は大洋波の記録を多数分析して，十分 (定常状態まで) 発達した風波のスペクトル分布は風速に依存する一定の無次元形状を取ることを発見した。すなわち横軸に波の周波数 w を取り縦軸になる周波数に対応する波の

エネルギー(振幅の二乗)を取って,エネルギー密度分布をプロットすると,どんな風速で起きた波の場合でも同じような形となり,風速が大きくなるとピークが高くなって,周波数の小さい方へ移動する.その模様を3.41図に示す.一方このスペクトル分布と波の不規則性とは密接な関係のあることが Longuet-Higgins⁷¹ によって確かめられた



3.42 図 波高の分布曲線(葉山で実測)

いま或る時間の間波の記録を取ると多数の波高値が得られるが,その波高を高い順に並べると3.42図のような曲線を得る.これから高い方から全数の1/10だけを取って平均値を求め $\bar{h}_{1/10}$ とする.同様に高い方から全数の1/3だけを取ると $\bar{h}_{1/3}$ =有義波高となり,また全数の平均は算術平均 \bar{h} となる.さて Longuet-Higgins によれば,スペクトル分布の周波数範囲が広くないとき(狭帯域という)は,スペクトル分布関数 $[r(\omega)]^2$ が囲む面積

$$E = \int_0^{\infty} [r(\omega)]^2 d\omega = \text{累積エネルギー密度(cumulative energy density)} \quad (3.47)$$

を取ると,この E と前記各平均値との間には,スペクトル分布形状如何にかかわらず,次の関係がある.

$$\left. \begin{aligned} \bar{h}_{1/10} &= 3.600\sqrt{E} \\ \bar{h}_{1/3} &= 2.832\sqrt{E} \\ \bar{h} &= 1.772\sqrt{E} \\ \text{最も頻} k \text{ 繁に来る波} &= 1.416\sqrt{E} \end{aligned} \right\} \quad (3.48)$$

また3.42図の全数を1/10ずつに区切って,各区分の波高を求めてみると下のようになる.

3.9 表

0	~	$0.64\sqrt{E}$	10%	$1.66\sqrt{E}$	~	$1.92\sqrt{E}$	10%
$0.64\sqrt{E}$	~	$0.94\sqrt{E}$	10%	$1.92\sqrt{E}$	~	$2.20\sqrt{E}$	10%
$0.94\sqrt{E}$	~	$1.20\sqrt{E}$	10%	$2.20\sqrt{E}$	~	$2.54\sqrt{E}$	10%
$1.20\sqrt{E}$	~	$1.42\sqrt{E}$	10%	$2.54\sqrt{E}$	~	$3.04\sqrt{E}$	10%
$1.42\sqrt{E}$	~	$1.66\sqrt{E}$	10%	$3.04\sqrt{E}$	~		10%

次に最大波高を考えて見よう。海の波を観測していると、ときどき大きな波が来ることがある。そして観測する時間が長ければ長いほど、すなわち通過する波の数が多いほど大きい波に遭遇する可能性が高いことは経験的に知られているが、確率論的にも次のように説明することができる。すなわち海の波はスペクトル分布が示すように、種々の周波数を持った微小波高の波(素成波と呼ぶ)が重畳してできていると考えられるが、各素成波の位相は random であるから、あるときは多数の山が重なって高くなり、あるときは山と谷が打ち消しあって低くなる。いま一つの素成波に一つのサイコロを対応させたとし、多数のサイコロを一度に振って目の数の合計が波高を表わすものと考えれば、平均的な値は $3.5 \times$ サイコロの数に近くなるが、ときどき例外的に大きな合計値(波高)が出る。そしてサイコロを振る回数が多ければ多いほど、大きな値が出る可能性がある。

Longuet-Higgins によれば、観測された波の数とその中の最大波高の関係は統計的に下のように推定される。

3.10 表

20 の波が通過したとき、その中の最大波高	$3.74\sqrt{E}$
50 の波が通過したとき、その中の最大波高	$4.24\sqrt{E}$
100 の波が通過したとき、その中の最大波高	$4.56\sqrt{E}$
500 の波が通過したとき、その中の最大波高	$5.20\sqrt{E}$
1,000 の波が通過したとき、その中の最大波高	$5.46\sqrt{E}$

波数(N)が増えると、その中の最大波高は $\log N$ に比例して大きくなるが、これは N があまり大きな値になると適用できなくなる。これらの関係は種々の実測により確かめられ、最初の仮定である狭帯域という制限を除いてもなお良く合うことが認められている。

日本近海の海象については真鍋が 1953 年以来資料を集めて多数の研究を発表している^{103, 104, 105, 106, 107}。

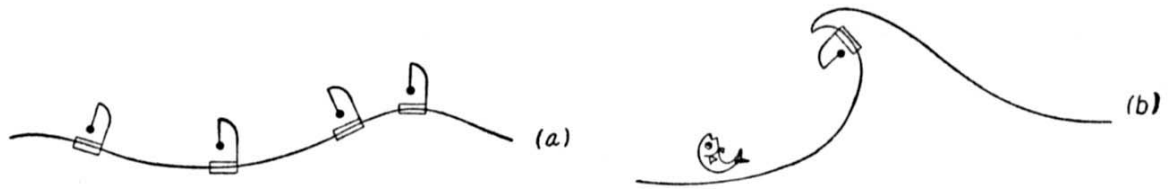
3.5.4. 波が船に及ぼす力(横揺強制外力)

波が船に及ぼす力については Froude⁸⁰, Kriloff^{108, 109}, 渡辺¹¹⁰, Weinblum¹¹¹らにより研究され、また最近では Havelock¹¹², Cummins¹¹³, Ursell, 丸尾⁵, 花岡⁶らにより、流体力学的に圧力積分から求める方法が研究されているが、横揺強制外力に関するかぎり、現在では Froude の有効波傾斜の概念が用いられている。

1) 波上の物体に働く合成加速度の方向と釣合い

3.1. c) の 9) で、トロコイド波では合圧力が波面に垂直に働くことを述べたが、W. Froude はそれを次のような実験で確かめた。すなわち Froude は、コルクの薄片にマストを立て糸

で小さな振り子を吊り下げたものを, 3.43 図(a)のように波に浮かべて観察した. その結果振り子はいつも波面に垂直の位置に来ることを確かめたが, この関係は 3.43 図(b)のように崩れる寸前の磯波の前面でもなお成り立ったのである.



3.43 図

この実験により Froude は, 波面に浮かんだ小物体には刻々波面に垂直な加速度が働くので, 波の上の物体の平衡姿勢は波面に対する垂線を向くものであり, これと船体姿勢とが一致しないとき船には復原モーメントに相当する力が働くという結論を得た. そしてこの復原モーメントは静水のとおりだと仮定するのである.

いま静水中で 3.44 図(a)のように船を θ だけ傾けると, $W \cdot GZ(\theta)$ なる復原力が船に働く. 次に 3.44 図(b)のように船が波の上で θ だけ鉛直線に対して傾いているとすると, 船に働く力は波面に対する法線と船体中心線との角度 θ_a に相当する静的復原力 $W \cdot GZ(\theta_a)$ となるのである.

表面波傾斜 θ_w は時間とともに周期的に変るが, 正弦波の場合には

$$\theta_w = \Theta_w \cdot \sin(2\pi/T_w) \cdot t \quad (\Theta_w = K \cdot a = \text{最大波傾斜}, a = \text{波振幅})$$

$$\theta_a = \theta - \theta_w = \theta - \Theta_w \cdot \sin(2\pi/T_w) \cdot t$$

この θ_a を相対横揺角(apparent rolling angle)といい, θ を絶対横揺角(absolute rolling angle)という.

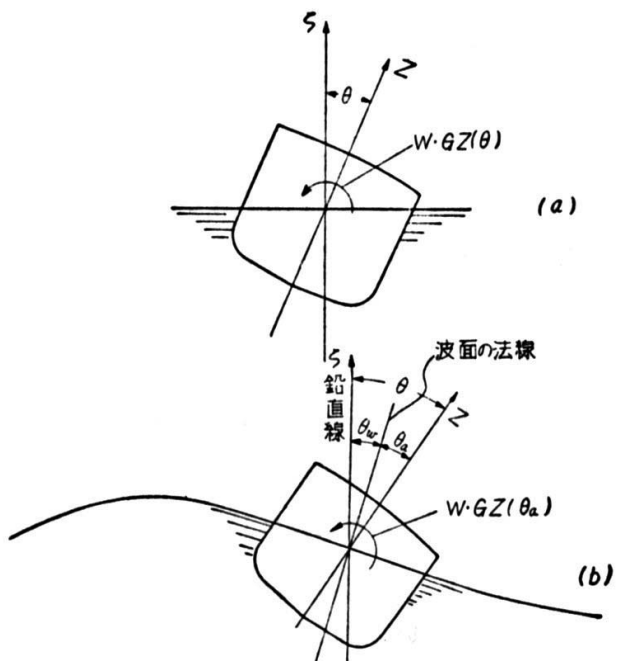
θ_a があまり大きくない範囲では, 波の強制モーメントは

$$M_w = W \cdot GZ(\theta_a) \cong W \cdot GM \cdot \theta_a = W \cdot GM \cdot \{\theta - \Theta_w \sin(2\pi/T_w)t\} \quad (3.51)$$

で表わすことができる.

2) 有効波傾斜

上記では船が波に対して非常に小さい場合、すなわち船は波の表面上の 1 点にあるとして良い場合を考えたが, 実際の船は有限の大きさを持つので, 波に対して船が大きくなるほど船体表面に作用する圧力分布は波の表面とは異なって来る. その影響は一般に波傾斜が幾分減じたような効果となるので, この減少した波傾斜を有効波傾斜(effective wave slope)といい, 強制モーメントは係数 γ を掛けて



3.44 図

$$M_w \cong W \cdot GM \cdot (\theta - \gamma \theta_w) = W \cdot GM \cdot \{\theta - \gamma \Theta_w \sin(2\pi/T_w)t\} \quad (3.52)$$

この係数 γ を有効波傾斜係数という。

γ の値については、有効波が丁度船の浮心を通る sub-surface であるとして

$$\gamma = e^{-\frac{2\pi}{\lambda}d_s} \quad (d_s \text{ は水面より浮心までの深さ}) \quad (3.53)$$

という値が長く用いられて来たが、渡辺⁶⁷は Froude-Kriloff の考え方に基いてトロコイド波

の圧力を積分して γ を理論的に求めた結果、 γ は船の重心の位置、船型、船の幅と波長の比などによって変化することを確認、次の式を得た。ただし原式はやや複雑なので次式は実用上の精度を落とさない程度で省略をしてある。

$$\gamma = 1 - \frac{b}{GM} \cdot \frac{\phi}{b}$$

$$\frac{\phi}{b} = \left(\frac{1}{3} \cdot C_w - K_1 \right) \cdot \beta - (K_2 \cdot C_w - K_3) \cdot \beta^2$$

ここに、 $\beta = \frac{2\pi b}{L_w} = \frac{4\pi^2 b}{g \cdot T_w^2}$ 、 L_w =波長、

T_w =波の周期、係数 K_1, K_2, K_3 は

$\alpha = \frac{C_b}{C_w} \cdot \frac{h}{b}$ と $\lambda = \frac{C_w}{C_b} \cdot \frac{a_g}{h}$ の関数とし

て 3.45 図(a),(b)で与えられる。 a_g = 喫水線から重心までの距離(重心が水面下の時に+)、 h =喫水、 b =船の半幅

なお、普通の船型を持ち重心位置も極端に上でも下でもなければ、同調周期付近の波に対して次の式で近似することができる¹¹⁴。

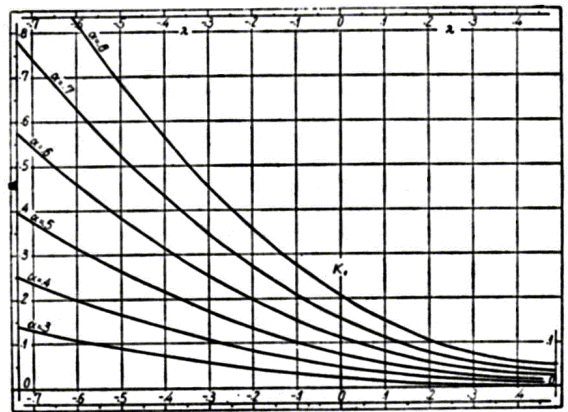
$$\gamma = 0.73 + 0.60 \cdot OG/d \quad (3.54)$$

ここに、 OG =喫水線から重心までの距離(重心が水面上の時に+)

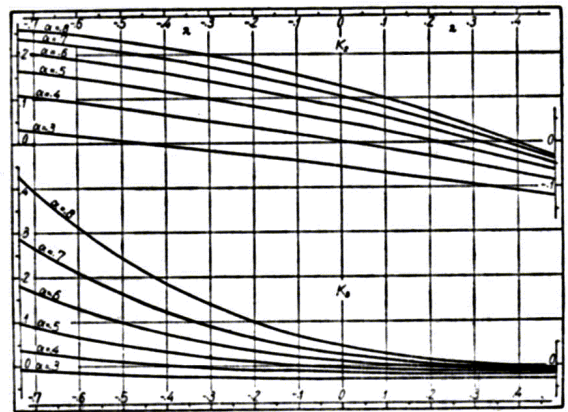
3) 強制外力の測定と、有効波傾斜の概念の検証

波による強制外力を実際に測定した例はあまりない。著者は 3.46 図のごとき装置で、船の上下、左右動は自由とし、横揺れだけを拘束して船に加わるモーメントを磁歪式検力計によって測定した結果、3.47 図(a),(b),(c)の如き結果を得た。

まず波長一定で波傾斜を変えて見ると、波の風

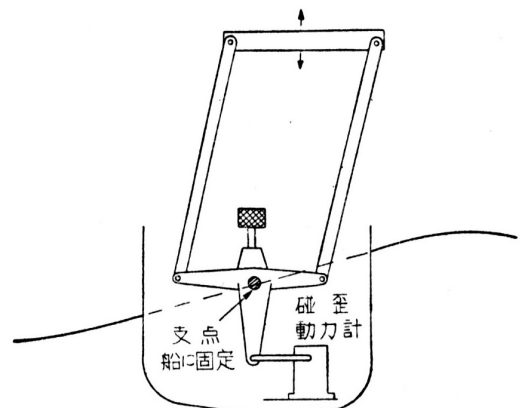


(a)



(b)

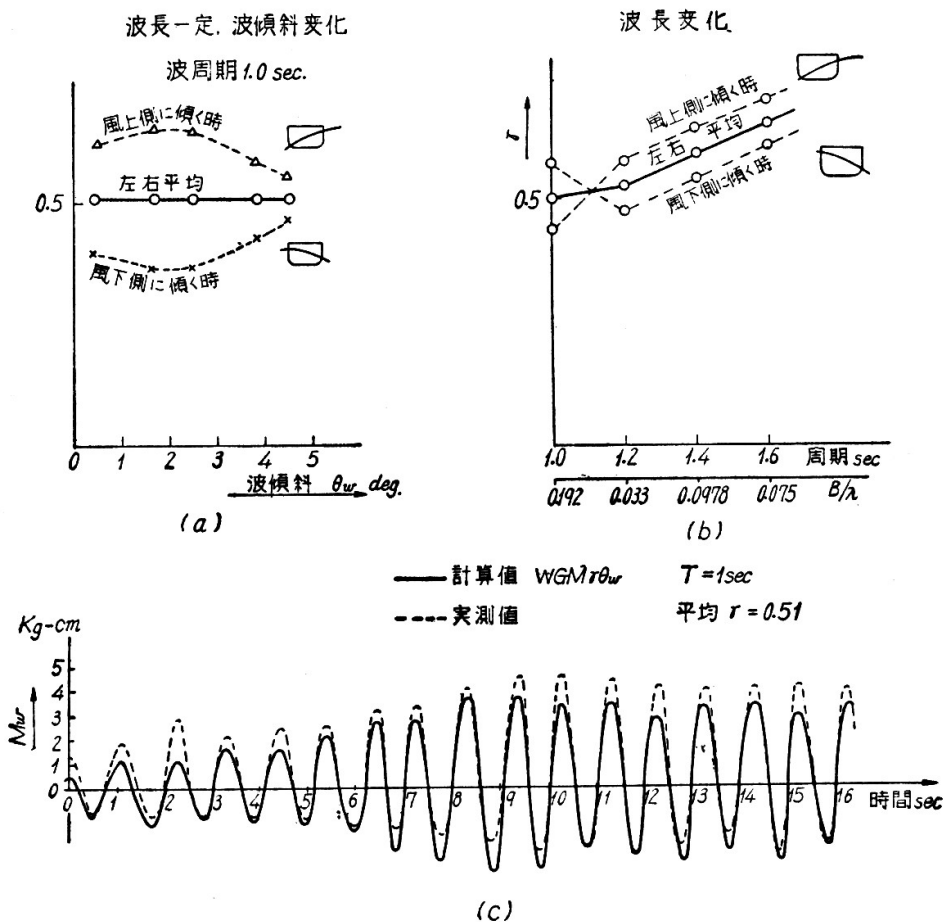
3.45 図



3.46 図

下側の傾斜と波の風上側の傾斜では, 3.47 図(a)に示すように, 波の風下側の傾斜によるモーメントの方が大きく出ているのが目立つが, 平均すると波傾斜に関係なく γ は一定となる. すなわち有効波傾斜の概念は正しいわけである.

次に波傾斜一定で波長を変えると, 3.47 図(b)に示すように, 波長が長くなるにつれて γ は増大する. これも渡辺の結果と一致する. また実測した強制モーメントの記録と, 波傾斜の記録に $\gamma \cdot W \cdot GM$ を掛けて求めたモーメントを重ね合わせてみると, 3.47 図(c)のようになる. このことから, モーメントが左右対称でないという点を除けば, 有効波傾斜により船にモーメントが与えられるという考えは妥当であろう.



3.47 図 有効波傾斜係数の実測値

3.6. 波浪中横揺れ

3.6.1. 波浪中無抵抗横揺れ

最初は簡単のため, 横揺抵抗のない仮想的な場合を考えて見よう.

3.44 図(b)のように, 船が波面の法線に対して θ_a だけ傾き, 絶対鉛直に対して θ だけ傾いているとすると, 波傾斜を θ_w , 有効波傾斜を γ として, (3.1)式は次の如くなる.

$$I \cdot \ddot{\theta} = -W \cdot GM \cdot \theta_a = -W \cdot GM \cdot (\theta - \gamma \cdot \theta_w) \quad (3.55)$$

すなわち,

$$I \cdot \ddot{\theta} + W \cdot GM \cdot \theta = W \cdot GM \cdot \gamma \cdot \theta_w = W \cdot GM \cdot \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (3.56)$$

これは絶対横揺れに対する運動方程式である. また, $\theta = \theta_w + \theta_a$ とおけば

$$I \cdot (\ddot{\theta}_a + \ddot{\theta}_w) = -W \cdot GM \cdot \theta_a, \quad \ddot{\theta}_w = -\gamma \cdot \omega^2 \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \text{ を考慮して}$$

$$I \cdot \ddot{\theta}_a + W \cdot GM \cdot \theta_a = I \cdot \gamma \cdot \omega^2 \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (3.57)$$

これは相対横揺れに対する運動方程式である。

1) 絶対横揺れ

(3.56)式を解いて求めることができる。(3.56)式を書き直して

$$\ddot{\theta} + \omega_s^2 \cdot \theta = \omega_s^2 \cdot \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (3.58)$$

を得るが、この解は $t=0$ で、 $\theta = \theta_0, \dot{\theta} = 0$ として

$$\theta = \frac{\gamma \cdot \Theta_w}{1 - \omega^2 / \omega_s^2} \cdot \{ \sin \omega t - (\omega / \omega_s) \cdot \sin \omega_s t \} \quad (3.59)$$

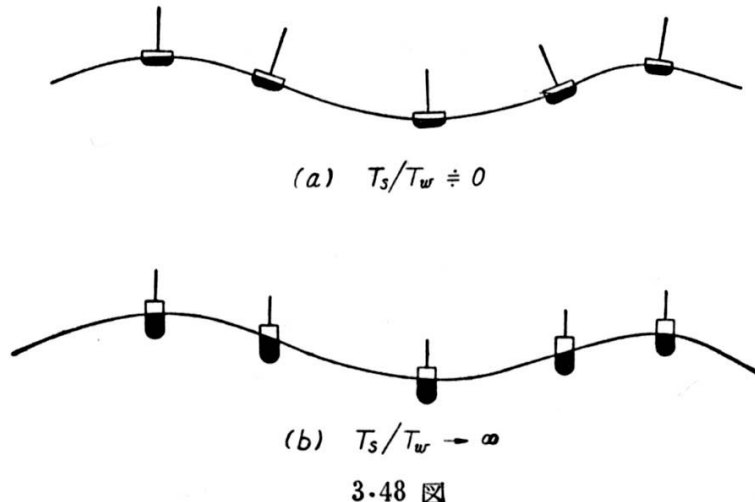
である。第一項は波による強制横揺れ、第二項は固有周期で揺れる自由横揺れである。横揺れの様子は $\omega / \omega_s = T_s / T_w$ によって異なる。

a) $T_s / T_w \approx 0$

これは波長が船に較べて格段に長い場合、ないし船の固有周期が著しく短い場合で、

$$\theta \rightarrow \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t = \text{有効波傾斜} \quad (3.60)$$

となるから、3.48 図(a)に示すように、船はほぼ波面に垂直になる。Stiff な船や筏はこの傾向がある。



3.48 図

b) $T_s / T_w \rightarrow \infty$

波長が船に較べて格段に短い場合、ないし船の固有周期が極めて長い場合で、

$$\theta \rightarrow (T_w / T_s) \cdot \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \cong 0 \quad (3.61)$$

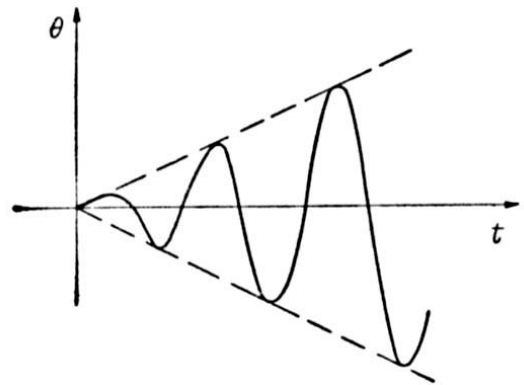
となって、3.48 図(b)に示すように、波によってはほとんど揺れず、船自身の固有周期で揺れる。棒の下に重りをつけたものとか、GM の小さい船がこれに相当する。このことからも船の固有周期を長くすると揺れ難くなることが判る。

c) $T_s / T_w = 1$ 同調 synchronism または resonance

この場合は特解で

$$\theta = \frac{\gamma \cdot \Theta_w}{2} \cdot (\sin \omega t - \omega t \cdot \cos \omega t) \quad (3.62)$$

となり, 3.49 図に示すように, 振幅は時間とともに増大していく. 最大傾斜は波の山及び谷で起こり, 波の最大傾斜では船は直立する. すなわち同調では船の傾斜と波の傾斜は位相が 90° ずれているわけである.



3.49 図

3.49 図では時間とともに振幅がかぎりなく増加するから遂に転覆するに至るが, もちろん実際には抵抗があり, 周期も変化するので簡単には転覆しない. しかし, やはり同調のときが一番危険であることは変りない.

d) $T_S/T_W \neq 1$ のときは, 強制横揺れと自由横揺れが合成されて複雑な動揺になる.

2) 相対横揺れ

(3.57)式は書き直すと

$$\ddot{\theta}_a + \omega_s^2 \cdot \theta_a = \gamma \cdot \omega^2 \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (3.63)$$

となり, その解は

$$\theta_a = \theta - \theta_w = \theta - \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (3.64)$$

の形になることは当然である. したがって絶対横揺れと波傾斜分だけ異なった結果となる.

$T_S/T_W \approx 0$

$\theta_a \approx 0$ となって, 波面に対してはほとんど揺れない(ほぼ波面に垂直).

b) $T_S/T_W \rightarrow \infty$

$\theta_a \rightarrow \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t$ となって波傾斜と同じになる(船自体は揺れず, 波面だけ揺れる).

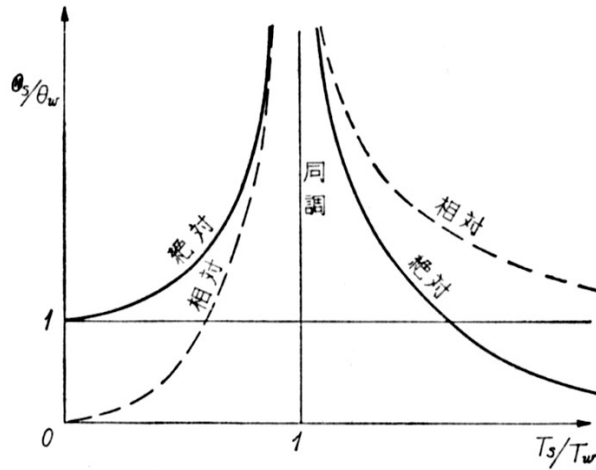
c) $T_S/T_W = 1$ 同調

$$\theta = -\frac{\gamma \cdot \Theta_w}{2} \cdot (\sin \omega t + \omega t \cdot \cos \omega t) \quad (3.65)$$

最大傾斜を生ずる時間を求めてみると, $d\theta_a/dt = 0$ より, $2\omega \cdot \cos \omega t - \omega^2 t \cdot \sin \omega t = 0$. したがって最大傾斜は波の山または谷より少しずれる.

絶対横揺れと相対横揺れの間係を図示すると, 3.50 図のようになる. 横軸は T_S/T_W (同調率), 縦軸は $\mu = \Theta_s / \Theta_w$ (magnification factor) である. 強制動揺部分のみに着目すると,

$$\begin{aligned} \text{絶対横揺れ: } \mu &= \Theta_s / \gamma \cdot \Theta_w = T_w^2 / (T_w^2 - T_s^2) \\ \text{相対横揺れ: } \mu &= \Theta_s / \gamma \cdot \Theta_w = T_s^2 / (T_s^2 - T_w^2) \end{aligned} \quad (3.66)$$



3.50 図

3.6.2. 波浪中抵抗横揺れ

a) 横揺れに対する抵抗

波浪中で横揺れするときの抵抗は極めて複雑であって, heaving, pitching, yawingなどを伴う上に, 船が波の構造を毀すことによる所謂 active resistance が加わって来る. 現在ではまだその性質はよく判っていないので, 静水中の同様に対する抵抗値をそのまま用いている. なお, 加藤⁶³はこれらの影響を付加合成偶力というものに含めて取扱っている.

(3.23)式の記号を用いれば, 抵抗モーメントは水と船との相対角速度に関係するはずであるから

$$f_1(\dot{\theta}_a) = A \cdot \dot{\theta}_a \pm B \cdot \dot{\theta}_a^2 + C \cdot \dot{\theta}_a^3 \quad (3.67)$$

を得る. なお渡辺¹¹⁵は, $\dot{\theta}_a$ に代えて近似的に絶対角速度 $\dot{\theta}$ を用いても実験値とよく合うので, $\dot{\theta}$ を用いても現在の精度では差し支えないといっている.

b) 線形横揺れ

1) 絶対横揺れ

抵抗モーメントが角速度の一乗に比例し, 復原モーメントも相対角度に比例する場合を考えてみる. $A \cdot g/I = 2\alpha$ とすれば, (3.1), (3.58)式より

$$\ddot{\theta} + 2\alpha \cdot \dot{\theta}_a + \omega_s^2 \cdot \theta = \omega_s^2 \cdot \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (3.68)$$

$\theta_a = \theta - \theta_w = \theta - \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t$ であるから,

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} + 2\alpha \cdot \dot{\theta} + \omega_s^2 \cdot \theta &= \omega_s^2 \cdot \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t + 2\alpha \cdot \omega \cdot \gamma \cdot \Theta_w \cdot \cos \omega t \\ &= \omega_s^2 \cdot \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sqrt{1 + 4\alpha^2 \cdot \omega^2 / \omega_s^4} \cdot \sin(\omega t - \delta) \end{aligned} \quad (3.69)$$

ただし, $\tan \delta = -2\alpha \cdot \omega / \omega_s^2$

この解は

$$\begin{aligned} \theta &= C \cdot \exp^{-\alpha t} \cdot \sin(\sqrt{\omega_s^2 - \alpha^2} \cdot t + \delta) \\ &+ \frac{\gamma \cdot \Theta_w \cdot \sqrt{1 + 4\alpha^2 \cdot \omega^2 / \omega_s^4}}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_s^2)^2 + 4\alpha^2 \cdot \omega^2 / \omega_s^4}} \cdot \sin(\omega t - \zeta) \end{aligned} \quad (3.70)$$

で与えられる。第一項は自由横揺れで e^{-at} が掛かっているから時間とともに減衰する。第二項は強制横揺れである。いま強制横揺れの部分について考え、その振幅を

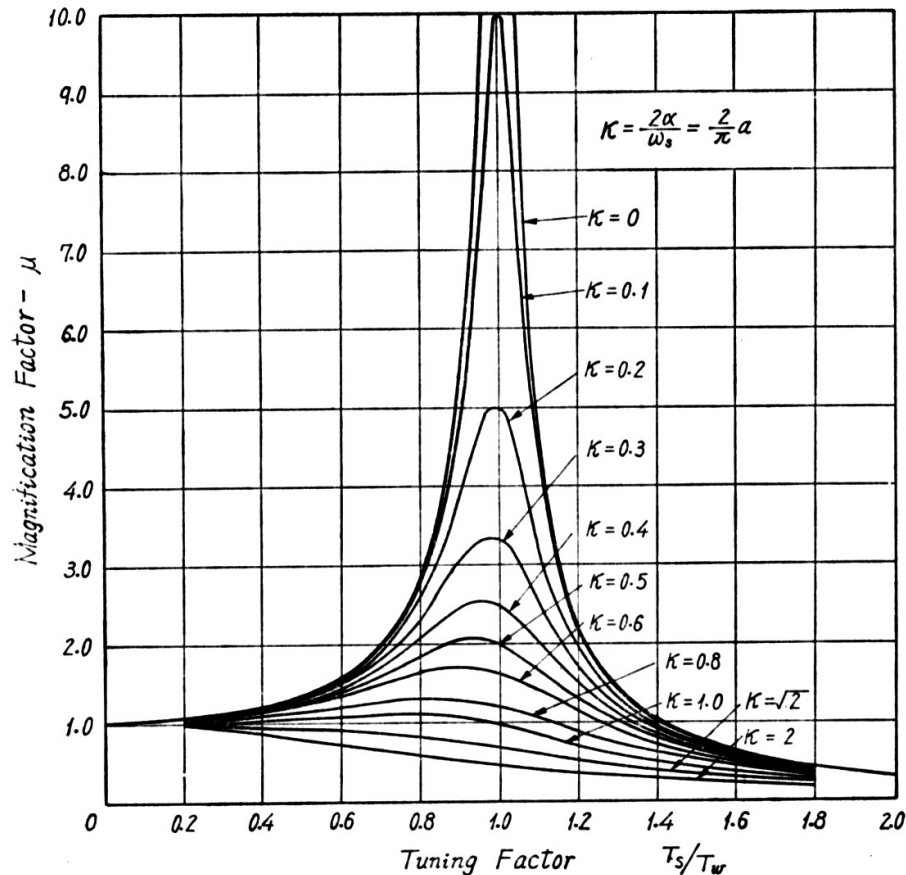
$$|\theta| = \gamma \cdot \Theta_w \cdot \frac{\sqrt{1 + 4\alpha^2 \cdot \omega^2 / \omega_s^4}}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_s^2)^2 + 4\alpha^2 \cdot \omega^2 / \omega_s^4}} = \mu \cdot \gamma \cdot \Theta_w \quad (3.71)$$

と書くと、 μ は有効波傾斜の何倍揺れたかという値を示し、これを magnification factor という。さてここで渡辺の仮定 ($\dot{\theta}_a$ の代りに $\dot{\theta}$ を用いる) を検討してみよう。 $\dot{\theta}_a$ の代りに $\dot{\theta}$ を用いると

$$|\theta| = \frac{\gamma \cdot \Theta_w}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_s^2)^2 + 4\alpha^2 \cdot \omega^2 / \omega_s^4}} = \mu \cdot \gamma \cdot \Theta_w \quad (3.72)$$

を得る。違いは結局、1 に対して $4\alpha^2 \cdot \omega^2 / \omega_s^4$ を省略できるかどうかにある。いま同調 $\omega = \omega_s$ 付近を考えると(3.30)式より $\alpha / \omega_s = a / \pi$ を得るから $4\alpha^2 / \omega_s^2 = (2a / \pi)^2$ であり、小角度では a は 0.04~0.1 くらいであるから $(2a / \pi)^2$ は 1 に対して省略できる。大角度ではもはや a をそのままでは用いられず、後述のように $a_e = a + b \cdot \theta$ を用いなければならず、 $\theta = 30^\circ$ では $a_e = 0.5$ くらい $(2a / \pi)^2 = 0.1$ くらいとなってもはや省略できない。それにもかかわらず(3.72)式が実験とよく合うのは、active resistance の影響が丁度これ程度になるからではなかろうか。

さていま簡単のため(3.72)式について説明を続けると、 μ (magnification factor) は同調率: $\omega / \omega_s = T_s / T_w$ (tuning factor) および α によって 3.51 図のように変化する。これを同調曲線という。



3.51 図

パラメータ $\kappa=2\alpha/\omega_s$ は減衰の強さを表わし, (3.30)式 $a=T_S \alpha/2$ より $\alpha/\omega_s=a/\pi$ を得るから

$$\kappa = 2\alpha/\omega_s = 2a/\pi \quad (a \text{ は減減係数}) \quad (3.73)$$

である. 船の κ は, 小角度で 0.15~0.2 くらいから大角度では 0.6 くらいの範囲である.

3.51 図を見ると次のことが分かる.

- (a) $T_S/T_W=0$ ($\omega/\omega_s=0$) のときは, 船は波面に垂直. (位相は 0°)
- (b) $T_S/T_W \rightarrow \infty$ ($\omega/\omega_s \rightarrow \infty$) のときは揺れない. (位相は 180°)
- (c) $T_S/T_W=1$ のとき同調曲線は極大値を持ち, もちろん抵抗が小さいほど大きく揺れる. 位相は 90° で, 波の山および谷で最大傾斜を生ずる.

2) 相対横揺れ

方程式は

$$\ddot{\theta}_a + 2\alpha \cdot \dot{\theta}_a + \omega_s^2 \cdot \theta_a = \omega^2 \cdot \gamma \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (3.74)$$

この解は

$$\begin{aligned} \theta_a = & C \cdot \exp^{-\alpha t} \cdot \sin(\sqrt{\omega_s^2 - \alpha^2} \cdot t + \delta) \\ & + \left(\omega^2 / \omega_s^2\right) \cdot \frac{\gamma \cdot \Theta_w}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_s^2) + 4\alpha^2 \cdot \omega^2 / \omega_s^4}} \cdot \sin(\omega t - \zeta) \end{aligned} \quad (3.75)$$

$$\text{ただし, } \tan \zeta = 2\alpha \cdot \omega / (\omega_s^2 - \omega^2)$$

で与えられ, やはり自由横揺れと強制横揺れの和となる. 絶対横揺れとの間には $\theta = \theta_a + \theta_w$ なる関係が成り立つ.

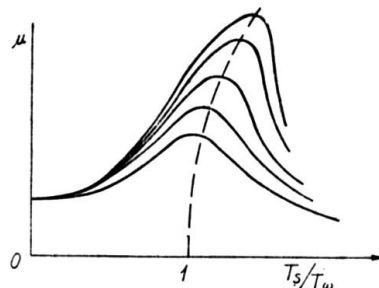
$\omega/\omega_s=0$ のとき $\theta_a=0$. $\omega/\omega_s \rightarrow \infty$ のとき $\mu=1$ となるから, (3.72)式とは逆の形になる. しかし同調の振幅は $\omega/\omega_s=1$ とおくと(3.72)式から得られたものと一致する.

最大値は波の最大傾斜面から少しずれて生じる.

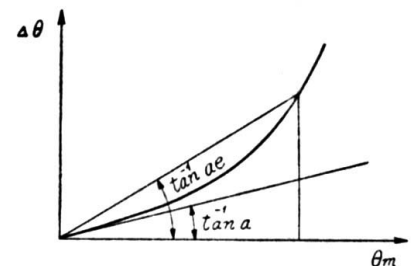
c) 非線形横揺れ

大角度に揺れるときは抵抗モーメントが角速度に比例せず, また復原モーメントも θ に比例しないため, 種々の影響が出て来る. まず復原モーメントの影響としては, 大角度になると通常復原モーメントが減じて固有周期は大きくなるので, 3.52 図に示すように, 小角度のときより周期の長い波で同調するようになる. また抵抗モーメントには, 角速度の二乗以上に比例する項が効いてくるので, 全体として抵抗が増加する. いま動揺角度を θ_m とすると, 有効減減係数 $a_e = a + b \cdot \theta_m$ を用いれば, 一応形の上では線形にすることができる. もちろん a_e は θ_m によって変るから本当の線形ではない.

a_e を用いることの意味は 3.53 図に示す通りで, 一例として $a=0.05, b=0.015$ の船について θ_m 毎の a_e を示すと 3.11 表のようになる.



3-52 図

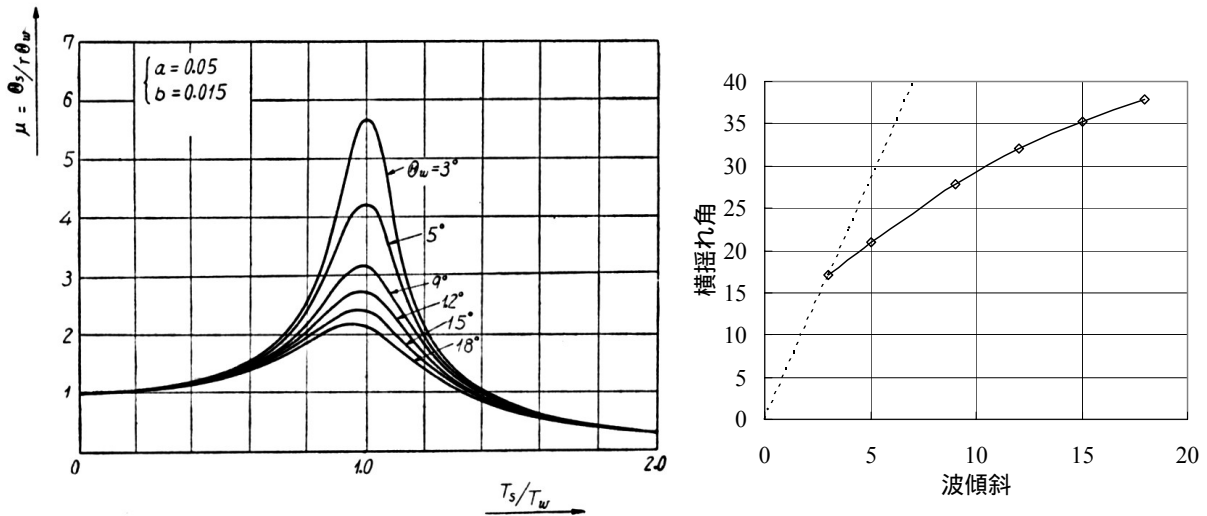


3-53 図

3.11 表

θ_m	0°	5°	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°
a_e	0.05	0.125	0.20	0.275	0.35	0.42	0.50	0.575	0.65

動揺角度によって抵抗係数が変わる影響として、波傾斜によって μ が変ってくる。すなわち 3.51 図では波傾斜に無関係に μ は一定であった。ところが大角度で抵抗が増える結果として、抵抗が増えて倍率 μ が減るのである。これは水槽試験の結果でも明らかに見られることであって、 $a=0.05$ 、 $b=0.015$ の船について計算した例を 3.54 図に示す。ただし、減ずるのは倍率に過ぎないので、当然ながら横揺れ角は下右図に示したように増加する。倍率が変らなければ図中の点線のように波傾斜に比例して増加するところが、非線形性のために実線のようになるのである。



3.54 図 波傾斜による μ の変化

d) 同調時の横揺れ角の近似計算

同調時の強制動揺角度は船の安全性の一つの目安となるので、これを簡単に計算することを考えて見よう。大角度であるから $a_e = a + b \cdot \theta_m$ を用い、(3.30)式に倣って $a_e = T_s \alpha_e / 2$ で等価線形減衰係数を定義すれば、(3.71)式で $\omega / \omega_s = 1$ とおいて、

$$|\theta|(\text{同調}) = \frac{\gamma \cdot \Theta_w \cdot \sqrt{1 + 4a_e^2 / \omega_s^2}}{2a_e / \omega_s} \cong \frac{\pi \cdot \gamma \cdot \Theta_w}{2 \cdot a_e} \tag{3.76}$$

(3.75)式の強制動揺部分からは

$$|\theta_a|(\text{同調}) = \frac{\gamma \cdot \Theta_w}{2a_e / \omega_s} = \frac{\pi \cdot \gamma \cdot \Theta_w}{2 \cdot a_e} \tag{3.77}$$

このように θ も θ_a も似たような形となるが、むしろ $\pi \cdot \gamma \cdot \Theta_w / (2 \cdot a_e)$ は active resistance を考慮したときの絶対角に近く、相対横揺れ角度は、船と波との位相差により、かなりこれより変ると考えられる。

さて $a_e = a + b \cdot \theta_m$ を用いれば、同調横揺れ角を θ_m として

$$\begin{aligned} \theta_m &= \pi \cdot \gamma \cdot \Theta_w / (2 \cdot a_e) = \pi \cdot \gamma \cdot \Theta_w / 2 \cdot (a + b \cdot \theta_m) \\ 2 \cdot \theta_m \cdot (a + b \cdot \theta_m) - \pi \cdot \gamma \cdot \Theta_w &= 0 \end{aligned} \tag{3.78}$$

これより θ_m を求めることができる。

また Bertin の係数 N を用いる場合は、減減角 $\Delta\theta = a_e \cdot \theta_m = N \cdot \theta_m^2$ より

$$a_e = N \cdot \theta_m \quad (3.79)$$

となるから、(3.77)式の a_e に代入して

$$\theta_m = \pi \cdot \gamma \cdot \Theta_w / (2 \cdot N \cdot \theta_m)$$

したがって

$$\theta_m = \sqrt{\pi \cdot \gamma \cdot \Theta_w / (2 \cdot N)} \quad (3.80)$$

を得る。 N の値は θ_m によって変るから、大体予想される θ_m の付近の N を用いなければならない。普通の大きさのビルジキールをつけた船の大角度の N は大体0.02くらいと見られ、 γ は0.7くらいであるから

$$\theta_m \cong 8.87 \sqrt{\Theta_w} \text{ deg.} \quad (3.81)$$

ただし $\Theta_w = \text{表面波傾斜 deg.} = 180 \times h / \lambda$

3.7. 横波以外の波による横揺れ

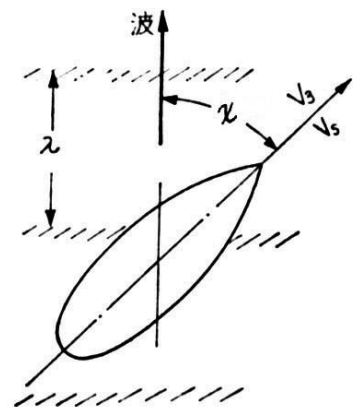
3.7.1. 出会周期(period of encounter)

船が、3.55 図に示すように、波の進行方向と χ ($\neq 90^\circ$)なる角度を持って V_s なる速度で進むときは、Doppler 効果によって船が波に遭遇する周期は変って来る。この周期を出会周期という。

$$T_e = \lambda / (V_w - V_s \cdot \cos \chi) = \lambda / (\lambda / T_w - V_s \cdot \cos \chi) \quad (3.82)$$

χ が $0^\circ \sim 90^\circ$ すなわち追波のときは波の周期よりも出会周期は長く、 $90^\circ \sim 180^\circ$ すなわち向波のときには波の周期よりも出会周期は短くなる。

通常船の横揺れ固有周期は波周期より長いので、向波では同調せず、追波で同調することが多い。特に漁船の事故は追波に多いといわれる。



3-55 図

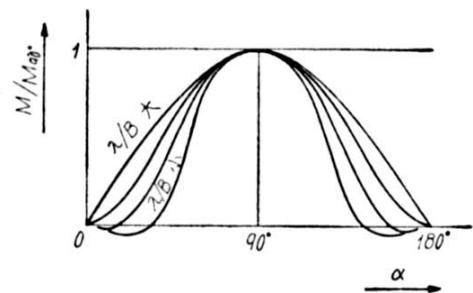
3.7.2. 強制モーメント

斜波の中では船に加わる強制モーメントは当然横波のときとは異なって来る。最も簡単な考え方は、船に比べて波長が非常に長いとして、波の傾斜の船体横断面に対する成分が有効な波傾斜になる、すなわち

$$M_\chi = M_{90^\circ} \times \sin \chi$$

とするものである。この考え方が大体正しいことは日聖丸の実船実験¹¹⁶の斜波中のデータでも確かめられた。

波が船の長さに対して非常に長いとは言えなくとも、斜波になると船の前後で船体横断面にお



3-56 図

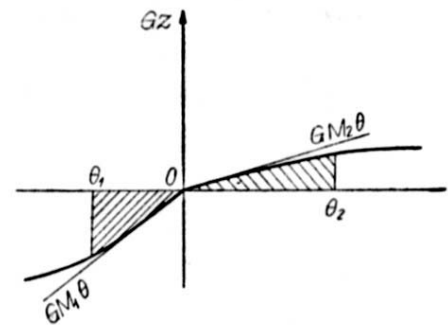
ける波傾斜が異なって来るので、3.56 図に示すように、 χ が 90° から大きく離れると強制モーメントは急激に減少する。

また渡辺によれば、漁船のように船尾が張っていて水線面が著しく前後非対称のものである、 $\chi=90^\circ$ のときよりもむしろ少し斜波のときの方が、強制モーメントが大きくなる。

3.7.3. 復原力の時間的変動

波浪中では波の山にあるときと、谷にあるときで見掛けの重力の大きさが異なるために、 GM 延いては復原力が時間的に変動する。すなわち擬調和振動になるわけである。これを論じたものに Grim¹¹⁷ 及び Kerwin¹¹⁸ がある。Kerwin によれば波浪中の GM の変動は最高 50% に及ぶといわれ、その変動が船の横揺れ固有周期と一致すると危険になるわけである。

さらに斜波では波と船の位相によって刻々水線の形が変わるために GM が変動するという現象が起こる。このことは渡辺¹¹⁹ が縦動揺に伴う横の不安定として取扱っているが、山上¹²⁰ は漁船の追波による転覆事故の解明にこの考えを用いている。問題はやはり前と同じく擬調和振動になるわけであるが、山上は次のように分かりやすく説明している。すなわち 3.57 図において船が左に傾いたとき GM が大きく、そのとき θ_1 だけ傾いたとすると、反対側に傾くときは同じ動的復原力になるまで傾くが、偶々そのとき GM が減少していると θ_1 より遥かに大きい θ_2 という角度まで傾くわけである。 GM の変動が船の横揺れ周期と一致したとき、もっとも危険であることは論を俟たない。



3.57 図

3.8. 不規則波中の船の運動

3.8.1. 最大動揺角度の推定に関する従来の研究

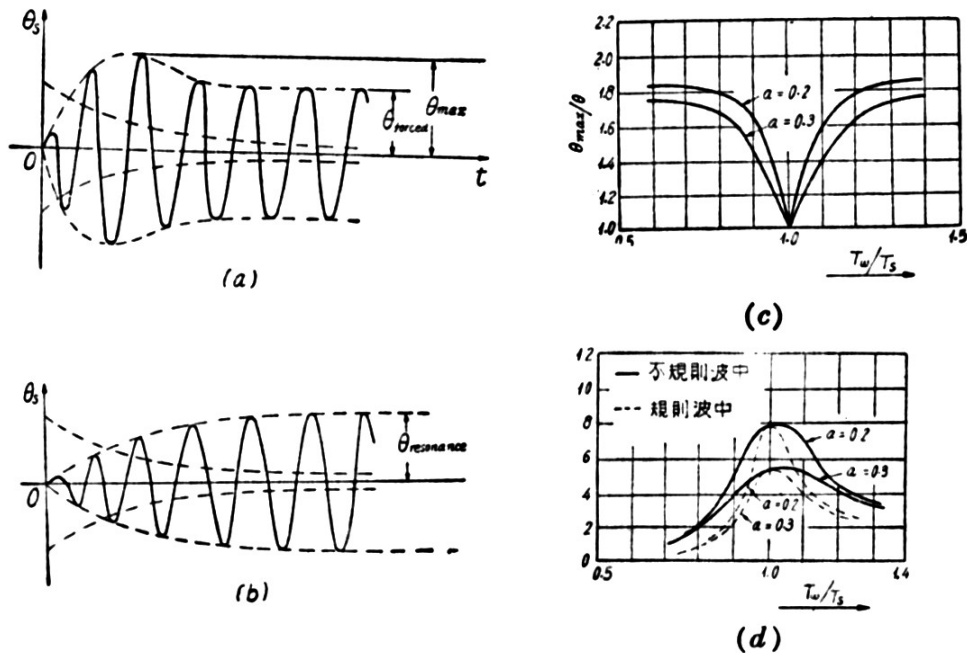
大洋波は極めて不規則であり、その中での動揺の性質は当然規則波の中とは違って来る。そして実際の海ではほとんど規則波というものがないことを考えると、両者の間の関係がつけられないかぎり、規則波中の動揺の研究をやってもしかたないということになる。したがって昔より多くの学者によって努力が続けられて来た^{121, 122, 123, 124, 125} が、その目的の多くは不規則な横揺れの最大振幅を求めることにあった。

波が群波の形をしているときは、最大の横揺れ角度は群波を構成している個々の波の最大波傾斜に対する同調角度より大きくなるということが知られている。

波が群波の形を取らないときは、(3.58)式または(3.63)式の右辺に波の強制外力を入れて図式または微分解析機で解けば解が得られるが、波の形に対応した解は出ても一般的な結論は導き出し難い。そこで一つの波に着目して孤立的に取り、その上で成立し得る無数の横揺れの中で最大の横揺れを取る方法が取られる。すなわち前の波による自由横揺れが残っているとき、次の波が来てその強制横揺れと前の波の自由横揺れが干渉し合うことを考えるのである。3.58 図(a)は $T_w \neq T_s$, (b)は $T_w = T_s$ の場合の干渉の様子を示している。

$T_w \neq T_s$ のときは、自由横揺れの減衰の途中で最大値が出て、その値は強制動揺の振幅

より大きくなるが、同調のときの振幅よりは小さい。



3-58 図

加藤はこの $\theta_{\max}/\theta_{\text{forced}}$ を種々の T_w/T_s について求めて 3.58 図(c), (d)を得た。すなわち 3.58 図(c)に示すように、resonance のときは $\theta_{\max}/\theta_{\text{forced}} = 1$ で、それ以外のところでは $\theta_{\max}/\theta_{\text{forced}} > 1$ である。これを使って不規則波中の magnification factor を推定し、規則波中のそれと対比したものが 3.58 図(d)である。同調のときは規則波中と等しく、それ以外のところでは規則波中の二倍近く揺れるが、同調振幅を超えることはない。

3.8.2. 最近における統計学的研究の発展

最近不規則な波の統計的な解析が進むにつれて、その中での船の運動を統計的に扱うことが試みられ^{123,124,125,126,127,128}、興味ある結果が導き出されている。

(a) 船の不規則動揺の解析

大洋波は一つの連続スペクトルを有し、その積分値 - 累積エネルギー密度 E と、波高の分布、あるいは平均値などとの間には(3.48)式、3.9 表、3.10 表に示すような統計的な関係があることは既に述べたが、同じような解析を船の動揺の記録について行ってみる。

次の表は Pierson ら⁹⁹ が挙げた例であるが、ある船の横揺れ振幅を 100 回測ってその振幅の頻度を求めたものである。

動揺角度	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°	13°	14°	15°	16°	17°	18°	19°	20°
頻 度	0	3	7	12	10	9	12	9	7	8	6	1	5	4	2	2	0	2	0	1

そこで振幅の平均を取って見ると 8°であるから、船の横揺れの累積エネルギー密度を E_S とするならば(3.48)式より、 $0.886\sqrt{E_S} = 8^\circ$ 、 $\sqrt{E_S} = 9.24^\circ$ となるⁱ。次に振幅 0~3°の揺れ数

ⁱ (3.48)式や 3.9, 10 表は波高(波の振幅の二倍)に対するもので、ここでは振幅を論じているため、(3.48)式や 3.9, 10 表に示された係数の半分を使っている。

は 10 で全体の 10% であるが, 3.9 表を見ると $0 \sim 0.32\sqrt{E_S}$ すなわち $0 \sim 2.95^\circ$ の揺れ角が全体の 10% で, 良く合う. また 3.10 表より, 100 揺れの最大振幅は $2.28\sqrt{E_S}$ であるから, 計算してみると 21° になる. 上の表では 20° であるから, これも良く一致している. このように波の場合と同じような統計的な分布が成立することが判った.

それでは, 波のスペクトルが判っているときに, その中での船の横揺れのスペクトル分布及び累積エネルギー密度 E_S を求めることができるであろうか? 次にこれを考えてみよう.

(b) 波のスペクトルから船の動揺のスペクトルを求めること

不規則な波は, スペクトルを構成する周期と波高の組み合わせを持つ無限に多くの素成波を, その位相を全く random にして重畳したものと考えることができる. そのエネルギー・スペクトルを $[r(\omega)]^2$ とする.

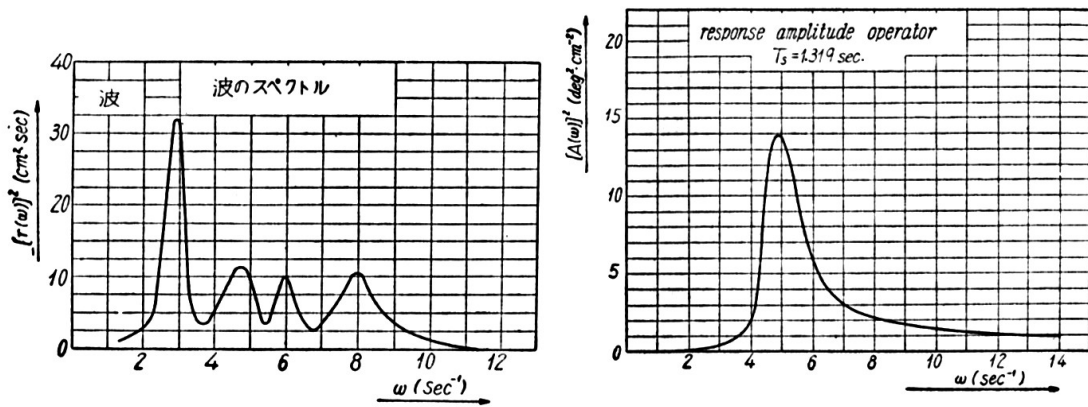
いま素成波の一つを取り上げて $r_1(\omega_1)$ とし, その波傾斜を θ_1 とすると, 船の強制動揺振幅 S は (3.72) 式に示すように,

$$[S_1] = [\theta_1] \cdot [\gamma \cdot \mu] \quad (3.83)$$

一方, $\theta_1 = \pi \cdot h / \lambda = \pi \cdot 2|r_1| / \lambda = |r_1| \cdot \omega_1^2 / g$ であることを考えると振幅は

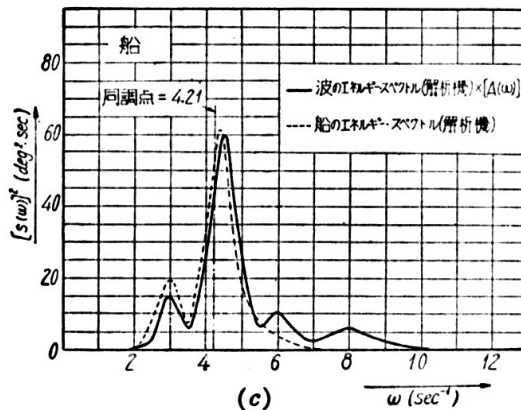
$$[S_1] = [r_1] \cdot [\gamma \omega_1^2 \cdot \mu / g] \quad (3.84)$$

この $[\gamma \omega_1^2 \cdot \mu / g] \equiv [A(\omega)]$ は単位振幅の波に対する船の response を示すので, response amplitude operator という.



(a)

(b)



(c)

3.59 図

さて、波が $[r(\omega)]^2$ なるスペクトル分布を持つとき、その中の船の横揺れのスペクトルは、各素成波に対する強制動揺振幅 $[S_1]$ を(3.84)式から求めて、重ね合わせることにより求めることができる。

$$[S(\omega)]^2 = [r(\omega)]^2 \cdot [A(\omega)]^2 \quad (3.85)$$

その累積エネルギー密度

$$E_s = \int_0^\infty [S(\omega)]^2 \cdot d\omega = \int_0^\infty [r(\omega)]^2 \cdot [A(\omega)]^2 \cdot d\omega \quad (3.86)$$

を求めれば(3.48)式、3.9 表、3.10 表で示したと全く同じ関係が振幅の平均値と $\sqrt{E_s}$ の間に成立する。

3.59 図(a), (b), (c)は文献¹²⁸の結果の一例を示す。(a)は海岸で測った波のスペクトル(模型は北斗丸)で、これに(b)で示す response amplitude operator (実験して求めたもの)を掛けて(c)に実線で示すような船の横揺れのスペクトルが求められる。一方、船の横揺れの記録から直接解析機を用いてスペクトル解析を行った結果を点線で示してあるが、両者は極めて良く一致している。

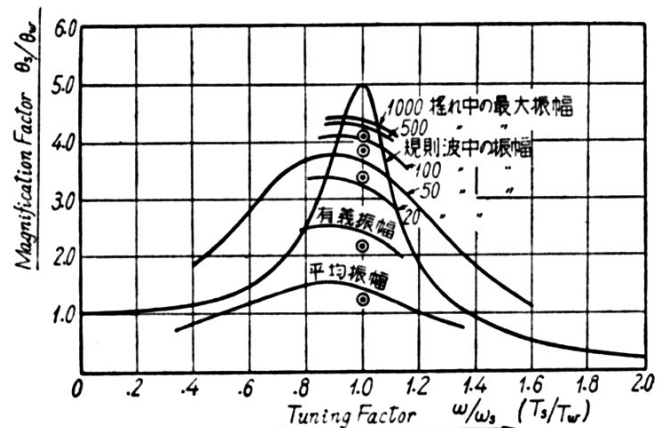
また 3.12 表には、こうした計算でスペクトルの累積エネルギー密度を求め更に(3.48)式で横揺れ角の有義振幅及び平均振幅を求めた結果と、実測より直接求めたものを比較してあるが、両者は驚くほど一致していることが判る。

実験	累積エネルギー密度 deg ²		有義振幅 deg		平均振幅 deg	
	(3.86)式で計算	横揺れ記録を解析	1.416× $\sqrt{E_s}$	横揺れ記録を解析	0.886× $\sqrt{E_s}$	横揺れ記録を解析
A	88.0	79.34	12.6	12.5	7.9	7.9
B	91.5	76.86	12.4	12.4	7.9	7.9
C	64.0	71.43	12.0	10.9	7.4	7.3
D	67.3	73.72	12.2	12.7	7.6	7.5

(c) 最大振幅

3.60 図の実線で示すような同調曲線を持つ船に種々の平均周期を持ち且つ同一の累積エネルギー密度を持つ同じ不規則程度の波を当てた場合を考えて見よう。すなわち、周期が不規則波の平均周期に、波高が不規則波の有義波高に等しいような規則波中における横揺れ角度と不規則波中の横揺れ角度を比較するわけである。

結果を 3.60 図に記入してあるが、不規則波中の横揺れ角度の平均は規則波中の横揺れ角度より格段に低く、有義振幅、1/10 最大平均振幅となるにつれてだんだん大きくなって来るが、一般的な傾向として同調の山は下がり、同調以外のところは上がる。そして、



3.60 図

最大振幅は揺れ数が多くなるにつれて大きくなり、非常に多くの揺れ数を取れば規則波中の同調を超える場合も出て来るのであるが、通常は規則波中の同調角度ほどには揺れない。すなわち 3.58 図(d)で示した傾向が出て来る。

(d) 船の固有周期及び減衰

山内¹²⁴は Pierson らと別個に時系列論を応用した動揺の解析方法を発表しているが、その中で船の動揺記録のコレログラムを解析することによって船の固有周期、及びは楼中減衰を求め得ることを示している。

3.9. 減揺方法

横揺れは不愉快であり、また過度になると貨物の移動などを起して危険なので、これを減らそうという試みが古くから行われている。

3.9.1. ビルジキール bilge keel

W. Froude が戦艦 Repulse につけて有効だったところから、追々と採用されるようになり、最も簡単かつ有効なので、現在では特殊な船を除いて皆つけるようになった。

これは船の bilge の部分に船長の 1/4~1/2 程度にわたり、幅の狭い板を外板面にほぼ直角につけたものである。深さは商船で 200mm~600mm くらい、軍艦では 1000mm 内外である。

ビルジキールは Froude¹²⁹ 以来、Bryan¹³⁰、Baker¹³¹、末広¹³²、Spear Lawrence¹³³、Rosingsh¹³⁴、笹島¹³⁵、高田¹³⁶、加藤¹³⁷、菱田¹³⁸ などによって実験されている。いまその中から、ビルジキールの寸法がその効果に及ぼす影響を拾ってみると、

1) ビルジキールの長さの影響

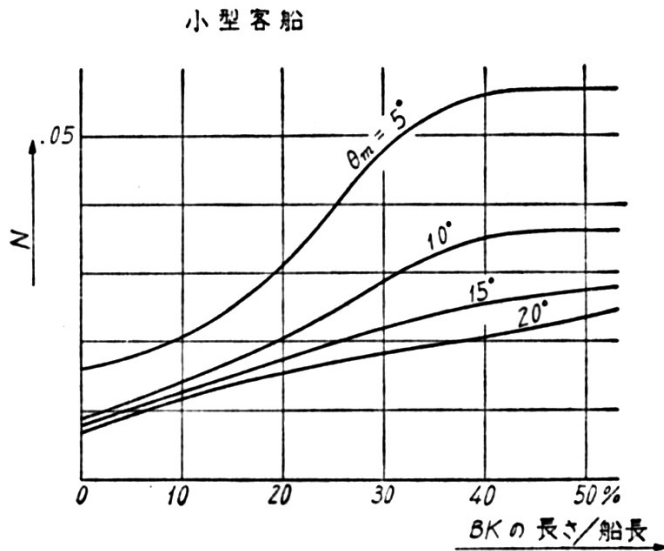
長さは通常 L/4~L/2 くらいであるが、L/2 くらいになると長くした割に効果が上がらない。その原因の一つは船首尾端に近づくにつれて彎曲部の曲率が減少するからである。一例を示すと 3.61 図のようになる。

2) ビルジキールの深さの影響

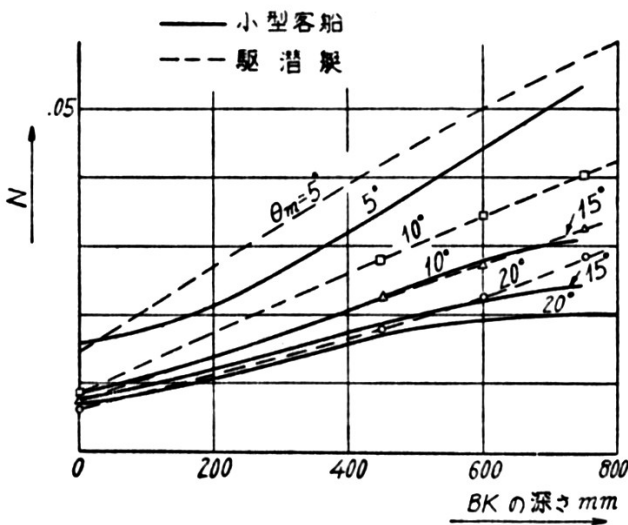
大体、深さに比例して効果が増す。

3) 装着位置の影響

Baker¹³¹ は側面、彎曲部、底面など



3.61 図
ビルジキールの長さに対する減減係数の変化

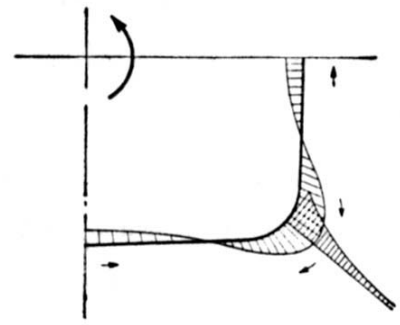


3.62 図
ビルジキールの深さによる減減係数の変化

に同じ寸法のビルジキールをつけて実験したが、結局彎曲部が一番効くことが判った。

4) ビルジの曲率の影響

ビルジの曲率の影響は顕著である。その理由の一つは、曲率の大きい(曲率半径の小さい)船では必然的にビルジキールが重心から離れたところに着いてモーメントレバーが大きくなるからであり、二つ目は曲率半径が小さいほど角の流速が大きくなるため、ビルジキールに当る水流の速度が大きく、圧力が大きくなるためである。3.63 図は著者が等角写像によって回転する物体に沿った水流分布を求めたものであるが、角では回転と反対方向の流れが加速される。これから見ても側面や底面のビルジキールは効かないことが判る。



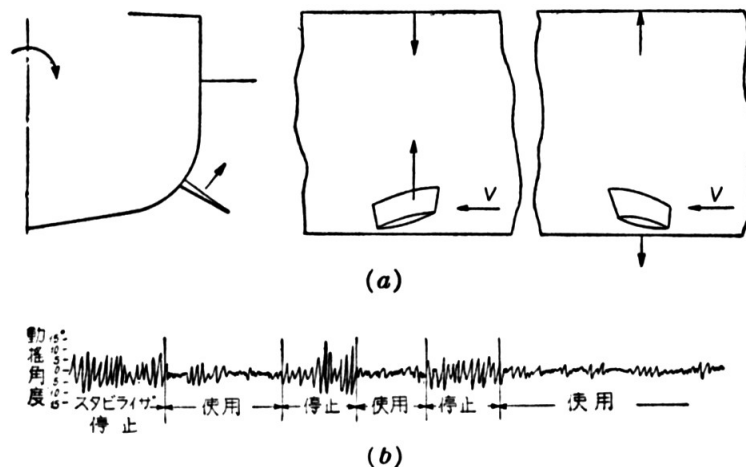
3.63 図 動揺する船の周りの流速分布

3.9.2. 特殊ビルジキール (櫛形ビルジキール)

これはビルジキールを短く切って、矩形の板を多数櫛型に並べたものである。短く切るとアスペクト比が大きくなるので、前進速度と横揺れによる横断面内速度の合成速度が或る仰角を持ってビルジキールに当たるときに、連続のものより大きな揚力を生ずる効果がある。Mandelkorn, Rosingh¹³⁴ などにより研究されたが、加藤⁸⁶ が模型実験で板幅と間隔を種々に変えて、最も効果のある組み合わせを求めて以来、わが国では広く用いられている。なお初期のものは翼根部に損傷を受けたものがあつたが、その原因が Kármán 渦であることが判って¹³⁷ 以後は、損傷はない。

3.9.3. 安定鰭 (Stabilizing fin or fin stabilizer)

これは3.64 図(a)のように、彎曲部に流線型の鰭を出し、船が一方に揺れるとき鰭をひねって仰角をつけて、発生した揚力で船の揺れを止めるものである。1923 年、元良¹³⁹ (著者の父)によって発明され、最初対馬航路の睦丸(590t)に装備され、後に関釜連絡船景福丸に取り付けられた。睦丸の動揺記録を3.64 図(b)に示す。

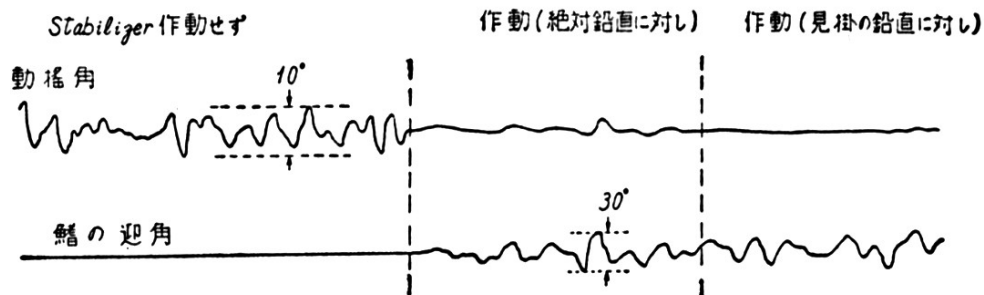


3.64 図 元良式 stabilizer の記録例

客船睦丸 160'×27'×15' 吃水 9' 11/2''

排水量 590t 速力 11 knm 勝本一蔵原 天候荒天

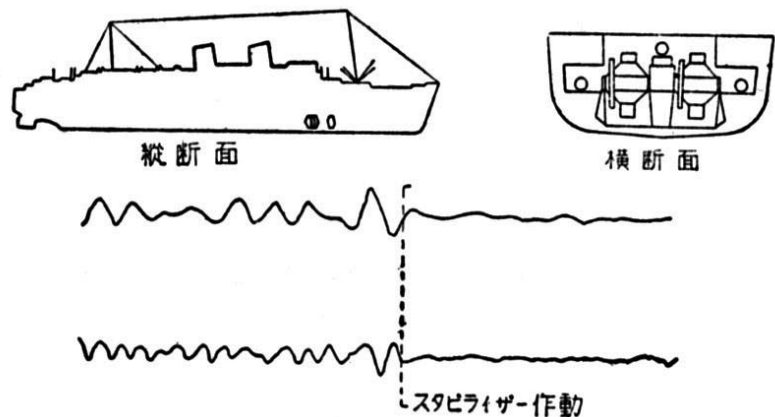
その後、その特許はときの三菱造船株式会社よりイギリスの Denny-Brown 会社に譲渡され、Denny-Brown 社では Denny-Brown Stabilizer として発売した¹⁴⁰。その後、あまり用いられなかったが、第二次大戦後 Allan¹⁴¹、Chadwick¹⁴² などにより近代の自動制御理論を応用して改良され、大型客船などに使われるようになった。3.65 図に一例を示す。



3.65 図 最近の fin-stabilizer の効果 (Analog computer による)

3.9.4. 転輪安定機 (gyro-stabilizer)

独楽の自立性を応用して最初 O.Schlick¹⁴³ によって発明された。Schlick の stabilizer は独楽の precession をブレーキによって制御する passive type で、効果はあまり良くなかったが、後に Sperry¹⁴⁴ は別の小さな gyro-scope で検出した角速度に応じて主 gyro に precession を与える active type を考案して、それから広く実用に供せられるようになった。中でもイタリーの Conte di Savoia 号に装備されたものは種々の実験¹⁴⁵と共に有名である。3.66 図にその概要を示してある。

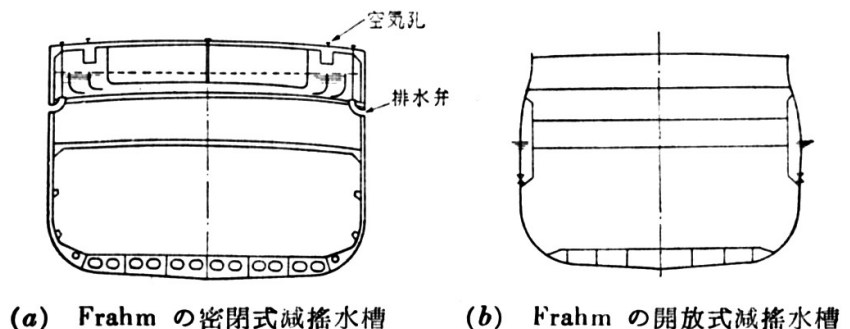


3.66 図 Conte di Savoia 号の gyro-stabilizer

3.9.5. 安定水槽(減揺水槽) (anti-rolling tank)

船体の両側におかれた水槽を連結して、連結管の抵抗を弁によって加減して水槽間の水の移動の周期及び位相を調節し、丁度船体に加わる外力のモーメントと逆のモーメントが加わるようにしたものである。

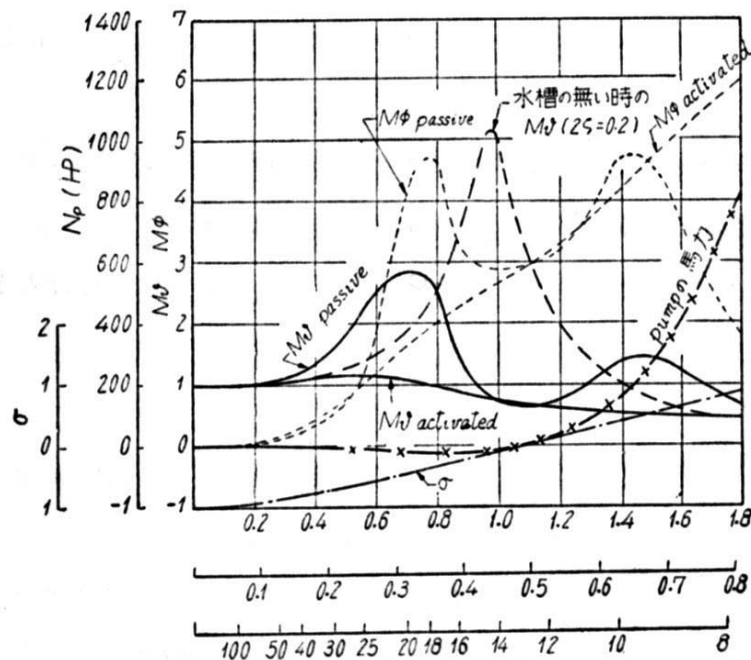
Frahm の考案したものが最も有名で、その作用については Watts¹⁴⁶、Frahm¹⁴⁷、渡辺¹⁴⁸、Woolard¹⁴⁹、Chadwick¹⁴² などにより理論的、実験的に研究されている。



3.67 図

3.67 図に Frahm の密閉型及び開放型の減揺水槽の例を示してある。

なお Frahm の減揺水槽は passive type であるが, Hort¹⁵⁰, Minorsky などによって active type が研究された。これはポンプで水槽の水を積極的に流動させるもので, 効果は大きい。3.68 図には Chadwick が行った計算結果を passive, active の両水槽について示す。passive type は結局一種の double pendulum であり, 船だけの時に比べて同調の山が下がる代わり, 他のところに山ができる傾向がある。



3.68 図 客船 Corcovado 号に対する減揺水槽の効果 (計算)

3.10. 横揺れに伴う横漂流

船が波の上で横揺れすると, 波の進行方向に流される。この現象は末広¹⁵¹により実験的に研究され, 後に渡辺¹¹⁰により理論的に研究された。渡辺によれば

$$\text{漂流力} = (\pi \theta_w \cdot \theta \cdot W \cdot GM \cdot \gamma / \lambda) \cdot \sin \varepsilon \quad (3.84)$$

で, ε は波の強制モーメントと船の横揺れの位相差で, 同調のときは $\varepsilon = \pi/2$ となって漂流力が最大になるが, これは経験と一致する。

4章 縦揺れ及び上下揺れ pitching and heaving

縦揺れと上下揺れとは相関性があり、浮面心が重心と同一鉛直線上にないかぎり、上下揺れにより縦揺れを誘起し、あるいはその逆の場合を生ずる。また二つの運動の固有周期、減衰の値も大体似ている。

4.1. 静水中の縦揺れ、減衰及び固有周期

運動方程式は、一応二つの運動が分離できるものと考え、縦揺れに対し

$$(I_y + J_y) \cdot \ddot{\phi} + P \cdot \dot{\phi} + W \cdot GM_l \cdot \phi = 0 \quad (4.1)$$

と書く。復原モーメントは極めて大きく、また横揺れと違って縦揺れの振幅は小さいので、縦揺れ変位に対して線形であると考えて差し支えない。減衰も極めて大きく、4.1 図のように自由縦揺れは直ちに減衰するので、横揺れのように減減曲線を書いて減減係数をもとめることは殆ど不可能である。したがって、減衰係数または減減係数の資料は極めて少ない。

いま(4.1)式を書き直して、

$$\ddot{\phi} + 2\alpha_p \cdot \dot{\phi} + \omega_p^2 \cdot \phi = 0 \quad (4.2)$$

$$\text{ただし } 2\alpha_p = P/(I_y + J_y) \quad \omega_p^2 = W \cdot GM_l / (I_y + J_y)$$

とおけば解は(3.32)式と同じく、 $t=0$ で $\phi = \phi_0$, $\dot{\phi} = 0$ として解くと

$$\phi = \phi_0 \cdot \frac{\omega_p}{\sqrt{\omega_p^2 - \alpha_p^2}} \cdot e^{-\alpha_p t} \cdot \sin \left(\sqrt{\omega_p^2 - \alpha_p^2} \cdot t + \sin^{-1} \frac{\sqrt{\omega_p^2 - \alpha_p^2}}{\omega_p} \right) \quad (4.3)$$

となる。固有周期は $T_p = 2\pi / \sqrt{\omega_p^2 - \alpha_p^2}$ で、横揺れと違って α_p は ω_p に較べて微小とは言えず、省略できない。

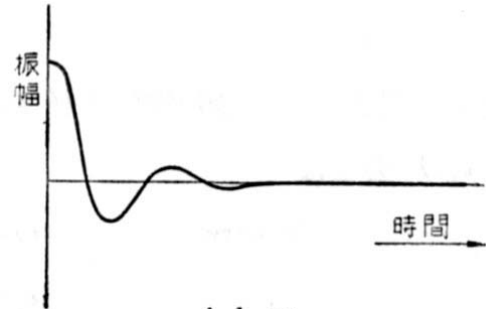
いま $t = T_p/2$ だけ経ったときを考えると、

$$\phi_1 = \phi_0 \cdot e^{-\frac{\alpha_p \cdot T_p}{2}} \quad (4.4)$$

これより対数減衰 a_p は

$$a_p = \log(\phi_0 / \phi_1) = \frac{\alpha_p \cdot T_p}{2} \quad (4.5)$$

a_p が Froude の減減係数 $a_p = \Delta\phi / \phi_m$ に相当することは 3.4.2. で述べた通りである。4.1 表に数例を挙げる。Havelock の値は造波抵抗より算出したもので、小さめのものである。



4.1 図

縦揺の減衰の様
(対数減衰 = 1.2 の場合)

4.1 表

船名	$a_p = \alpha_p \cdot T_p / 2$
洞爺丸	1.20
十勝丸	1.48
北斗丸	0.99
ゆめじ丸	1.25
しきね	1.45
Havelock 計算	0.705 ($T_p=7\text{sec}$)

このように減衰は極めて大きいので自由動揺は直ぐ減衰して強制動揺のみが残る.

周期は $T_p = 2\pi / \sqrt{\omega_p^2 - \alpha_p^2} = 2\pi / \sqrt{(W \cdot GM_l) / (I_y + J_y) - \alpha_p^2}$ であるが, α_p の影響を見掛けの慣性能率に含めて

$$T_p = 2\pi \cdot \kappa_l / \sqrt{GM_l \cdot g} \quad (4.6)$$

として見掛け質量を含む慣性半径を定めるのが普通である.

κ_l/L の値は, 例を挙げると

Doyère	0.288
日聖丸 (満載)	0.33
日聖丸 (軽貨)	0.43

T_p の近似式を Robb は

$$T_p = 1.108 \cdot (\kappa_s / \kappa_w) \sqrt{C_b \cdot d / C_w} \quad (d \text{ in ft}) \quad (4.7)$$

ただし κ_s は船の慣動半径, κ_w は水線面の慣動半径

で与えている. 縦揺れの固有周期は極めて短く, 横揺れ周期の半分程度のものが多い.

4.2. 静水中の上下揺れ, 減衰及び固有周期

上下揺れの運動方程式は,

$$(m + m_z) \cdot \ddot{z} + H \cdot \dot{z} + \rho g \cdot A \cdot z = 0 \quad (4.8)$$

ただし A は水線面積

これ書き直して,

$$\ddot{z} + 2\alpha_h \cdot \dot{z} + \omega_h^2 \cdot z = 0 \quad (4.9)$$

ただし $2\alpha_h = H / (m + m_z)$ $\omega_h^2 = \rho g \cdot A / (m + m_z)$

上下揺れの減衰も極めて大きく, 動揺の減衰の様子は 4.1 図とほぼ同じになる. いま対数減衰率の値を示すと, 4.2 表のようになる.

4.2 表

船名	$a_h = \alpha_h \cdot T_h / 2$
洞爺丸	1.09
十勝丸	1.18
北斗丸	0.945
ゆめじ丸	1.345
しきね	1.225
Havelock 計算	0.58

m_z/m は 0.5(満載)~1.5(軽貨)くらいであるから, 固有周期は復原力が大きい割には長く, Robb は

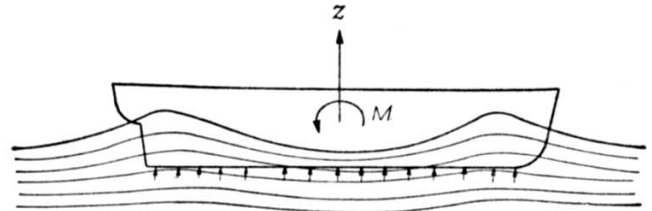
$$T_p = 1.108\sqrt{C_b \cdot d / C_w} \quad (d \text{ in ft}) \quad (4.10)$$

で与えている. いま $m_z/m = k_z$ とすれば

$$T_p = 2.01\sqrt{(1+k_z) \cdot C_b \cdot d / C_w} \quad (d \text{ in m}) \quad (4.11)$$

4.3. 波による強制外力

横波による横揺れに対する強制外力の場合には, 波長に対して船幅が小さいので波長と船幅の比は二次的な影響しか与えず, 有効波傾斜係数 γ に含めて考えられるが, 縦揺れあるいは上下揺れの場合は波長と船長が comparable であるために, 波長と船長の比が大きな影響を及ぼす.



4-2 図

最も簡単には, 入射波が作る圧力場が船体の存在によって乱されないと仮定して, 船体表面における入射波の圧力を積分する, いわゆる Froude-Kriloff の考えが採られている (4.2 図). この考え方によって船に働く強制力を計算したのは, 古くは Kriloff¹¹⁰, Horn¹⁵² があり, Weiblum¹¹¹ は縦揺れ, 上下揺れ, 船首揺れ, 前後揺れなどに対する強制力を求めている.

4.3 図には縦揺れに対する強制力と波長/船長比との関係を示してある. 図の横軸は $\gamma = \pi \cdot L / \lambda$ であり, 縦軸には

$$\text{縦揺れ強制モーメント } M = \frac{1}{2} \rho g \cdot h_a \cdot B \cdot L^2 \cdot \sum_{\varphi} (\lambda/L) \cdot \sin \omega t \quad (4.12)$$

ただし h_a は入射波の振幅
と書いたときの $\sum_{\varphi} (\lambda/L)$ が示してある.

なお(4.12)式を

$$\begin{aligned} M &= \frac{1}{4\pi} \rho g \cdot B \cdot L^3 \cdot \pi \cdot (h_a / \lambda) \cdot (\lambda/L) \cdot \sum \varphi(\lambda/L) \cdot \sin \omega t \\ &= W \cdot GM_L \cdot \gamma'(\lambda/L) \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \end{aligned} \quad (4.13)$$

と書けば, 横揺れのとくと同じく有効波傾斜係数 $\gamma'(\lambda/L)$ で強制外力を表わすことができる.

また 4.4 図には同じ考えで上下揺れに対する強制外力を示してある. 縦軸は

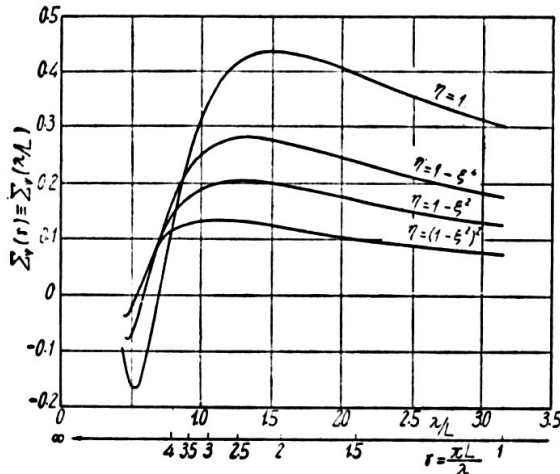
$$\text{上下揺れ強制力 } Z = \rho g \cdot h_a \cdot B \cdot L \cdot \sum_z (\lambda/L) \cdot \cos \omega t \quad (4.14)$$

と書いたときの $\sum_z (\lambda/L)$ で, これは同じく

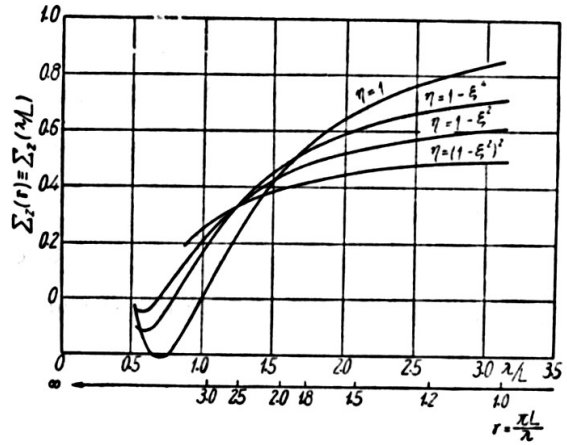
$$Z = \frac{1}{2} \rho g \cdot h_a \cdot B \cdot L \cdot \sum_z (\lambda/L) \cdot \cos \omega t = \rho g \cdot h_a \cdot A \cdot \delta(\lambda/L) \cdot \cos \omega t \quad (4.15)$$

となり, $\delta(\lambda/L)$ は有効波振幅係数 effective wave amplitude coefficient とでも称すべきもの

となる。



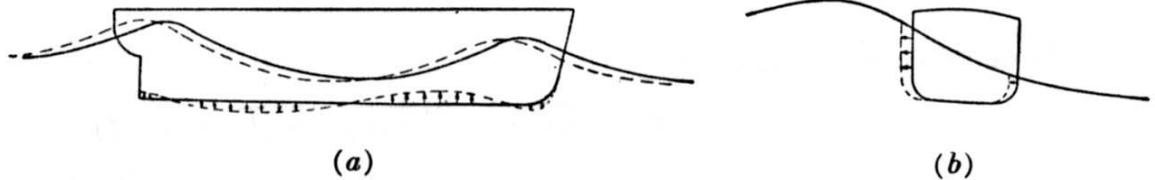
4.3 図 縦揺れに対する強制モーメント函数



4.4 図 上下揺れに対する強制外力函数

4.4. さらに正確な強制外力の求め方

Froude-Kriloff の理論では入射波の中の圧力分布を求め、各瞬間における圧力を船の境界面に沿って積分して強制力を求めたが、実はこの境界面が固定したものならば、波を反射するため余計な力(いわゆる active resistance)を受ける。入射波の中の圧力分布が船の存在によって影響を受けないためには、この境界面が 4.5 図(a)のように波とともに揺れ動いて波の動きを阻害しないことが必要である。横揺れの場合は、4.5 図(b)のように船が波の間に間に揺れ動くので、この影響は比較的少ないと見られるが、縦揺れ、上下揺れの場合は、船の各部で波の運動方向が異なるのでこの影響が顕著になると考えられる。



4.5 図

最近、非定常造波抵抗理論の発展に伴って、波浪中の物体に働く力の計算が活発に行われるようになって来た。Cummins は Lagally の定理を非定常運動にまで拡張することに成功し、没水回転体に加わる波の力を計算しており、Havelock, Ursell などもそれぞれ計算を行っている。

また我が国でも丸尾、花岡らによって活発な研究が進められている。丸尾によれば

$$\text{縦揺れの流体力学的なモーメント } M = M_w + M_i + M_e \quad (4.16)$$

$$\text{上下揺れの流体力学的な力 } Z = Z_w + Z_i + Z_e$$

で、この内 M_w, Z_w は Froude-Kriloff の力、 M_i, Z_i は

$$M_i = g_1(z) + g_2(\varphi) + g_3(h) \quad (4.17)$$

$$Z_i = f_1(z) + f_2(\varphi) + f_3(h)$$

と書かれる。 $f_1(z)$ は船の上下加速度による力で見掛け質量 m_z と上下加速度の積となり、 $g_2(\varphi)$ は船の縦揺れ加速度によるモーメントで J_z と縦揺れ加速度の積となる。 $f_2(\varphi)$ と $g_1(z)$ は

船が前進速度を持つときのみ出る項で，上下揺れと縦揺れの連成の原因となる． $g_3(h)$ と $f_3(h)$ は波の反射に基く項で，これが Froude-Kriloff の力のほかに出て来るわけである．最後に M_e と Z_e は船による自由表面の擾乱の影響による項で，主として見掛け質量の変化と減衰力として現われ，Havelock，花岡らにより取扱われているⁱ．

結局これらの影響を入れると，(4.13)式の $\gamma(\lambda/L)$ 及び(4.15)式の $\delta(\lambda/L)$ の形が変わる外，上下揺れと縦揺れの連成項が現われるわけであるが，興味あることは，線形理論を用いているかぎり，波の力と船自体の運動による流体力とは分離できて，号勢力は各々の和で表わすことができるということである．したがって，下の注のように考えることができる．

4.5. 方程式の解及び特性

縦揺れの方程式は(4.1)式に(4.13)式を加えて，

$$(I_y + J_y) \cdot \ddot{\phi} + P \cdot \dot{\phi} + W \cdot GM_l \cdot \phi = W \cdot GM_l \cdot \gamma(\lambda/L) \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (4.18)$$

$$\ddot{\phi} + 2\alpha_p \cdot \dot{\phi} + \omega_p^2 \cdot \phi = \omega_p^2 \cdot \gamma(\lambda/L) \cdot \Theta_w \cdot \sin \omega t \quad (4.19)$$

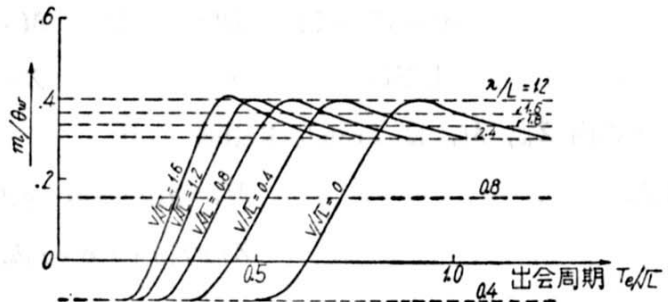
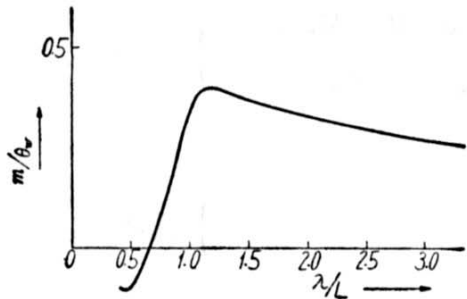
となる．この解は

$$\begin{aligned} \phi = & C \cdot \exp^{-\alpha_p t} \cdot \sin(\sqrt{\omega_p^2 - \alpha_p^2} \cdot t + \delta) \\ & + \frac{\gamma(\lambda/L) \cdot \Theta_w}{\sqrt{(1 - \omega^2/\omega_p^2) + 4\alpha_p^2 \cdot \omega^2/\omega_p^4}} \cdot \sin(\omega t - \zeta) \end{aligned} \quad (4.20)$$

で与えられるが，強制動揺項のみに着目すれば

$$|\phi| = \frac{\gamma(\lambda/L) \cdot \Theta_w}{\sqrt{(1 - \omega^2/\omega_p^2) + 4\alpha_p^2 \cdot \omega^2/\omega_p^4}} = \gamma(\lambda/L) \cdot \Theta_w \cdot \mu_p \quad (4.21)$$

を得るが，これは(3.71)式と全く同型であり，ただ違うのは γ が λ/L の関数で λ/L によって大幅に変ることである．そこで $|\phi|/\Theta_w = \gamma(\lambda/L) \cdot \mu_p$ として $|\phi|/\Theta_w$ の形を求めて見よう．

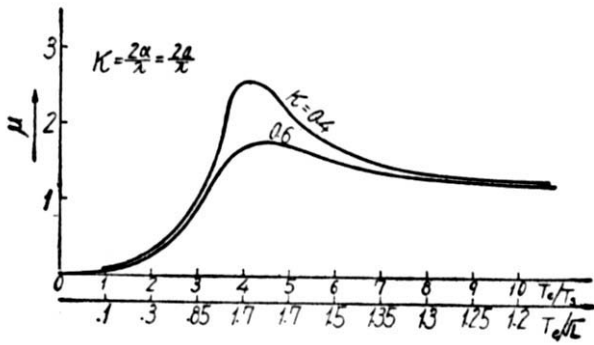


4.6 図 強制モーメント係数 (λ/L base) 4.7 図 強制モーメント係数 (出会周期 base)

4.6 図には $\gamma(\lambda/L)$ ，すなわち $M/W \cdot GM_l$ を示してある．これは Weinblum の計算値(4.3 図)より取ったものである．次に種々の船速(V/\sqrt{L} で表示)に対する出会い周期を計算して， $\gamma(\lambda/L)$ を出会い周期の関数に変換して $\gamma(T_e)$ としたものが 4.7 図である．速度により曲

ⁱ 現在これらの内， f_1, g_1, f_2, g_2 と M_e, Z_e は船の運動に伴う流体力(radiation force)とされ，強制外力とは別に扱われる． f_3, g_3 は diffraction force と呼ばれ，Froude-Kriloff の力とともに波による強制外力を構成すると位置づけられる．

線群は左の方へ移動していく。これより、速度が速くなるほど短い出会い周期で大きな縦揺れのモーメントが発生し、激しい縦揺れが発生する恐れがあることが判る。



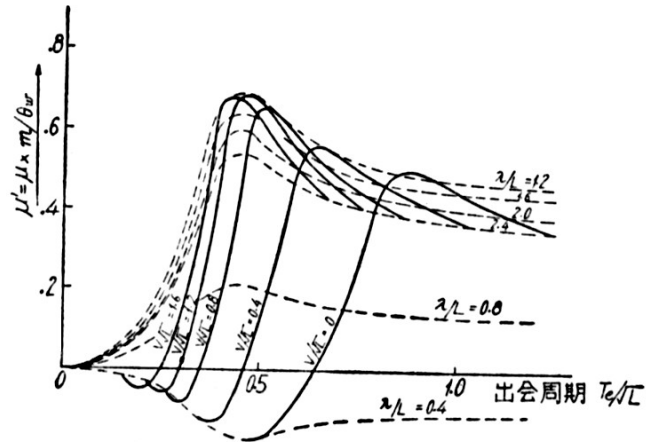
4.8 図 magnification factor μ

4.8 図には magnification factor μ_p を、対数減衰 $a_p=0.628$ 及び 0.924 の場合につき示してある。これと 4.6 図の γ とを掛け合わせれば $|\varphi|/\theta_w$ が求められるわけである。4.9

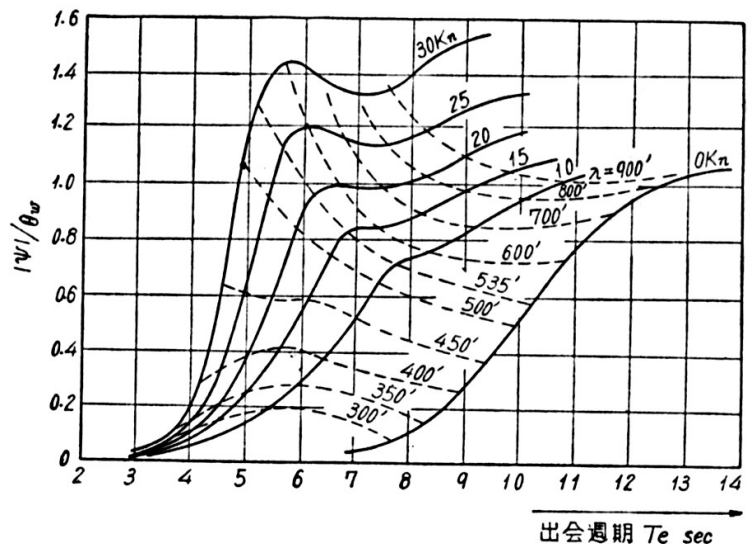
図にはこのようにしてもとめた $|\varphi|/\theta_w = \gamma(\lambda/L) \cdot \mu_p$ が示してある。パラメータは速度及び λ/L で、 λ/L を一定に保てばほぼ縦揺れの固有周期のところに山を生じる。

4.10 図は Gawn の実験、4.11 図は著者が駆潜艇について行った実験の結果で、4.9 図と酷似している。

上下揺れについてもほぼ同様の結果を得るがここでは紙数の関係で省略する。



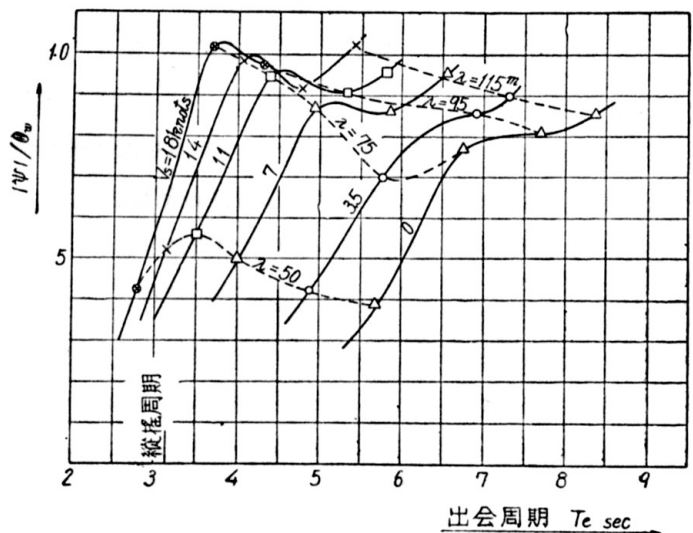
4.9 図 強制モーメント係数 $X\mu$



4.10 図 巡洋艦の縦揺れ (Gawn [208] より)

4.6. 凌波性

縦揺れ及び上下揺れは船の凌波性に極めて大きな影響を持っている。凌波性(sea worthiness または sea kindliness)または耐航性(sea going qualities)というのは、広義に解釈すれば、波浪中の抵抗及び推進、強度、Deck-wettness(甲板に波を被るかどうかの問題)、安全性などをすべて含んだもので、抵抗推進について



4.11 図 駆潜艇の縦揺特性

例えば、静水中に較べて波浪中では抵抗が 10 倍にも及んだ例¹⁵³もあり、これは結局ある航路の船の適当な船型及び機関馬力の決定と、航海に際する燃料の余裕(sea margin という)の問題に結びつく。また強度では波浪による曲げモーメントによる応力の外に、slamming による船首選定の局所的な応力が非常に大きな問題となる。

また船首が波を被りやすいかどうかは、甲板上の作業の安全と推進性能とに関連して、これもまた極めて重要な問題である。

最近船が高速化されて来たのと、静水中諸性能の研究が高度に進んだのと二つの理由から、今まで遅れていたこれら波浪中の諸性能に関する研究が世界的に盛んになりつつあり、わが国でも組織的な研究が活発に進められている。また安全性については、最近世界各国で復原性関係の法規ができて実施されつつあり、わが国でも数年来運輸省で学界、業界の協力の下に復原性基準の作成に当たって来、今年 4 月より実施されつつある^{154,114,155}。

本書では紙数の関係で詳述は省く。

5章 合成運動

いままで二つ以上の運動成分が合成されたもの、すなわち連成運動は二次的なものとして除外してきたが、場合によっては大きな影響を持つ場合があるので、数例について述べてみる。

5.1. 縦揺れに伴う船の横方向の不安定

この問題は渡辺¹¹⁹により取扱われた。船が ϕ だけ傾斜すると、浮心は縦メタセンターを中心とする円周上を動くから、重心と浮心の垂直距離は

$$\frac{1}{2}BM_l \cdot \phi^2 \quad (5.1)$$

だけ減少する。実際はこの外に水線面の形が変わるので、これよりも大きく減少する。例えば $BM_l=100\text{m}$, $\phi=5.7^\circ=0.1\text{ rad.}$ とすると、減少量は 0.5m となって少なからぬ量となる。このため横方向の安定度が周期的に変動する。すなわち擬調和振動である。このため、縦揺れの周期が横揺れ固有周期の $1/2, 1, 1\ 1/2$ などのときには横方向の不安定度が増加して、大きな横揺れを生じやすい。

5.2. 横揺れによって誘起される船首揺れ

前進中の船が横揺れをすると、水線下の部分は横に或る速度で動くので、水流は船体に或る角度で当ることになり揚力及び不安定モーメントを発生する結果、船首揺れを誘起する。この船首揺れは、横揺れが大きいほど、そして水面下の中心線面の重心より前川の面積が大きいほど大きくなる。したがって船の前進によって生ずる横波の位置によって異なり、速長比 $0.98(\text{kn. Ft 単位})$ の抵抗の hump で船首揺れの強制偶力が最も大きくなる。

この原因によると思われる針路の不安定が観測されたことがあり¹⁵⁶、その量は決して小さくない。なおこれを減らすためには、横揺れを抑えるとともに船尾トリムにするのが良いといわれる。

5.3. Precession による船首揺れ

(1.14)式の precession の偶力は、二つ以上の回転が同時に起こらなければ生じないので、いままでは省略したが、末広¹⁵⁷により横揺れ、縦揺れが同時に起こるときの船首揺れが初めて取扱われ、興味ある結果が示された。

すなわち船が斜め波中で横揺れと縦揺れとを同時に起こす場合には、船は precession によって徐々に向きを変えるが、その方向は横揺れ固有周期 T_r 、縦揺れ固有周期 T_p 、及び波周期 T_w の関係で変化する。

(a) $T_w < T_p < T_r$ 船の中心線は波の進行方向に直角になろうとする。

(b) $T_w = T_p < T_r$ 船は単に周期的船首揺れをする。

(c) $T_p < T_w < T_r$ 船の中心線は波の進行方向に平行になる。

(d) $T_w < T_p = T_r$ 船は単に周期的船首揺れをする。

(e) $T_p < T_r < T_w$ 船の中心線は波の進行方向に直角になる。すなわち、横波を受けるようになる。

これらは実験によって確かめられている。

索引

あ

赤崎の実験式, 41
active resistance, 93
アスペクト比, 22
under-steering, 50
安定水槽(anti-rolling tank), 104
安定鰭(stabilizing fin, fin stabilizer), 103

い

Impulse 操舵, 33

う

うねり (swell), 79

え

エネルギースペクトル, 100
エネルギー前線 (energy front), 85
エルツ舵, 42

お

横距 (transfer), 34
応答関数 (response amplitude operator), 100
over steering, 50
orbital motion, 76
on-off 制御, 54

か

角加速度比例制御, 55
角速度制御, 54
cut-up, 49

き

擬調和関数(pseudo-harmonic function), 66
擬調和振動, 98
kick, 34
キッチエン舵, 42
逆鏡像効果, 13
鏡像効果, 7
Kirsten-Boeing Propeller, 43

く

櫛形ビルジキール, 103
群速度, 83

け

軽頭船 stiff ship, 64
減衰域, 85
減衰曲線 (curve of damping), 68
滅滅曲線 (curve of extinction), 68
滅滅係数 (extinction coefficient), 69
減揺水槽, 104

こ

抗力 (drag), 17, 20
抗力係数 (drag coefficient), 21
コントラ舵 (contra rudder), 42

さ

左右揺れ (swaying), 6
三分力計測試験, 32

し

失速 (burbling, stall), 37
周期的操舵法, 33
縦距 (advance), 34
重頭船 tender ship, 64
循環 (circulation), 25
上下揺れ (heaving & dipping), 6
初期復原力, 61
Joessel の式, 40
深海波, 8
振動試験, 32
シンプレックス舵 (simplex rudder), 42

す

推進器後流, 44
垂直力係数 (normal force coefficient), 21
垂直力 (normal force), 20
standard test
 Kemp, 52
Stokes 波, 76
space angular velocity, 18

slamming, 112

せ

正弦波, 76
絶対横揺角 (absolute rolling angle), 88
摂動モーメント (precessional moment), 16
Z 試験, 52
旋回 (turning), 6
旋回圏 (tactical diameter), 34
旋回性, 33
旋回惰力係数, 36
旋回直径 (旋回径), 34
旋回半径, 34
前後揺れ (surging), 6
船首揺れ (yawing), 6
センターボード, 24

そ

相対横揺角 (apparent rolling angle), 88
岨度 (steepness), 81

た

耐航性 (sea going qualities), 111
対数減衰 (logarithmic decrement), 71
縦傾斜 (trim), 6
縦揺れ (pitching), 6

ち

長波, 8

つ

釣合流線型舵 (balanced stream line rudder), 41
釣下舵 (hanging rudder), 42

て

出会周期 (period of encounter), 97
抵抗 (resistance), 20
抵抗係数 (resistance coefficient), 21
dead wood, 49
duration graph, 81
転心 (pivoting point), 35
転輪安定機 (gyro-stabilizer), 104

と

同調 (synchronism, resonance), 91

同調率 (tuning factor), 92
特殊安定鱗, 32
トロコイド波 (trochoidal wave), 77

ね

燃料の余裕 (sea margin), 112

の

Neumann スペクトル, 85

は

Hard over, 49
hydro-gap rudder, 43
発生域, 79
波齡, 80
反動舵 (reaction rudder), 42
伴流 (wake), 44

ひ

微小波高の波, 76
非釣合単板舵 (unbalanced sinble plate rudder), 41
ビルジキール, 102
比例制御, 54

ふ

不安定モーメント, 15
フィンキール (fin keel), 24
風波 (sea), 79
fetch graph, 81
付加慣性モーメント, 12
付加質量, 9
付加質量効果, 8
付加質量の中心, 14
吹送距離 (fetch), 79
復原性限界角 (range), 62
復原モーメント (righting moment), 61
復原力, 6
フルード数, 19
フレットナー舵 (Flettner rudder), 43

ほ

Voith-Schneider Propeller, 43
方向安定性, 27
保針性, 27

<p>ま</p> <p>magnification factor, 92</p>	<p>有効波傾斜係数 (effective wave slope coefficient), 89</p>
<p>み</p> <p>見掛質量効果, 10 見掛の慣性モーメント, 63 見掛の重心, 13</p>	<p>よ</p> <p>揚力 (lift), 20 揚力係数 (lift coefficient), 21 横傾斜 (heel), 6 横漂流 (drifting), 6 横揺れ 強制, 91 自由, 91 横揺れ (rolling), 6</p>
<p>め</p> <p>メタセンター (metacenter), 61</p>	<p>ら</p> <p>Rudder Effectiveness, 52</p>
<p>も</p> <p>モーメント係数, 21</p>	<p>り</p> <p>reverse-steering, 50 凌波性 (sea worthiness, sea kindliness), 111</p>
<p>ゆ</p> <p>有義波高 (significant wave), 79 有限波高の波, 76 有効減減係数, 95 有効波傾斜 (effective wave slope), 88 有効波振幅係数 (effective wave amplitude coefficient), 108 有効波, 89</p>	<p>る</p> <p>累積エネルギー密度 (cumulative energy density), 86</p>

参 考 文 献

- ¹ Lamb, Sir H.: Hydrodynamics, 6th Edition, P.168, Cambridge 1932
- ² 磯部孝: 見掛質量の実験, 応用物理 Vol. 17, No. 1-2, 3-4
- ³ 元良誠三: 見掛質量について, 造船協会会報 第 87 号
- ⁴ Lewis: Transactions of SNAME 1929
- ⁵ 丸尾孟: 造船協会会報 第 100 号
- ⁶ 花岡達郎: 船の縦揺れと上下動の相互作用について, 造船協会会報 第 99 号
- ⁷ 元良誠三: 見掛質量に対する自由表面の影響, 造船協会会報 第 86 号 1954
- ⁸ 花岡達郎: 非定常造波抵抗理論, 造船協会会報 第 89 号
- ⁹ Principles of Naval Architecture, American Society of Naval Architects & Marine Engineers (邦訳) 菅四郎, 上野喜一郎: 基本造船学 上・下 天然社
- ¹⁰ Weinblum, G. & Künzel, H. : Über die Kursstabilität von Schiffen, Schiffbau 1938 s. 181
- ¹¹ 中島康吉: 鉄道連絡船の操縦性能に及ぼす風の影響について, 造船協会会報第 84 号
- ¹² Hovgard, W. : Turning Circles, TINA 1912. p.23
- ¹³ Lammeren, W.P.A., Troost, L. Konig G. : Resistance, Propulsion and Steering of Ships, Holland, 1948
- ¹⁴ 元良誠三: 旋回中の船に働く見掛の力と旋回初期運動について, 造船学協会報第 95 号
- ¹⁵ a) 元良誠三: 航路安定性について, 造船協会会報第 77 号
b) 元良誠三: 荒天中の自動操縦と Yawing について, 造船協会会報第 94 号
- ¹⁶ 井上正祐: 船の進路安定と定常旋回, 造船協会会報第 94 号
- ¹⁷ a) Davidson, K.: Turning and Steering of Ships, TSNAME 1944
b) Davidson, K. & Schiff L.: Turning and Course Keeping Qualities of Ships, TSNAME 1946
- ¹⁸ a) 野本謙作 他 3 名: 船の操縦性について(1), 造船協会会報第 99 号
b) 野本謙作: 自動操縦について, 船舶 27, 9 月
- ¹⁹ 井上正祐: 旋回する船に働く垂直力及びモーメント, 造船協会会報第 90, 93, 94 号
- ²⁰ 関内実, 若松義郎: 東京大学卒業論文, 1956
- ²¹ Schönherr, K. and Kobayashi, F.: Dynamical Stability on Course of Towed Ships, TSNAME 1950
- ²² Benford, H.: The Control of Yaw in Towed Barges, International Shipbuilding Progress 2, No.11, 1955
- ²³ 赤崎繁: 船の旋回性について, 造船協会会報第 66 号
- ²⁴ 赤崎繁: 船の旋回圏について, 造船協会会報第 64 号
- ²⁵ a) 谷初蔵: 操舵に伴う船の初期反応運動及び舵の効きについて, 造船協会会報第 92 号 b) 谷初蔵: 船の方向変換運動, 船舶, 27, 9 月 c) 谷初蔵: 船の操縦性の流体力学的基礎, 造船学会会誌 318 号, 1955
- ²⁶ Jacobs, E.N., Anderson, R.E.: Large Scale Characteristics of Aerofoils as Tested in the Variable Density Wind Tunnel, NACA, Report 352, 1930
- ²⁷ Darnel, R.C.: Hydrodynamic Characteristics of Twelve Symmetrical Hydrofoils, U.S. Experimental Model Basin, Report 341
- ²⁸ 赤崎繁: 舵の直圧力と中心について, 造船協会会報 第 63, 67, 68 号
- ²⁹ Gawn, R.W.L.: Steering Experiments part 1, TINA. 1943, p.35

-
- 30 志波久光 : Some Experiment on the Interaction between Propeller and Rudder, 造船協会会報
第 57 号
- 31 Messungen an drei Höhenleitwerken, Ergebnisse der Aerodynamischen Veri zu Göttingen, Vol.
3, p.102
- 32 Bootnley, G.H.: Maneuvering of Single Screw Ships – The Effect of Rudder, Inst. of Civil
Engineering, 1935
- 33 Kirsten, F.A.: A New Type Propeller, Journal of Society of Automotive Engineering, January
1928
- 34 Kreitner, H.: Die Hydraoulischen Grundlazen des Voith-Schneider Antriebs, W.R.H., p.185, 1931
- 35 Abell, T.B.: Some Model Experiments on Rudders behind a Plane Deadwood, TINA, 1936
- 36 Baker, G.S. & Bottomley, G.H.: Maneuvering of Ships - Part 2, IESS, p.522, 1921-1922
- 37 Bottomley, G.H.: Maneuvering of Ships - Part 2, IESS, 1923-1924
- 38 Baker, G.S. & Bottomley, G.H.: Maneuvering of Ships - Part 2, IESS, p.522, 1921-1922
- 39 蒲田利喜蔵 : 推進器直後の舵, 造船協会会報 第 58 号
- 40 岡本方行 : 舵板の単独実験, 造船協会会報 第 49 号
- 41 山県昌夫, 菊池義男 : 推進器と舵の相互作用に関する実験, 造船協会会報 第 52 号
- 42 Reynolds, O.: Reynolds Collective Papers,
- 43 谷初蔵 : 船の保針性と操舵の効果について, 造船協会会報 第 91 号
- 44 Minorsky : Directional Stability of Automatically Steered Bodies, TSNAME 1922
- 45 真鍋大覚 : 航行船体の針路の安定性並びに自動操舵の理論, 造船協会会報 第 86 号
- 46 Schiff, L. & Gimplich: Automatic Steering of Ships by Proportional Control, SNAME 1949
- 47 泉晃 : 東大大学院卒業論文, 1956
- 48 小林, 山田 : 自動操縦装置について, 船舶, 1, 26.8 月
- 49 渡辺恵弘 : 転舵時及び類似の場合における船の横傾斜について, 造船協会会報 第 58 号
- 50 赤崎繁 : 船の旋回中の横傾斜について, 造船協会会報 第 69 号
- 51 荒木浩, 花岡達郎 : 青函連絡船の風洞実験, 造船協会会報 第 84 号
- 52 木下昌雄 : 鯉鮪漁船の操縦性に及ぼす風の影響, 造船協会会報 第 86 号
- 53 渡辺恵弘 : 完全流体中に任意運動せる二つの円筒間に働く力の近似計算について, 造船協会
会報 第 54 号
- 54 真鍋大覚 : 航行船体の進路の安定と自動操縦理論, 造船協会会報 第 86 号(後編)
- 55 Brard, R.O.: Maneuvering of Ships in Deep water, in Shallow water and in Canals, Paper NI 6.
September 1951 Tanklitter-Konferenz, Washington
- 56 Gawn, R.W.L.: Steering and Propulsion of HMS “Nelson” in a Restricted Channel, TINA. 1950,
S.82
- 57 Baker, G.S.: Steering of Ships in Shallow water and in Canals, TINA. 1924. S.319
- 58 末広恭二 : 船舶動揺に関する一, 二の実験, 造船協会会報 第 24 号, P.29
- 59 上野敬三 : 船体自由動揺に関する理論, 造船協会会報 第 67 号
- 60 Risbec et De Benaze: On the Complete Motions of a Ship Oscillating in Still Water, Naval
Science, 1874
- 61 造船協会編 : 船舶工学便覧, 第 2 編
- 62 a) Doyère, Ch.: Théorie de Navire, b) Polland et Dudebout: Théorie de Navire
- 63 加藤 弘 : 船舶の横揺試験の新解析法, 造船協会会報 第 58 号

-
- 64 末広恭二: 船舶動揺に対する見掛の慣性力率について, 造船協会会報 第 34 号
65
66
- 67 渡辺恵弘: 横動揺に於ける船の見掛の慣性力率について, 造船協会会報 第 52 号
68 Kempf, G.: Stabilitätsgrenzen für Schiffe, Schiffbau, 41, 1940
69 Hogvard, W.: General Design of Warships, 1920
70 加藤弘: 船の動揺周期の近似計算について, 造船協会会報 第 89 号
71 渡辺恵弘: 負の GM を有する船の横動揺の理論的解析, 造船協会会報 第 43 号
72 Johow-Foerster: Hilfsbuch für dem Schiffbau, 1930, s.549
73 Scribanti: Heeling and Rolling of Ships of Small Initial Stability, TINA, 1904, p.93.
74 Pollard et Dudebour: Théorie de Naviere, t II, 1891, p.249.
75 Froude, W.: Naval Science Vol. III 1874, p.107.
76 Idle, G. & Baker, G.S. : TINA. 54 (1912) 103.
77 Bertin, E.: Naval Science Vol. III 1874, p.198.
78 Taylor, D.W.: Calculation for Ships' Forms and Light Thrown by Model Experiments upon
Resistance, Propulsion and Rolling of Ships
79 Serat, M.E.: International Engineering Congress. San Francisco Cal. 1915
80 Froude, W.: On the Rolling of Ships, TINA, 1861, p.62.
81 加藤弘: 船の横揺れに対する抵抗の性質並びに相似則について, 造船協会会報 第 66 号
82 菱田敏男: 船舶の動揺造波抵抗に関する研究, 造船協会会報 第 85, 86, 87, 88 号
83 John, A.W.: T rans. SNAME Vol.41, 1933, p.160
84 Baker, S.G.: Trans. NECIE & S, (56), 1939-1940
85 Bertin, E.: TINA, Vol.37, 1896
86 加藤弘: 縦列矩形板型 B.K.の横揺防止効果について, 造船協会会報 第 87 号
87 元良誠三, 清水浩, 錦戸輝雄: 強制動揺法による大角度横揺れ減衰係数の測定, 造船協会会
報 第 100 号
88 Stokes: On the Theory of Oscillating Waves, Cambridge Trans. VIII, 1847, [1], p.417
89 Gerstner, F.: Trans. Royal Bohemian Science Soc. 1802
90 Rankin, W.J.M.: On the Exact Form of Waves Near the Surface of Deep Water, Philosophical
trans. of the Roy. Soc. 1862
91 Jeffreys, H.: On the Formation of Water Waves by Wind, Royal Society Proc. A.V. 107.
92 Sverdrup, H.U. and Munk, W.H.: Wind, Sea, and Swell; Theory of Relations for Forecasting, H.O.
Pub., No.601, 1947
93 Barer, N.F. and Ursell, F.: The Generation and Propagation of Ocean Waves and Swell, Phil.
Trans. Ser. A.V., 240, 1948
94 Techniques for Forecasting Wind Waves and Swell, H.O. Pub., No.604, 1947
95 Bretschneider, C.L.: The Generation and Decay of Wind Waves in Deep Water, Trans. Of A.
Geophysical Union, V.33, June 1952
96 Pierson, W.J.Jr.: A Unified Mathematical Theory for the Analysis, Propagation and Refraction of
Storm Generated Oceanwaves - Part I and II, Res. Dev. College of Engineering, New York
University, 1952
97 Neumann, G.: On the Energy Distribution in Ocean Waves Spectra at Different Wind Velocities,
Trans. of A. Geophysical Union, V.34, June 1953

-
- ⁹⁸ Pierson, W.J.Jr. and Marks, W.: The Power Spectrum Analysis of Ocean Wave Records, Trans. of A. Geophysical Union, V.33, Dec. 1952
- ⁹⁹ Pierson, W.J.Jr., Neumann, G. and James, R.W.: Practical Method for Observing and Forecasting Ocean Waves by Means of Wave Spectra and Statistics, Project AROWA. Norfolk Va., Dep. of Met. Res. Div., New York University
- ¹⁰⁰ Pierson, W.J.Jr.: An Investigation of the Observable Properties of Sea Waves in Terms of the Energy Spectrum of Gaussian Record, Trans. of A. Geophysical Union, V.34, 1953
- ¹⁰¹ Longuet-Higgins, M.S.: On the Statistical Distribution of the Heights of Sea Waves, Journal of Mar. Research, 11, p.245, 1952
- ¹⁰² 海上保安庁:水路部要報, 20, 21, 22 号
- ¹⁰³ 真鍋大覚:暴風圏の波群の解析, 西部造船会々報 第 10, 11, 12, 13 号
- ¹⁰⁴ 真鍋大覚:北方定点観測の記録から, 南方定点観測記録から, 日本造船学会誌 321 号, 325 号
- ¹⁰⁵ 真鍋大覚:三陸沖台風について, 日本造船学会誌 326 号
- ¹⁰⁶ 真鍋大覚:本邦の沿岸並びに近海諸島に於ける海洋風波の観測記録の調査報告, 上中下, 船の科学, 9 卷 5 号, 6 号
- ¹⁰⁷ 真鍋大覚:本邦近海における暴風の型式と海洋波の性質について, 造船協会会報 第 99 号
- ¹⁰⁸ Kriloff, A.: A New Theory of Pitching Motions in Waves, TINA, (39), 1896, p.336
- ¹⁰⁹ Kriloff, A.: A General Theory of Oscillation of Ships, TINA, (49), 1898, p.135
- ¹¹⁰ 渡辺恵弘:横動揺に於ける船の重心の運動と波の有効傾斜について, 造船協会会報 第 49 号
- ¹¹¹ Weinblum & M. St. Denis: On the Motion of Ships at Sea, SNAME, 58, 1950, P.184
- ¹¹² Havelock, T.H.: Notes on the Theory of Heaving and Pitching, TINA, 1945.
- ¹¹³ Cummins, W.: Transaction of First Conference on Ships and Waves.
- ¹¹⁴ 佐藤美津雄, 山内保文, 元良誠三, 内田守: A Proposed Standard of Stability for Passenger Ships, Part II
- ¹¹⁵ 渡辺恵弘:波の上の横揺れの性質について, 造船協会会報 第 56 号
- ¹¹⁶ 菅四郎ほか:日聖丸実船試験報告, 造船協会会報 第 92 号
- ¹¹⁷ Grim O.: Rollschwingungen Stabilität Sicherheit in See gang, Forsch. Für schif, Heft 1, 1952
- ¹¹⁸ Kerwin J.E.: Notes on Roll in Longitudinal Waves, International Shipbuilding Progress, Vol.2(16), 1955
- ¹¹⁹ 渡辺恵弘:縦動揺に伴う不安定について, 造船協会会報 第 53 号
- ¹²⁰ 山上直人:西部造船会会報 第 12 号, 1956
- ¹²¹ 加藤弘:不規則波中における船の横揺れについて, 造船協会会報 第 65 号
- ¹²² 渡辺恵弘:不規則波の上に於ける限界動揺について, 造船協会会報 第 50 号
- ¹²³ St. Denis M. and Pierson W.J.Jr.: n the Motions of Ships in Confused Sea, TSNAME 1953
- ¹²⁴ 山内保文:船の動揺の時系列論的解析について, 造船協会会報 第 99 号
- ¹²⁵ Stoker, J.J. & A.S. Peters: Ships and Waves, [132], Chap.13.
- ¹²⁶ Fuchs, R.A.: Ships and Waves, [132], Chap.14.
- ¹²⁷ Jasper, N.H.: Distribution Patterns of Wave Heights, Ship Motion and Hull Stress, TSNAME, 1954
- ¹²⁸ 石川克比古, 橋本鑑一:東京大学卒業論文, 1956
- ¹²⁹

-
- ¹³⁰ Bryan, G.H.: TINA. 42 (1900), 198
- ¹³¹ Baker, G.S. & Idle.: The effect of Bilge Keels on the Rolling of Light Ships, TINA, 1912
- ¹³² 末広恭二: 船舶動揺に関する一、二の実験, 造船協会会報 第 24 号
- ¹³³ Spear Lawrence: Bilge Keels and Rolling Experiments on USS Oregon, TSNAME, 1898
- ¹³⁴ Rosingh, W. Jr.: W. R. H. (20) 1939, p.19
- ¹³⁵ 笹島秀雄: 横動揺における Bilge Keel の作用について, 造船協会会報 第 86 号
- ¹³⁶ 高田茂俊: 小型船の動揺性能に関する二、三の資料について, 造船協会会報 第 85 号
- ¹³⁷ 加藤弘: 縦列矩形型湾曲部竜骨の振動について, 造船協会会報 第 93 号
- ¹³⁸ 菱田敏男, 伏見康治, 加納: 横動揺の減衰に関する研究, 日立造船技報, Vol.16 1955
- ¹³⁹ 元良信太郎: 元良式動揺制止装置成続試験, 造船協会会報 第 32 号
- ¹⁴⁰ On the Denny Brown Stabilizer and their Development, Engg., 172, 1936
- ¹⁴¹ Allan, J.F.: The Stabilization of ships by Activated Fins, TINA. 1945, Vol. 87, p.123-149.
- ¹⁴² Chadwick, J.H.Jr.: On the Stabilization of Roll, TSNAME, 1955, p.237.
- ¹⁴³ Schlick, O.: Jb. S.T.G., 10, 1909, p.334
- ¹⁴⁴ Basset, R.R. and Hodgkinson: TSNAME, 43, 1935, p.286.
- ¹⁴⁵ De Santis, R. and Russo, M.: Rolling of SS Conte de Savoia in Tank Experiment and at Sea, TSNAME, 1936
- ¹⁴⁶ Watts, P.: TINA. 26, 1885, p.30
- ¹⁴⁷ Frahm, P.: Jb. S.T.G., 12, 1911, p.283
- ¹⁴⁸ 渡辺恵弘: 減揺水槽の設計について, 造船協会会報 第 46 号, p.125
- ¹⁴⁹ Woolard, L.: TINA. 55, 1913. Part I p.91
- ¹⁵⁰ Hort, H.: Experiments in the Stabilization of Ships, Jb. S.T.G., 35, 1934, p.292.
- ¹⁵¹ 末広恭二: 波浪中における横動揺の為に誘起せらるる船舶の横漂流, 造船協会会報 第 31 号
- ¹⁵² Horn: J.S.T.G., 27, p.153, 1936
- ¹⁵³ 菅四郎ほか: 日聖丸航海実測試験について, 日本造船研究協会報告
- ¹⁵⁴ 佐藤美津雄, 山内保文, 元良誠三, 内田守: A Proposed Standard of Stability for Passenger Ships, Part I
- ¹⁵⁵ 渡辺恵弘, 加藤弘ほか: A Proposed Standard of Stability for Passenger Ships, Part III
- ¹⁵⁶ R. de Santis and M. Russo: TSNAME, 1936, p.169
- ¹⁵⁷ 末広恭二: 末広恭二論文集